

时频子空间拟合波达方向估计

金梁¹,殷勤业²,李盈²

(1. 解放军信息工程大学, 郑州 450002; 2. 西安交通大学信息工程研究所, 西安 710049)

摘要: 本文提出了一种基于信号空时特征结构的时频子空间拟合方法, 利用双线性时频分布构造时频相关矩阵 C_x 代替传统的阵列相关矩阵 R_x , 通过 C_x 的特征分解实现了信号子空间与噪声子空间的分离. 该方法在空域和二维时频域同时进行处理, 能够区分具有不同时频特征的信号, 既适用于平稳信号的场合又适用于时变、非平稳信号的情形, 属于空时多维处理的范畴. 可以证明, 基于平稳信号假设的经典子空间方法是该方法的低维特例. 由于包含了时变滤波的过程, 因此该方法具有信号选择性以及抗干扰和抗噪声的能力. 仿真结果证实了该方法的有效性.

关键词: 阵列处理; 联合时频分析; 波达方向; 非平稳信号

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2001) 01-0071-04

Estimating Direction-of-Arrival Via Time-Frequency Signal Subspace Fitting

JIN Liang¹, YIN Qin-ye², LI Ying²

(1. University of Information Engineering, Zhengzhou 450002, China;

2. Information Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: Based on the decomposition of the space-time eigenstructure of signals, a novel time-frequency signal subspace fitting (TF-SSF) method is proposed in this paper to estimate the DOA of signals. Through the bi-linear Cohen class time-frequency distribution, the time-frequency correlation matrix C_x is constructed to replace the traditional correlation matrix R_x . Accordingly the signal subspace and noise subspace are separated with the eigen decomposition of C_x . Because the observed data are processed in spatial domain and 2-D time-frequency domain simultaneously, the method can separate the signals that have different time-frequency signatures and is suitable for both stationary and nonstationary signals, while the traditional subspace methods have to assume that the signal is stationary. It is also proven herein that the traditional subspace methods is the special case of the TF-SSF method. Furthermore, with the time-varying filtering available, the method has the signal-selectivity and is capable of suppressing interference and noise that are difficult to handle in time or frequency domain only. The simulation results show the effectiveness of the method.

Key words: array processing; joint time-frequency analysis; DOA (Direction-of-Arrival); nonstationary signals

1 引言

DOA(波达方向)估计是阵列信号处理领域研究的重要内容之一. 由于具有良好的超分辨率、稳健性和相对较小的计算量, 子空间方法已成为 DOA 估计中最常用、最经典的方法. 然而, 在传统子空间方法的信号模型中并没有充分利用信号本身蕴含的一些非空域特征, 该类方法一般假设信号是平稳信号, 通过各态历经性假设以及对信号的随机采样——快拍, 用时间平均代替集合平均从而构造出阵列协方差矩阵. 但在实际应用中许多典型信号是非平稳的或谱时变的, 如雷达中的线性调频信号、通信中的跳频信号等, 因此传统子空间方法对这些信号进行 DOA 估计时存在先天性不足.

随着阵列信号处理技术日益广泛的应用, 在许多场合中信号是配合信号(如通信中)或已有一些先验知识可资利用. 如何在用子空间方法进行空域处理的同时有效地引入适当的

时域处理, 更充分地开发信号中的有用信息, 成为进一步提高其性能的关键, 也是近年来人们感兴趣的研究课题之一. 众所周知, 联合时频分析是对非平稳信号或谱时变信号进行处理的有效手段^[1-6], 因此我们可以将时频分析的方法与阵列信号处理相结合, 通过时频分布将信号变换到时频域, 利用时变滤波提高空间谱估计方法的性能. 由于将一维时域信号映射到二维时频域中, 因此能够在高维空间中更精细、更准确地刻画和反映时变信号的特征和细节, 从而可以利用时频二维掩模等时变滤波手段^[3,7,8], 将一些在低维空间(如单纯时域或频域)中难以区分、但具有不同时频特征的信号加以分离, 同时有效地抑制干扰, 使得 DOA 估计方法具有信号选择性(Signal Selectivity)以及更好的分辨力、过载能力、抗各种干扰和有色/无色噪声的能力, 并且既适用于平稳信号又适用于时变、非平稳信号的 DOA 估计. 根据这一思想, 本文提出一种基于

收稿日期: 1999-09-14; 修回日期: 2000-05-30

基金项目: 高等学校骨干教师资助计划(No. G-0008034); 国家自然科学基金(No. 69872029); 国家“863”计划(No. 863-317-03-01-05-20)

信号空时特征结构的 DOA 估计方法——时频子空间拟合方法, 从一个新的角度研究和探讨空间谱估计的空时多维处理手段.

2 信号的二次时频分布

对于谱时变的确定性信号 $s(t)$, 可以通过双线性变换得到它的时频分布:

$$C_{ss}(t, \tau) = \iint \phi(u, v) s(u + \tau/2) s^*(u - \tau/2) e^{-j\omega u - j\omega' v} u d u d v \quad (1)$$

上式即通常所称的 Cohen 类分布^[1,2], 其中 $\phi(u, v)$ 为核函数.

对于非平稳的随机信号, 其时频分布可表示为数学期望的形式:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{ss}(t, \tau) &= E[C_{ss}(t, \tau)] = E \iint \phi(u, v) s(u + \tau/2) s^*(u - \tau/2) e^{-j\omega u - j\omega' v} u d u d v \\ &= \iint \phi(u, v) R_s(u, v) e^{-j\omega u - j\omega' v} u d u d v \quad (2) \end{aligned}$$

其中 $R_s(t, \tau)$ 为随机信号 $s(t)$ 的时变自相关函数. 由此可见, 与平稳随机信号的情形类似, 非平稳信号的时变功率谱 $C_{ss}(t, \tau)$ 也是由时变自相关函数变换得来的, 这里称 $\tilde{C}_{ss}(t, \tau)$ 为 $s(t)$ 的“自时频分布”. 类似地, 可以由两个随机信号 $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$ 的互相关函数得到“互时频分布”.

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{s_1 s_2}(t, \tau) &= E \iint \phi(u, v) s_1(u + \tau/2) s_2^*(u - \tau/2) e^{-j\omega u - j\omega' v} u d u d v \\ &= \iint \phi(u, v) R_{s_1 s_2}(u, v) e^{-j\omega u - j\omega' v} u d u d v \quad (3) \end{aligned}$$

将双线性变换看作是从一维时域空间到二维平面的映射, 定义为 $Q[\cdot]$, 则上式可重写为:

$$C_{ss}(t, \tau) = Q[s(t), s(t)] \quad (4)$$

$$C_{s_1 s_2}(t, \tau) = Q[s_1(t), s_2(t)] \quad (5)$$

由式(2)可得下列性质:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{ss}(t, \tau) &= E[Q[s(t), s(t)]] = Q[E[s(t), s(t)]] \\ &= Q[R_s(t, \tau)] \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{s_1 s_2}(t, \tau) &= E[Q[s_1(t), s_2(t)]] = Q[E[s_1(t), s_2(t)]] \\ &= Q[R_{s_1 s_2}(t, \tau)] \quad (7) \end{aligned}$$

3 时频子空间拟合的基本思想

考虑采用 M 元的传感器阵列, 假设各阵元对输入信号的响应是线性时不变的. 有 d 个窄带信号 $s_i(t)$ 分别以 DOA $\theta_i (i=1, 2, \dots, d)$ 入射, 阵列输出信号矩阵为:

$$x(t) = As(t) + n(t) \quad (8)$$

其中:

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T, A = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_d)]^T, \\ s(t) &= [s_1(t), \dots, s_d(t)]^T, n(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T \quad (9) \end{aligned}$$

$x_i(t)$, $n_i(t)$ 分别为第 i 个阵元上的输出和噪声, A 为 $M \times d$ 的阵列导向矩阵, 是待估参数 θ_i 的函数. 当阵列为均匀线阵时, A 为 Vandermonde 矩阵.

在以下讨论中做下列假设:

假设 1 已知有用信号(SOI)时频分布的先验知识, 有用信号与其它信号具有不同的时频特征(分布);

假设 2 各源信号 $s_i(t)$ 之间不相关, 信号与阵列噪声之间互不相关;

假设 3 阵元噪声为均值为零, 方差为 σ^2 的平稳随机白噪声, 谱密度在时频面上均匀分布.

与传统模型不同, 这里并不需要假设各源信号是平稳的. 在许多场合(如通信)中, SOI 是配合信号, 其时频分布是已知的; 在其它非配合场合中, 可以利用 SOI 的一些先验知识(如调制方式、频率等), 通过对阵元输出信号的时频分析来估计时频分布. 定义“阵列时频相关矩阵” \tilde{C}_x 为:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_x &\triangleq E\{Q[xx^H]\} \\ &\triangleq \begin{bmatrix} E\{Q[x_1, x_1]\} & E\{Q[x_2, x_2]\} & \dots & E\{Q[x_1, x_M]\} \\ E\{Q[x_2, x_1]\} & \dots & \ddots & \dots \\ E\{Q[x_M, x_1]\} & \dots & \dots & E\{Q[x_M, x_M]\} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \tilde{C}_{x_1 x_1}(t, \tau) & \tilde{C}_{x_1 x_2}(t, \tau) & \dots & \tilde{C}_{x_1 x_M}(t, \tau) \\ \tilde{C}_{x_2 x_1}(t, \tau) & \dots & \ddots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{C}_{x_M x_1}(t, \tau) & \dots & \dots & \tilde{C}_{x_M x_M}(t, \tau) \end{bmatrix} \quad (10) \end{aligned}$$

其中 $Q[\cdot]$ 表示双线性变换. 矩阵 \tilde{C}_x 为 (t, τ) 的函数, 其主对角线上的元素为各阵元输出的自时频分布, 其它元素为各阵元输出间的互时频分布. 将式(8)代入, 并考虑式(6)、(7)及假设 2、3 得:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_x &= E\{Q[(As + n)(As + n)^H]\} \\ &= E\{A \cdot Q[ss^H] A^H + A \cdot Q[n \cdot n^H] \\ &\quad + Q[n \cdot s^H] A^H + Q[n \cdot n^H]\} \\ &= A \cdot E\{Q[ss^H] A^H + A \cdot E\{Q[s \cdot n^H] \\ &\quad + E\{Q[n \cdot s^H]\} \cdot A^H + E\{Q[n \cdot n^H]\}\} \\ &= A \cdot E\{Q[ss^H]\} A^H + E\{Q[n \cdot n^H]\} \\ &= A \cdot \tilde{C}_s \cdot A^H + \sigma^2 I \quad (11) \end{aligned}$$

其中: $\tilde{C}_s = E\{Q[ss^H]\}$ (12)

$$\tilde{C}_s = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{s_1 s_1}(t, \tau) & \tilde{C}_{s_1 s_2}(t, \tau) & \dots & \tilde{C}_{s_1 s_d}(t, \tau) \\ \tilde{C}_{s_2 s_1}(t, \tau) & \dots & \ddots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{C}_{s_d s_1}(t, \tau) & \dots & \dots & \tilde{C}_{s_d s_d}(t, \tau) \end{bmatrix} \quad (13)$$

为信号的时频相关矩阵, 其主对角线上的元素为各信号源在 (t, τ) 上的功率谱密度, 其它元素为各源之间的交叉项, 考虑到假设 2, 这些交叉项应均为零. 则 \tilde{C}_x 为 $d \times d$ 的对角阵:

$$\tilde{C}_x(t, \tau) = \text{diag}[\tilde{C}_{s_1 s_1}(t, \tau), \tilde{C}_{s_2 s_2}(t, \tau), \dots, \tilde{C}_{s_d s_d}(t, \tau)] \quad (14)$$

假定 $s_i(t)$ 为期望信号, 选择其时频分布“峰脊”上的一点 (t_l, τ) , 在该点上其它信号的时频分布相对很小, 则上式对角线元素中只有一项不为 0, 这时式(11)变为:

$$\tilde{C}_x(t_l, \tau) = \tilde{C}_{s_i s_i}(t_l, \tau) a(\theta_i) \cdot a^H(\theta_i) + \sigma^2 I \quad (15)$$

这样, 可以用时频相关矩阵 $\tilde{C}_x(t_l, \tau)$ 代替传统的阵列相关矩阵 R_x , 通过对 $\tilde{C}_x(t_l, \tau)$ 的特征分解得到信号 $s_i(t)$ 的 DOA 估计. 称这种基于信号时频分析的 DOA 估计方法为时频子空间拟合法, 简称 TF-SSF(Time-Frequency Signal Subspace Fitting). 显

然,这时信号的“特征结构”已不是仅仅由信号的空域信息所决定,而是信号时频特征和空域结构的综合反映,因而是一种更广义的“空时特征结构”。

4 时频子空间方法与传统方法的关系

从上述推导中不难发现 TF-SSF 方法与传统方法子空间之间的联系.实际上,如果选取核函数 $\phi(\cdot, \cdot)$ 使时频分布满足边缘条件,即:

$$\tilde{C}_{x_i x_j}(t, \omega) d = E[x_i(t) x_j^*(t)] \quad (16)$$

则有:

$$\tilde{C}_x(t, \omega) d \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{C}_{x_1 x_1}(t, \omega) d & \dots & \tilde{C}_{x_1 x_M}(t, \omega) d \\ \tilde{C}_{x_2 x_1}(t, \omega) d & \ddots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \tilde{C}_{x_M x_1}(t, \omega) d & \dots & \tilde{C}_{x_M x_M}(t, \omega) d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(x_1 x_1^*) & \dots & E(x_1 x_M^*) \\ \dots & \dots & \dots \\ E(x_M x_1^*) & \dots & E(x_M x_M^*) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\text{即: } \tilde{C}_x(t, \omega) d = E[x(t) x(t)^H] \quad (18)$$

上式表明,时频相关矩阵 \tilde{C}_x 在时间轴上的投影就是传统相关矩阵 R_x ;进而,由于 \tilde{C}_x 是二元函数,因此 R_x 张成的空间 $\text{span}\{R_x\}$ 是 \tilde{C}_x 张成的空间 $\text{span}\{\tilde{C}_x\}$ 在与频率正交的相应空间上的投影,或者说 $\text{span}\{\tilde{C}_x\}$ 是 $\text{span}\{R_x\}$ 的高维延拓.所以传统子空间方法可看成是 TF-SSF 方法的低维特例.显然,在高维空间中表征信号能更精确地刻画出信号的本质与细节,能将信号子空间与噪声子空间更好地分离.实际上,这正是 TF-SSF 方法具有信号选择性、抗噪性、高分辨率等一系列优良特性的根本原因.

5 TF-SSF 方法性能的简单分析

5.1 时频点的选取与信号选择性

选择合适的时频点 (t_i, ω_i) 上的 \tilde{C}_x 是 TF-SSF 方法的关键.假设 $s_i(t)$ 的时频分布的支集为 D_i ,则选择 $(t_i, \omega_i) \in D_i$ 并且 $(t_i, \omega_i) \notin D_j, (j=1, \dots, d, i \neq j)$. D_i 为其它信号时频分布的支集.这时在 (t_i, ω_i) 上分布的时频功率谱密度基本源于 $s_i(t)$, $|C_{s_i}(t_i, \omega_i)| \gg |C_{s_j}(t_i, \omega_i)|$

$$\text{因此: } \tilde{C}_x(t_i, \omega_i) = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{s_i}(t_i, \omega_i) & \mathbf{O}_{1 \times (d-1)} \\ \mathbf{O}_{(d-1) \times 1} & \mathbf{O}_{(d-1) \times (d-1)} \end{bmatrix} \quad (19)$$

因此通过选择合适的时频点可以有效地筛选出所需信号,大大降低其它信号的干扰,从而使 TF-SSF 方法有很强的信号选择能力.

从干扰抑制的角度来看,许多干扰信号占据与有用信号相同的时段和频段,用一般时不变滤波方法很难完全滤除,因而将不可避免地影响一般 DOA 估计方法的精度与分辨率.而干扰信号与有用信号往往具有不同的时频分布,可以在时频平面上通过对信号加掩模(mask)的方法进行时变滤波^[3,7,8],从而更有效地滤除干扰.实际上,上述选取时频点的过程可看作是掩模

$$h(t, \omega) = \begin{cases} 1, (t, \omega) \in D_M \\ 0, \text{其它}(t, \omega) \end{cases} \quad (20)$$

对阵列输出进行时变滤波的过程,其中 D_M 为 $\{(t, \omega) | t_i - (\omega/2) \leq t \leq t_i + (\omega/2), \omega_i - (\omega/2) \leq \omega \leq \omega_i + (\omega/2)\}$, t_i, ω_i 为掩模的时宽和频宽,取决于时频变换时离散点的个数.总之,选择合适的时频点等价于选取适当的时变滤波器,分别将混合信号中的有用信号一一提取出来,因而在进行 DOA 估计时不必考虑其它信号的影响,即具有信号选择性,它使得 TF-SSF 算法在具有较强的抗干扰能力的同时,还具有分辨率高、过载能力强等良好性能.

5.2 抗噪性能

由于信号能量一般集中在较小的时频区域内,而随机噪声在时频平面上的能量分布范围较宽且相对比较均匀,所以尽管在观测时段上信噪比较差,而在 (t_i, ω_i) 的邻域 D_M 上信号能量却明显大于噪声能量,因此时变滤波亦能提高 TF-SSF 算法的抗噪能力.设传感器观测带宽为 B ,观测时间为 T ;信号 $s(t)$ 时频分布的支集为 D ,时频面积为 S_D ,为讨论方便并不失一般性,假设在 D 上信号功率谱的分布是均匀的,即 $\tilde{C}_{ss}(t, \omega) |_{D} = \tilde{C}_{ss}$,则在观测时频区域内信号能量为 $E_s = \iint_D \tilde{C}_{ss}(t, \omega) dt d\omega = \tilde{C}_{ss} \cdot S_D$,噪声能量为 $E_n = \iint_{0 < t < T, 0 < \omega < B} \tilde{C}_{nn}(t, \omega) dt d\omega = \tilde{C}_{nn} \cdot BT$,因此信噪比为:

$$SNR = \frac{E_s}{E_n} = \frac{\tilde{C}_{ss} \cdot S_D}{\tilde{C}_{nn} \cdot BT} \quad (21)$$

经过式(21)时变滤波器后的信噪比为:

$$SNR_{TF} = \frac{E_s^{TF}}{E_n^{TF}} = \frac{\tilde{C}_{ss}^{TF} \cdot t}{\tilde{C}_{nn}^{TF} \cdot t} = \frac{\tilde{C}_{ss}}{\tilde{C}_{nn}} = SNR \frac{BT}{S_D} \quad (22)$$

一般情况下 $BT \gg S_D$,所以时变滤波后信噪比大大提高, $SNR_{TF} \gg SNR$,同时 $\tilde{C}_{ss} = SNR \frac{BT}{S_D} \gg \tilde{C}_{nn}$,则式(11)可近似为:

$$\tilde{C}_x \approx A \tilde{C}_s A^H \quad (23)$$

当各阵元上的噪声是相关噪声时,式(11)中噪声的时频分布矩阵不再是对角阵 \tilde{C}_{nn} ,但由上面分析可见噪声对 \tilde{C}_x 的贡献极小,因此 TF-SSF 方法对各种噪声均不敏感.

6 仿真结果

假设有两个覆盖相同时段和频段的窄带线性调频信号同时入射于 6 元均匀线阵,其 Wigner 分布如图 1 所示.两信号的 DOA 分别为 60 度和 63 度,信噪比为 3dB.一个信号为: $s_1(n) = e^{j(1^{n+1} + j_1 n^2)}$,另一信号为: $s_2(n) = e^{j(2^{n+1} + j_2 n^2)}$.其中 $j_1 = 2 \cdot 0.1, j_2 = 2 \cdot 0.1, \omega_1 = 0.0005, \omega_2 = -0.0005$.快拍数为 256 次,

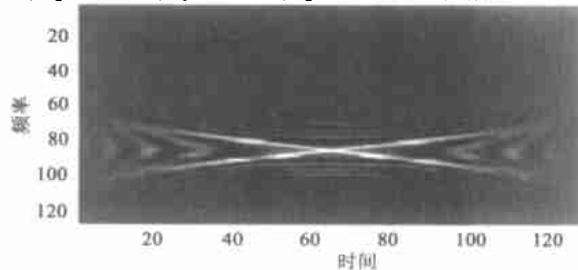


图 1 两个覆盖相同时段和频段的窄带线性调频信号的 Wigner 分布

采用 Wigner 分布. 分别选取两信号各自能量山脊上的时频点 $(t, f) = (10, 0.105)$ 和 $(t, f) = (10, 0.223)$ 用 TF-SSF 方法对它们进行 DOA 估计, 图 2(a)、(b) 给出了 50 次 Monte-Carlo 实验的结果. 作为比较, 图 3 给出了在信噪比为 20dB 下用 MUSIC 方法进行估计的结果. 由于两信号具有谱时变性, 且它们的 DOA 相差不大, 所以 MUSIC 方法无法正确分辨. 而 TF-SSF 方法可以利用信号选择性十分准确地估计出它们各自的 DOA. 表 1 给出了在各种信噪比下的估计方差.

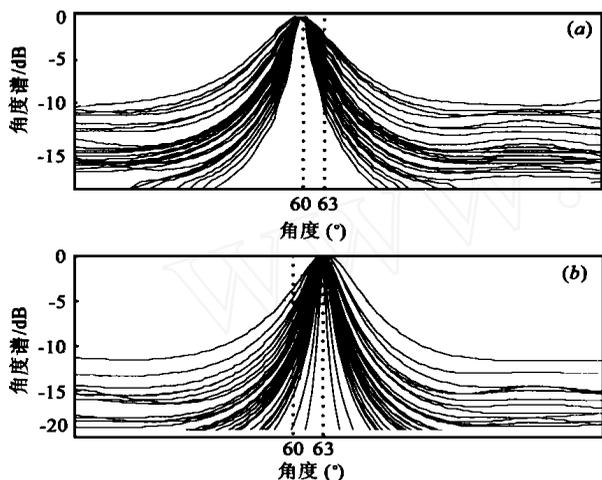


图 2 TF-SSF 方法的 50 次 Monte-Carlo 仿真实验结果. (a) 窄带信号 $s_1(n)$ 的 DOA 估计结果, 实际 DOA 为 60 度; (b) 窄带信号 $s_2(n)$ 的 DOA 估计结果, 实际 DOA 为 63 度

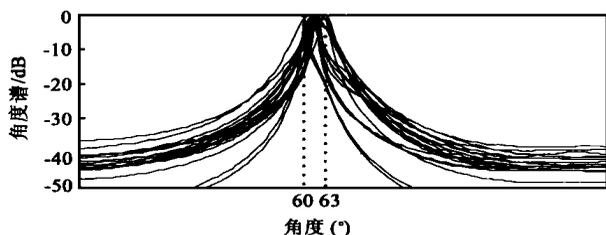


图 3 MUSIC 方法对两信号的 50 次 Monte-Carlo 仿真实验结果

表 1 TF-SSF 方法估计方差与信噪比的关系

SNR	- 3dB	0dB	3dB	6dB	10dB
60°	0.097	0.085	0.053	0.017	0.0051
63°	0.086	0.075	0.051	0.011	0.0048

7 结论

本文研究了如何将联合时频分析的方法应用于阵列信号处理的问题, 提出了时频子空间拟合 DOA 估计方法. 这是一种基于信号空时特征结构的多维处理方法, 它利用二次 Cohen 类时频分布构造时频相关矩阵 C_x , 并用 C_x 代替传统的阵列相关矩阵 R_x , 通过 C_x 的特征分解实现了信号子空间与噪声子空间的分离. 与传统方法不同, 该方法在空域和二维时频域

同时进行处理, 并且包含了时变滤波的过程, 因此具有信号选择性、抗干扰能力和抗噪声的能力, 既适合于平稳信号又适合于谱时变信号的 DOA 估计, 属于空时多维处理的范畴. 可以证明适用于平稳信号 DOA 估计的传统子空间方法是 TF-SSF 方法的低维特例. 仿真结果证实了上述结论.

需要指出的是, 本文的方法是基于窄带假设的, 不适合于宽带信号. 对于宽带时变信号的时频 DOA 估计方法, 作者将在今后的工作中提出并详细讨论.

参考文献:

- [1] L. Cohen. Time-frequency distributions—a review [A]. Proc. of IEEE [C], 1989, 77(7): 941 - 981.
- [2] L. Cohen. Time-frequency analysis [M]. New York: Prentice-Hall, 1995.
- [3] S. Qian, D. Chen. Joint time-frequency analysis [M]. New York: Prentice Hall, 1996.
- [4] A. Belouchraïni, M. G. Amin. Blind Source separation using time-frequency distributions: algorithm and asymptotic performance [A]. Proc. of IEEE International Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing [C], 1997, 5: 3469 - 3472.
- [5] Yimin Zhang, M. G. Amin. Spatial averaging of time-frequency distributions [A]. Proc. of IEEE International Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing [C], 1999, 5.
- [6] A. M. Rao, D. L. Jones. Nonstationary array signal detection using time-frequency and time-scale representations [A]. Proc. of IEEE International Conf. Acoustic, Speech, Signal Processing [C], 1998, 4: 1989 - 1992.
- [7] G. Boudreaux, T. Parks. Time-varying filtering and signal estimation using wigner distribution synthesis techniques [J]. IEEE Trans. ASSP, 1986, 34: 442 - 451.
- [8] B. E. Saleh, N. S. Subotic. Time-varying filtering of signals in the mixed time-frequency domain [J]. IEEE Trans. On ASSP, 1985, 33(3): 1479 - 1485.
- [9] E. P. Wigner. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium [J]. Phys. Rev., 1932, 4: 749 - 759.
- [10] H. Choi, W. J. Williams. Improved time-frequency representation of multicomponent signals using exponential kernels [J]. IEEE Trans. ASSP, 1989, ASSP-37.

作者简介:



金 梁 1969 年出生, 教授, 1999 年于西安交通大学获通信与信息系统专业博士学位, 现工作于解放军信息工程大学. 研究方向为阵列信号处理、软件无线电、非平稳信号处理、移动通信等. 曾多次参加国家 863、国家自然科学基金、国家重点实验室基金等项目的研究, 已在国内外发表论文 40 多篇, 获省部级一、二、三等奖多项.