

电流模式控制 Boost 变换器中的呼吸现象

周宇飞, 陈军宁, 柯导明

(安徽大学电子工程系, 安徽合肥 230039)

摘 要: 本文揭示了在电流模式控制 Boost 变换器中, 由于存在内部或外部耦合电路引起的传导和辐射干扰, 使得有可能产生呼吸现象, 这是一种以较长的周期按顺序交替历经规则、分谐波和混沌状态的时间分叉现象, 在功率变换电路中是一种非正常的工作状态. 可以通过建立具有固定初相位的模拟干扰信号, 并使其频率与变换器的开关频率相同, 以便将呼吸现象(时间分叉)转换为参数分叉, 并从分叉控制的角度来对这种呼吸现象进行合理解释和理论分析, 从而给出变换器稳定设计的理论依据. 理论分析结果与数值仿真完全一致的, 另外, 在电路实验中也得到了印证.

关键词: 电流模式控制 Boost 变换器; 呼吸; 分谐波; 混沌; 分叉; 时间分叉

中图分类号: TM 17 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2005)05-0915-05

Breathing in Current Mode Controlled Boost Converter

ZHOU Yu fei, CHEN Jun ning, KE Dao ming

(Department of electronics engineering, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China)

Abstract: Due to conducted or radiated EMI from inner or outer coupling circuits, breathing can exist in current mode controlled Boost converter. It exhibits as a time bifurcation undergoing regular period 1, subharmonics and chaos orderly and repeatedly for a long period. The breathing, as an improper operation state, should be avoided in power converters. By constructing an interference signal with the same frequency as the Boost converter and constant initial phase, time bifurcation (breathing) will be mapped into parameter bifurcation. In this way, breathing can be explained and analyzed from the viewpoint of bifurcation control. Furthermore the theoretical design principles insuring stable operation of converter are concluded. Simulation can gain the same results as those from experiment, and those from analysis as well.

Key words: current mode controlled Boost converter; breathing; subharmonics; chaos; bifurcation; time bifurcation

1 引言

呼吸现象是周期驱动非线性系统中常见的一类特殊现象^[1,2], 它表现为在时间轴上产生对称的分叉现象, 即从规则的周期 1 经过一系列分叉至高次分谐波或混沌, 然后以反方向相同的一系列分叉对称得到规则的周期 1. 由于呼吸现象的时域波形表现出类似分叉的情况, 同时为了采用本文所述的映射分析方法, 我们可以将之称为一种时间分叉现象, 以便与传统的参数域上的参数分叉相区别. 电流模式控制 Boost 变换器是一种强非线性电路系统, 其中可能会产生这种呼吸现象, 我们经常可从电路中发出的具有较长周期的规则的“吱吱”声响, 来判断其间存在呼吸现象, 这种声响与开关频率的高频开关声响、以及杂乱无章的开关噪声是有区别的.

在周期驱动非线性系统中, 当附加周期信号的频率与系统本身的驱动频率不一致时, 就会产生呼吸现象. PWM 开关功率变换器属于周期驱动非线性系统, 其中存在内部或外部

耦合电路引起的传导和辐射干扰^[3,4], 当干扰信号的频率与变换器本身的开关频率不一致, 且干扰信号达到一定强度时, 就会产生呼吸现象, 这在功率变换电路中是一种非正常的工作状态, 一般需要加以避免. 我们可以将呼吸现象中的时间参数转换为初相位参数, 即将时间分叉映射为参数分叉, 建立具有固定初相位的模拟干扰信号, 并使干扰信号的频率与变换器的开关频率相同, 在此基础上就可以利用分叉控制的原理^[5], 来对 Boost 变换器中的这种呼吸现象进行合理解释和理论分析, 以便为变换器的稳定设计提供理论指导. 本文给出的是对电流模式控制 Boost 变换器进行的研究, 但相关的研究过程、分析方法可以类似推广到所有电流模式控制开关变换器的呼吸现象分析中去.

2 具有耦合干扰信号的 Boost 变换器

耦合有干扰信号的电流模式控制 Boost 变换器如图 1(a) 所示, 其主电路拓扑分别包含一个电感、电容、开关管、二极管

和负载电阻。假定引入的干扰信号 I_c 加在参考电流 I_{ref} 上, 即扰动后的参考电流 I_{rf}^* 为:

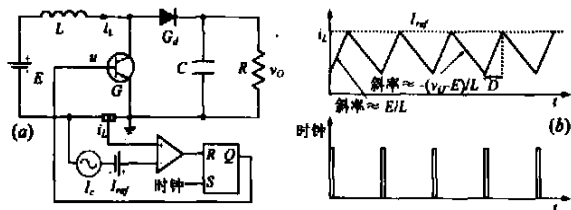


图1 耦合干扰信号的 Boost 变换器
(a) 简化图示; (b) 典型 1 周期波形

$$I_{rf}^* = I_{rf} + I_c \quad (1)$$

当时钟脉冲开始后, 开关 G 导通, 电感电流 i_L 呈现线性上升, 斜率为 E/L , 当 i_L 增加至峰值参考电流 I_{rf}^* 时, 触发器复位, 导致开关管 G 截止时, 电感与输出 RC 部分产生谐振, i_L 谐振下降, 斜率约为 $-(v_o - E)/L$. 典型的 1 周期波形如图 1(b) 所示. 因此这是一个分段的线性系统, 对应上述开关的两种状态, 分别有两组描述电路的线性微分方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_{on}x + B_{on}E, & G \text{ 导通} \\ \dot{x} = A_{off}x + B_{off}E, & G \text{ 截止} \end{cases} \quad (2)$$

其中 x 为状态矢量, 即 $x = [i_L, v_o]^T$, 系数矩阵分别为:

$$A_{on} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix}, B_{on} = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A_{off} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix}, B_{off} = \begin{bmatrix} 1/L \\ 0 \end{bmatrix}$$

我们对 Boost 变换器进行数值求解, 即以式 (2) 来构造 Matlab 下的分段开关模型, 并用龙格-库塔 (Runge Kutta) 算法来进行仿真. 电路参数取为: $E = 10V$, $L = 1mH$, $C = 12\mu F$, $R = 20\Omega$, $I_{rf} = 0.6A \sim 5.5A$, 驱动时钟是频率 f_s 为 $10kHz$ 的脉冲波, 且假定干扰源 I_c 强度为 0.

取每个时钟脉冲时刻的电路状态变量构成庞加莱截面, 可得 Boost 变换器在参考电流 I_{rf} 的变化区间上的分叉图, 如

图 2(a) 所示, 可见这是一个典型的倍周期分叉过程, 其对应的最大 Lyapunov 指数谱如图 2(b) 所示, 当最大 Lyapunov 指数大于 0 时, 表明 Boost 变换器处于混沌状态; 而小于 0 的最大 Lyapunov 指数则表明变换器处于稳定的周期态; 最大 Lyapunov 指数由负向 0 逼近, 且又回复为负数, 则表明产生了分叉. 在变换器首次分叉以前 (即 $I_{rf} < 1.69A$), 变换器处于规则的 1 周期状态, 这是一般设计上所要求的正常工作状态. 然而, 如果干扰源 I_c 不为 0, 例如是幅度为 α 的正弦周期信号, 则峰值参考电流 I_{rf}^* 为:

$$I_{rf}^* = I_{rf} + \alpha \sin(2\pi f_s t) \quad (4)$$

其中 $f_c \neq f_s$, 此时, 变换器将可能产生呼吸现象, 下面我们将对这种现象进行详细的数值仿真、实验验证, 及理论分析, 并给出稳定设计上的理论指导.

3 仿真研究

仍以上述电路参数为例, 取参考电流 I_{rf} 为 $1A$, 使得未受干扰的原 Boost 变换器处于 1 周期状态 (见图 2), 并取扰动信号频率 $f_c = f_s + 4 = 10004$, 同时令正弦扰动信号幅度由弱增强, 对 Boost 变换器进行数值仿真, 以时间为横坐标, 采样电感电流为纵坐标, 可以画出一幅时间分叉图, 如图 3 所示, 从中可见, 随着扰动信号幅度的增强, 时间分叉图中出现的分谐波次数也按 2 倍的关系逐渐增加, 即:

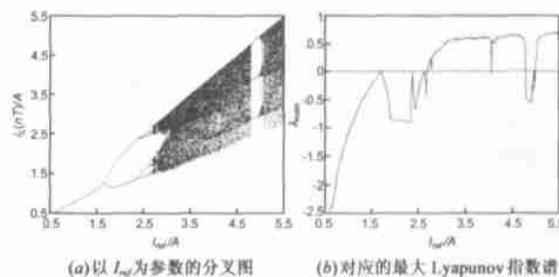


图2 电流模式控制 Boost 变换器的分叉结构

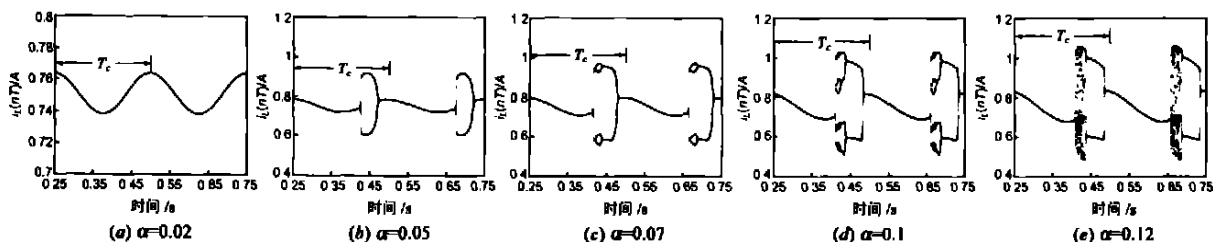


图3 不同扰动信号强度 α 下的采样电感电流波形 (时间分叉图)

(1) 当扰动信号强度较弱时, 变换器仍能维持原有的规则周期 1 状态, 但时钟脉冲时刻的频闪点将会上下波动, 其周期为呼吸的周期, 干扰信号对变换器的影响不太明显, 如图 3(a).

(2) 当扰动信号强度增加时, 变换器将顺序交替经历规则和分谐波状态. 首先会出现 2 次分谐波与规则周期 1 状态的交替, 如图 3(b); 继续增加扰动信号的强度, 会出现 2^2 次分谐波的交替现象, 如 2^2 次分谐波 (如图 3(c)), 2^3 次分谐波 (如图 3(d)) 等.

(3) 继续增加扰动信号的强度, 当强度增加到一定程度后, 变换器会出现混沌、各次分谐波与规则状态的顺序交替, 如图 3(e).

(4) 呼吸的周期 T_c 等于 $1/|f_c - f_s|$, 因此如果扰动信号的频率与变换器的开关频率很接近时, 变换器将花费较长的一段时间来历经一个呼吸过程, 在本例中, $T_c = 0.25s$.

4 实验结果

为验证上述具有时间分叉特性的呼吸现象, 我们设计了

一个电流模式控制 Boost 变换器的实验电路, 其中利用了来自信号发生器的正弦信号来模拟耦合干扰信号, 如式(4), 并使该正弦信号的频率 f_c 与变换器的开关频率 f_s 略有差异, 其余电路参数与前面仿真过程中的指定是完全一致的。在没有干扰的情况下, 原 Boost 变换器工作于规则的 1 周期状态, 如图 4(a) 所示。随着干扰信号强度的不断增加, 可以依次观察到最高具有 2 次分谐波或混沌的呼吸现象, 如图 4(b, c), 其表现与前面仿真得到的情况完全一致, 如果能有高分辨率的数字示波器, 还能观察到具有更高次分谐波的呼吸现象。图 4(b) 是干扰信号幅度等于 0.08 的情况, 变换器表现为规则的周期 1 与 2 次分谐波的顺序交替, 其中上部曲线为电感电流 i_L (0.5A/div), 下部曲线为输出电压 v_o (0.5V/div); 图 4(c) 是干扰信号幅度等于 0.18 的情况, 其表现为规则的周期 1、各 2ⁱ 次分谐波与混沌的顺序交替, 其中上部曲线为电感电流 i_L (1A/div), 下部曲线为输出电压 v_o (2V/div)。

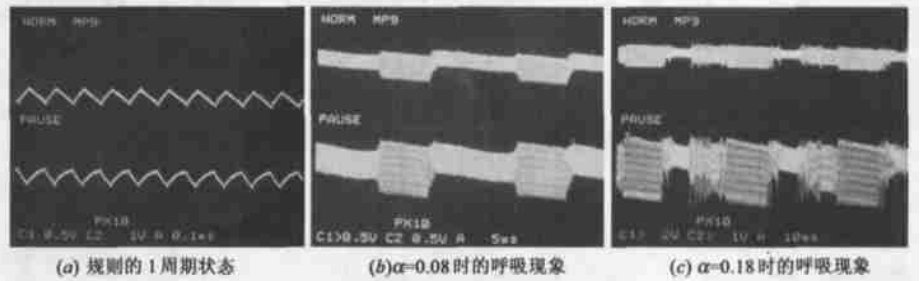


图 4 实验波形图

的分叉, 即将正弦扰动信号进行下述变换:

$$I_c = \alpha \sin(2\pi f_c t) = \alpha \sin[2\pi f_s t + 2\pi(f_c - f_s)t] = \alpha \sin(2\pi f_s t + \theta) \quad (5)$$

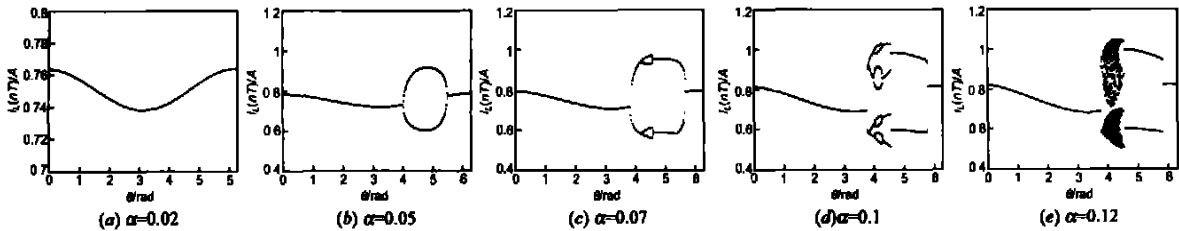
经变换后将产生一个与 Boost 变换器开关频率相同的项及初相位参数 θ , 其中 $\theta = 2\pi(f_c - f_s)t$ 。所以随着时间的变化, 初相位 θ 也发生变化, 但因为这是一个三角函数, 可以认为初相位 θ 是在区间 $[0, 2\pi]$ 上反复循环, 这样, 便将呼吸的一个周期 $[0, T_c]$ 上的时间变化映射为初相位 θ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的变化。

利用经过变换后的扰动信号式(5), 可以将该扰动信号的初相位 θ 设为分叉参数, 来构造一幅参数分叉图, 通过这种方式得到的分叉图应该等价于呼吸在一个周期 T_c 上的时间分叉图。应用图 3 中的各个扰动信号幅度, 作出的对应 θ 的参数分叉图见图 5 所示, 结果与图 3 是完全一致的。因此, 证明这

5 理论分析

5.1 时间分叉与参数分叉间的映射方法

我们可以将上述时间域上的分叉(呼吸)映射为参数域上

图 5 不同扰动信号强度 α 下的采样电感电流波形(参数分叉图)

种映射方法是合理、精确的。

5.2 分叉控制分析

上述映射结果表明, 参数分叉与时间分叉是一一对应的, 因此, 对于参数分叉进行理论分析所得到的结果, 也就是时间分叉(呼吸)的结果, 而变换后的参数分叉可以从分叉控制的角度来进行分析。经典设计方法认为, 在参考电流 I_{ref} 上减去一个与变换器等频率的锯齿信号, 可以增强变换器的稳定性。而最新的非线性研究认为, 这其实是一种分叉控制方法^[5], 即将变换器的首次分叉点(周期 1 向周期 2 的分叉点, 见图 2)向后推移了, 即变换器的稳定裕度增大了, 对应稳定态的参考电流 I_{ref} 的范围扩大了, 且锯齿信号斜率越大, 稳定性越强。而且我们认为任何斜率大于 0 的周期信号都可以推迟分叉点; 相反, 任何斜率小于 0 的周期信号将分叉点提前。

在没有扰动信号的情况下, 变换器处于 1 周期状态。如存在扰动, 我们可以利用上述分叉控制的观点来分析 Boost 变换器的失稳过程, 也就是从周期 1 到周期 2 的分叉过程。由式(1)和(5)得, 扰动的峰值参考电流 I_{ref}^* 为:

$$I_{ref}^* = I_{ref} + I_c = I_{ref} + \alpha \sin(2\pi f_s t + \theta) \quad (6)$$

在与 i_L 交汇时刻 t_s 处, I_{ref}^* 的斜率为:

$$S_p(t_s) = \frac{dI_{ref}^*}{dt} = \frac{d[\alpha \sin(2\pi f_s t + \theta)]}{dt} \bigg|_{t=t_s} = \frac{D}{f_s} = 2\pi f_s \cos(2\pi D + \theta) \quad (7)$$

当 S_p 小于 0 时, 由于扰动信号的影响, 变换器稳定性较强; 当 S_p 逐渐增大, 变换器稳定性也逐渐减弱; 而 S_p 大于 0 的扰动信号可促使变换器逐渐失稳, 并最终产生分叉, 得到周期 2。

对于这种耦合了干扰信号的电流模式控制 Boost 变换器, 当其占空比大于 0.5 时, 运行状态将会失稳^[5], 我们首先结合图 1(b) 来进行说明, 可以构造离散的电感电流迭代映射函数:

$$\frac{I_{ref} - i_n}{DT} = \frac{E}{L}, \frac{I_{ref} - i_{n+1}}{(1-D)T} = \frac{v_o - E}{L} \quad (8)$$

其中 D 是占空比, 即一个开关周期中开关管导通时间所占的比例, 将上式合并, 得:

$$i_{n+1} = \left(1 - \frac{v_o}{E}\right) i_n + \frac{v_o I_{ref}}{E} - \frac{(v_o - E)T}{L} \quad (9)$$

我们只考虑变换器稳态附近的情况,可将上式表达为摄动小量形式:

$$\delta i_{n+1} = \left(\frac{-D}{1-D} \right) \delta i_n + O(\delta i_n^2) \quad (10)$$

那么由上式可得方程的特征值 J 为:

$$J = \frac{-D}{1-D} \quad (11)$$

对于变换器稳定 1 周期的情况, J 必须位于区间 $(-1, 1)$ 中, 当特征值 J 通过 -1 越出该区间, 则变换器产生倍周期分叉, 成为稳定的周期 2, 而 $J = -1$ 对应的占空比 $D = 0.5$, 也就是说, 对于电流模式控制 Boost 变换器, 电路稳定的判据就是:

$$D < 0.5 \quad (12)$$

当 D 大于 0.5 时则产生分叉. 我们可以将上述电路稳定的判据表达为分叉参数 I_{rf} 的形式, 由输入输出的功率平衡法则:

$$\left(I_{rf} - \frac{\Delta i}{2} \right) E = \frac{v_o^2}{R} \quad (13)$$

并代入输入输出电压比 $\frac{v_o}{E} = \frac{1}{1-D}$, 得到:

$$\left(I_{rf} - \frac{\Delta i}{2} \right) E = \frac{E^2}{(1-D)^2 R} \quad (14)$$

其中 Δi 是电感电流波动幅度 $\Delta i = DTE/L$, 最后可得参考电流表达的电路稳定判据为:

$$I_{rf} < \frac{E}{R} \left[\frac{DR}{2\zeta} + \frac{1}{(1-D)^2} \right]_{D=0.5} = \frac{E}{R} \left[\frac{R}{4\zeta} + 4 \right] = I_{rf,c} \quad (15)$$

其中 $\zeta = L/T$.

如果在参考电流 I_{rf} 上迭加了扰动信号, 如式(6), 如前所述, 考察电感电流及扰动的参考电流的波形, 我们可以得到与式(10)类似的摄动量迭代方程:

$$\delta i_{n+1} = \left(\frac{M_c}{1+M_c} - \frac{D}{(1-D)(1+M_c)} \right) \delta i_n + O(\delta i_n^2) \quad (16)$$

其中:

$$M_c = \frac{-S_p(t_s)L}{E} \quad (17)$$

代入式(7), 得:

$$M_c = \frac{-2\pi q_s \cos(2\pi D + \theta)L}{E} \quad (18)$$

这样由式(16)就得到参考电流为扰动情况下的变换器特征值为:

$$J = \frac{M_c}{1+M_c} - \frac{D}{(1-D)(1+M_c)} \quad (19)$$

代入特征值稳定性判据 $J = -1$, 就可以求得电路稳定的占空比判据:

$$D_c = \frac{M_c + 0.5}{M_c + 1} \quad (20)$$

并进一步利用式(15)即可得到电路稳定的参考电流判据:

$$I_{rf} < \frac{E}{R} \left[\frac{R M_c + 0.5}{2\zeta M_c + 1} + 4(M_c + 1)^2 \right] = I_{rf,c} \quad (21)$$

已知未扰动的参考电流值 I_{rf} , 即可由式(21)得到电路稳定的 M_c 判据, 代入式(20)和(18)则得到对应首次分叉点的扰动初相位. 图 6 就是根据上述方法, 给出了对应不同参考电流 I_{rf} 的计算结果, 横坐标为扰动信号的幅度 α , 纵坐标为初相位 θ . 弧线为变换器的稳定边界曲线, 弧线外的区域对应变换器的稳定工作状态(1 周期), 弧线内的区域对应变换器的不稳定工作状态(倍周期或混沌), 对应横坐标上每个扰动信号幅度 α , 弧线上有两个交点, 即对应了参数分叉图 5 中左、右两个首次分叉点. 综合这 4 幅图, 可以发现:

(1) 随着参考电流 I_{rf} 的增加, 稳定边界曲线向左下角移动, 即产生呼吸现象所需的扰动幅度 α 减小.

(2) 同样, 随着 I_{rf} 的增加, 初相位的不稳定区域(弧线内部分)逐渐有所扩大, 并向下移动.

(3) 在每一幅图中, 扰动信号幅度 α 较小时(稳定边界曲线左边部分), 变换器始终稳定, 即不会产生呼吸现象, 这就类似图 3(a) 或图 5(a) 的情况; 当扰动信号幅度达到稳定边界曲线后, 就开始产生呼吸现象, 且对应变换器不稳定状态(分谐波及混沌, 见图 5)的初相位区间随着扰动信号幅度的增加也逐渐加大.

5.3 参数变化对呼吸现象产生的影响

对于图 6, 可以求出弧线最左端对应的扰动信号幅度 α , 这就是开始产生呼吸现象所需的最小扰动信号幅度, 即阈值幅度. 电路各参数变化对此阈值幅度的大小具有一定的影响, 即能够产生呼吸现象的难易是不同的, 掌握了这一点, 也就是给出了变换器设计上的理论指导. 经过计算, 我们分别给出了各参数变化(R 、 E 和 L/T)对呼吸现象的产生所需阈值幅度的影响, 如图 7 所示. 分析并观察可以发现, 输入电压 E 的增大、电阻 R 和 L/T 的减小, 能够提高扰动信号的阈值幅度, 即使得呼吸现象不易产生, 这是不难理解的, 因为上述电路参数的变化趋势, 使得变换器更加远离运行状态的不稳定区域, 从而需要较强的扰动信号幅度 α 才能影响变换器的运行状态, 使之从规则的周期 1 状态转变为周期 2 状态.

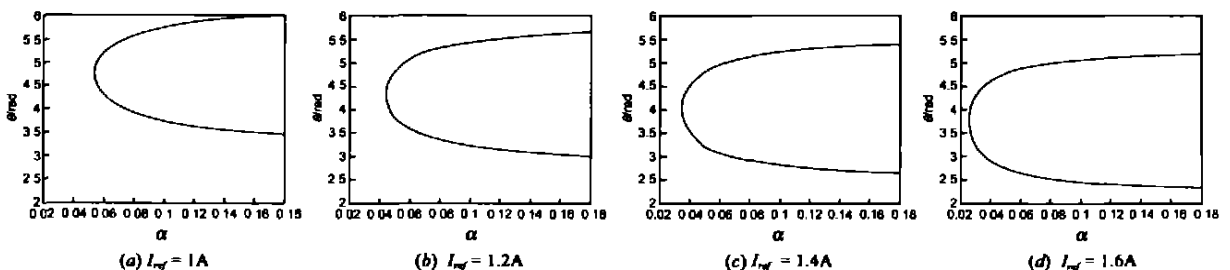


图 6 对应不同参考电流 I_{rf} 的稳定边界曲线(弧线外为稳定区域, 弧线内为不稳定区域)

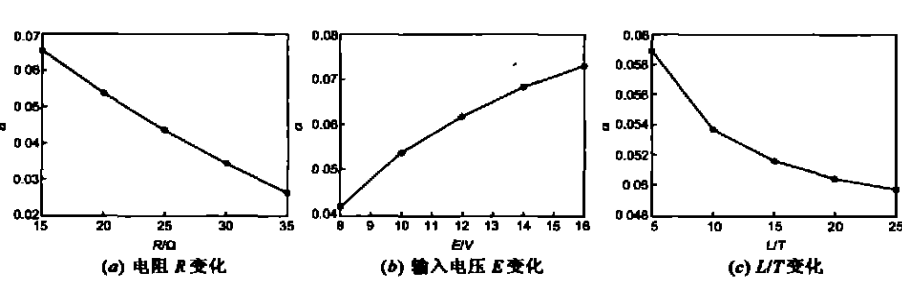


图 7 电路参数变化对呼吸现象的产生所需阈值幅度的影响

6 结论

电力电子电路是非线性系统的一类, 其间已经发现了各种丰富的复杂动态现象. 由于 PWM 开关变换器属于周期驱动非线性系统, 因而可能经常会出现一种特殊的非线性现象, 即呼吸现象(这种现象应该是一种被忽视的常见现象, 因为当扰动信号的频率处在所有开关频率的整数分频和倍频附近时, 该现象均有可能产生, 这一点我们已经作了仿真和实验验证), 本文对之进行了详细的仿真和实验研究, 并将呼吸这种时间域上的分叉映射为参数分叉, 从而可以利用分叉控制的原理来对之进行解释和分析, 并总结出各电路参数变化对产生呼吸现象所需的扰动信号的阈值幅度的影响, 为变换器的稳定设计提供理论指导. 该研究过程和方法可以类似推广到其他电流模式控制的开关变换器中去.

参考文献:

[1] 胡岗, 萧井华, 郑志刚. 混沌控制[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 2000.

[2] Qu Z, et al. Phase effect taming nonautonomous chaos by weak harmonic perturbations [J]. Phys Rev Lett, 1995, 74(10): 1736- 1739.

[3] Ferreira J A, et al. Sources, paths and traps of conducted EMI in switch mode circuits[A]. Proc IEEE Ind Appl Conference[C]. New Orleans, 1997. 1584 - 1591.

[4] Williams T. EMC for Product Designers[M]. Oxford, England: Butterworth-Heinemann Ltd, 1994.

[5] Tse C K, et al. Control of bifurcation in DC/ DC converters: an alternative viewpoint of ramp compensation[A]. Int. Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation (IECON' 2000) [C]. Nagoya, Japan, 2000. 2413- 2418.

作者简介:

周宇飞 男, 1973 年 1 月生于安徽郎溪, 1997 年在安徽大学电路与系统专业获工学硕士学位, 2001 年在华南理工大学电路与系统专业获工学博士学位, 现为安徽大学电子工程系副教授, 研究方向为非线性电路与系统、控制理论. E-mail: zhouyf@ahu.edu.cn.

陈军宁 男, 1953 年生于江苏南京, 1985 年、1993 年在东南大学分别获得工学硕士与博士学位, 1996 年从复旦大学 IC CAD 博士后流动站出站, 现为安徽大学电子工程系教授、博士生导师, 主要研究方向为 VLSI 系统与设计、深亚微米 MOS 器件物理、高压功率器件和电路等.