

线性预编码 OFDM 系统的迭代接收机

屈代明

(华中科技大学电子与信息工程系, 湖北武汉 430074)

摘 要: 线性预编码是 OFDM 系统在频率选择性衰落信道中利用频率分集的有效方法. 为了进一步提高性能, 本文提出了一种线性预编码 OFDM 系统的迭代接收机, 该迭代接收机采用基于线性最小均方误差准则(LMMSE)的 turbo 均衡算法及其简化方法, 具有很低的计算复杂度. 本文同时还提出通过使用长度不小于等效离散时间信道的时延扩展长度的线性预编码器和迭代接收机, 可获得完全的频率分集增益. 仿真表明本文提出的方法在多径干扰严重的信道条件下的误码率性能接近 AWGN 下界.

关键词: OFDM; 线性预编码; Turbo 均衡; 线性最小均方误差准则

中图分类号: TN919 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 12-2002-04

An Iterative Receiver for Linearly Precoded OFDM systems

QU Dai2ming

(Dept. Electron. & Info. Eng., Huazhong University of Science & Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: Linear precoding is an efficient approach to increase frequency diversity order for OFDM systems over frequency selective channels. In this paper we propose an iterative receiver using turbo equalization principle for linearly precoded OFDM systems. Receiver complexity is greatly reduced by using LMMSE algorithm and its approximations. We also propose using linear precoder of size no less than the channel length to achieve full frequency diversity. And the performance demonstrated by simulation is significantly improved and close to AWGN bound.

Key words: OFDM; linear precoding; turbo equalization; linear MMSE criterion

1 引言

在无线环境中, 信号往往受到多径干扰也即频率选择性衰落的影响, 单载波通信系统利用均衡算法来对抗多径干扰. 多载波系统(正交频分复用 OFDM)通过 IDFT 将无线信道划分成许多很窄的子信道, 每个子信道近乎平坦衰落, 避免了复杂的均衡算法, 但是频率选择性衰落的影响仍然存在, 在 OFDM 系统中各个子信道的信噪比并不相同, 尤其对一些受到严重衰落的子信道, 能够正确恢复该子信道符号的概率很低, 所以单纯的 OFDM 并没有实用价值, 必须使用冗余纠错编码保护和编码符号在子信道间的交织来提供频率分集. 其他方法如 MC-CDMA^[1] 和 Spread-OFDM^[2] 通过在 OFDM 的频率域内引入线性变换或扩展, 即在 OFDM 逆离散傅立叶变换(IDFT)之前加上如沃尔什哈达码变换(WHT)或离散傅立叶变换(DFT), 来获得一定的频率分集增益. 最近其他线性变换如多维信号集^[3] 和线性预编码^[4] 也被用于 OFDM, 这两种方法都是基于多维调制技术^[5], 多维调制技术最初用于平坦瑞利衰落信道来获得所谓信号空间分集. 在本文中这类方法统称为线性预编码 OFDM 系统(LP-OFDM), 与传统的编码 OFDM(CO-OFDM)

相比 LP-OFDM 可以提高系统性能或降低对纠错编码的要求. 线性变换/预编码还可以降低 OFDM 系统的峰均比(PAPR)^[3].

LP-OFDM 系统在各个子载波上的接收信号具有相关性, 这一点和单载波系统类似, 所以可以采用单载波系统中的各种均衡算法进行解码, 如置零(ZF), 线性最小均方误差(LMMSE)和最大后验概率/最大似然(MAP/ML)算法等^[6, 3, 4]. 结合线性预编码解码和纠错编码解码, 本文提出了一种 LP-OFDM 系统的迭代接收机, 该迭代接收机采用基于 LMMSE 准则的 turbo 均衡算法及其简化方法, 具有很低的计算复杂度. 本文同时还提出通过使用长度不小于等效离散时间信道的时延扩展长度的线性预编码器和迭代接收机, 可获得完全的频率分集增益, 将多径信道转化为无多径干扰的加性高斯白噪声信道(AWGN).

2 系统描述

采用线性预编码的 OFDM 系统如图 1 所示. 用户 k 的 1 帧数据 $b_i^{(k)}$ 经过标准的纠错编码, 交织和调制后, 进行串并转换, 得到在第 n 个 OFDM 符号发射的 M 维发射符号矢量

$t_n^{(k)}, t_n^{(k)} = [t_n^{(k)}(1), t_n^{(k)}(2), \dots, t_n^{(k)}(M)]^T$, 其中 $1 \leq n \leq N$, 每个用户的 M 可以是不一样的, 为了简化公式表述我们统一用 M 来表示. 在本文的讨论中采用无冗余的线性预编码^[3], 即预编码矩阵 $(^{(k)})$ 为一个 $M \times M$ 阶方阵, 那么该用户占用的子载波数量也是 M 个, 通常有

$$(^{(k)}) (^{(k)})^H = I_M \quad (1)$$

对于有冗余的线性预编码^[4], $(^{(k)})$ 为一个 $M \times M_c$ 阶矩阵, $M_c > M$, 但不影响本文公式的推导. $t_n^{(k)}$ 经过该线性变换后仍然为 M 路并行数据, 表示为 $s_n^{(k)} = (^{(k)}) t_n^{(k)}$. $s_n^{(k)}$ 经过子载波映射模块分配到该用户的 M 维子载波集上.

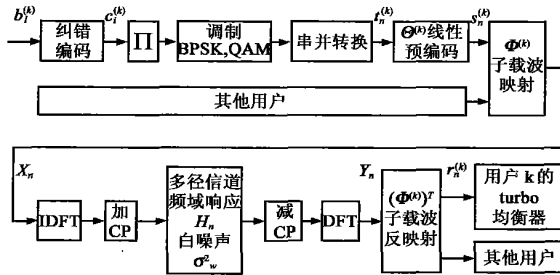


图1 采用线性预编码的OFDM系统

对于 $M = 8$ 和 BPSK 调制, 文献[3]中的线性预编码器可表示为 $(^{(k)}) = F_{8 \times 8} U$, 其中 $F_{8 \times 8}$ 是一个 8 阶的 DFT 矩阵, $U = \text{Diag}(1, e^{jP/8}, e^{j2P/8}, \dots, e^{j7P/8})$ 是一个对角矩阵, 其对角元素是通过完全搜索算法得到的最优值^[3]. 线性预编码器的长度为 M , 则两个不同的编码矢量在 M 维上都不同, 也即具有最大分集增益 M ^[5].

用户 k 的数据到 OFDM 子载波的映射可以用一个 $p \times M$ 阶选择矩阵 $5^{(k)}$ 表示, 其中 p 为 OFDM 的 IDFT 的阶数即子载波总数, $5^{(k)}$ 每列有一个 1, 表示该列对应的用户数据映射到 1 所在行对应的子载波, 其余元素为 0. 所有用户的频域信号的迭加可表示为, $X_n = \sum_{k=1}^K 5^{(k)} (^{(k)}) t_n^{(k)}$. 最后通过 IDFT 变换成时域信号, 并加上循环前缀, 转换成模拟信号并经过滤波后发射出去. 因为各用户的选择矩阵没有重叠, 所以所有用户的发射信号正交, 这种多址方式也可称为正交频分复用多址 (OFDMA). 容易验证用户 k 的反映射矩阵就是映射矩阵 $5^{(k)}$ 的转置 $((5^{(k)})^T)$. 在接收端, 假设在理想定时同步和频率同步的条件下, 可以得到 DFT 之后用户 k 的接收信号为

$$\begin{aligned} r_n^{(k)} &= (5^{(k)})^T Y_n = (5^{(k)})^T H_n X_n \\ &= (5^{(k)})^T H_n \left[\sum_{k=1}^K 5^{(k)} (^{(k)}) t_n^{(k)} \right] + W_n^{(k)} \\ &= (5^{(k)})^T H_n 5^{(k)} t_n^{(k)} + W_n^{(k)} = H_n^{(k)} (^{(k)}) t_n^{(k)} + W_n^{(k)} \quad (2) \end{aligned}$$

其中 $H_n^{(k)}$ 为用户 k 对应子载波上的信道频率响应组成的对角矩阵, $W_n^{(k)}$ 为对应的加性白噪声矢量, $E[W_n^{(k)} W_n^{(k)H}] = R_{W_n}^{(k)}$. 为提高公式的可读性我们省略上标 k , 式(2)改写为

$$r_n = H_n(t_n + W_n) \quad (3)$$

有很多方法可以从 r_n 估计发射符号矢量 t_n , 常用的有 ZF, LMMSE 和 MAP/ML 算法等^[6], 本文提出将发射符号估计和纠

错解码结合起来, 形成类似单载波 Turbo 均衡的迭代接收机.

3 迭代接收机

图2给出了使用迭代方法的接收机框图, 图中均衡器也可以采用 MAP/ML 均衡算法, 但其复杂度随线性预编码器的长度而指数增加, 为了降低复杂度我们采用 LMMSE 准则设计该均衡器. LP2OFDM 系统的迭代接收机遵循了单载波系统 LMMSE Turbo 均衡^[7]的思路, 但具有独特的 OFDM 块处理的特点.

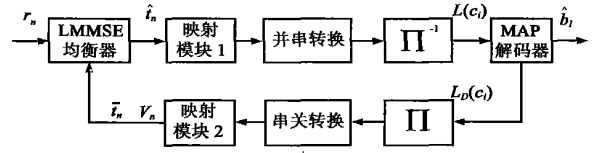


图2 迭代接收机

3.1 Turbo 均衡算法

LMMSE 均衡器根据 t_n 的先验信息 (t_n 的均值和方差) 和接收信号 r_n 计算发射符号矢量 t_n 的估计 \hat{t}_n . \hat{t}_n 可视为均衡器输出的额外信息. \hat{t}_n 经过一系列处理后作为先验信息 $L(c_i)$ 输入到 MAP 解码器, MAP 解码器计算后验概率并且输出额外信息 $L_D(c_i)$, $L_D(c_i)$ 是后验概率和先验信息 $L(c_i)$ 的差值. $L_D(c_i)$ 经过一系列处理后作为 t_n 的均值和方差输入 LMMSE 均衡器, 均衡器利用该信息得到更加准确的估计 \hat{t}_n , 开始新一轮迭代. 实现 Turbo 迭代接收的关键是将 \hat{t}_n 视为估计器输出的额外信息, 通过估计器和 MAP 解码器反复迭代, 交换额外信息, 提高了系统性能, 这种方法符合单载波下的 Turbo 均衡^[7]的原则. 迭代终止后 MAP 解码器输出最后的解码数据比特 \hat{b}_1 .

在接收机中交织器的作用是很关键的, 它将 LMMSE 估计器和 MAP 解码器输出中的相邻符号间的相关错误分散, 使通过 Turbo 迭代方法提高系统性能成为可能. 对于解码, 我们采用具有最优 BER 特性的 MAP 方法, 对于 BPSK 调制,

$$L_D(c_i) = \ln \frac{P(c_i = +1 | L(c_i), \dots, L(c_{NM}))}{P(c_i = -1 | L(c_i), \dots, L(c_{NM}))} - \ln \frac{P(c_i = +1)}{P(c_i = -1)}$$

迭代终止时 MAP 解码器输出数据比特,

$$\hat{b}_1 = \arg \max_{b_1 \in \{0,1\}} P(b_1 = b_1 | L(c_i), \dots, L(c_{NM})) \quad (4)$$

映射模块 1 将 LMMSE 均衡器的线性输出转换为可以输入 MAP 解码器的对数似然比. 映射模块 2 将 MAP 解码器以对数似然比形式输出的额外信息转换为发射符号的均值和方差 $t_n = [t_n(1), \dots, t_n(M)]^T = [E(t_n(1)), \dots, E(t_n(M))]^T$. $V_n = \text{Diag}(v_n(1), \dots, v_n(M)) = \text{Diag}(\text{Cov}(t_n(1)), \dots, \text{Cov}(t_n(M)))$ 然后输入 LMMSE 均衡器. 因为篇幅的原因不详述这两个映射模块, 读者可参考文献[7].

3.1.2 LMMSE 均衡器

根据信号检测和估计理论和(3)式, 已知待估计量的均值和方差的 LMMSE 估计可表示为,

$$\hat{t}_n(m) = t_n(m) + c_{n,m}^H (r_n - H_n(t_n)) \quad (5)$$

其中 $c_{n,m}$ 是长为 M 的复列矢量

$$\begin{aligned} c_{n,m} &= \text{Cov}(r_n, r_n)^{-1} \text{Cov}(r_n, t_n(m)) \\ &= (R_w^2 I_M + H_n(V_n(H_n)^H)^{-1}(H_n)_m) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $(H_n)_m$ 为矩阵 H_n 的第 m 列。

为了让均衡器只输出额外信息,在对 $t_n(m)$ 进行估计时,不能直接利用 $t_n(m)$ 的先验信息 $t_n(m)$ 和 $v_n(m)$,而是用 0 和 1 来替代(5)式和(6)式中的 $t_n(m)$ 和 $v_n(m)$,因此可以用 $t_{n,m} = (t_n(1), \dots, t_n(m-1), 0, t_n(m+1), \dots, t_n(M))^T$ 和 $V_{n,m} = (v_n(1), \dots, v_n(m-1), 1, v_n(m+1), \dots, v_n(M))^T$ 将(5)式改写为,

$$\begin{aligned} \hat{t}_n(m) &= c_{n,m}^H(r_n - H_n(t_{n,m})) \\ &= c_{n,m}^H(r_n - H_n(t_n + t_{n,m}))(H_n)_m \\ &= t_n(m) c_{n,m}^H(H_n)_m + c_{n,m}^H(r_n - H_n(t_n)) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } c_{n,m} &= [R_w^2 I_M + H_n(V_{n,m}(H_n)^H)^{-1}(H_n)_m] \\ &= [R_w^2 I_M + H_n(V_n(H_n)^H + (1 - v_n(m))(H_n)_m) \\ &\quad (H_n)_m^H]^{-1}(H_n)_m \end{aligned} \quad (8)$$

对每一个 $t_n(m)$, 计算 $c_{n,m}$ 都意味着要进行一次 $M \times M$ 阶矩阵的求逆,对于 M 比较大的情况,其计算量难以承受。考虑在迭代的阶段使用不同的固定值来替代 V_n ,可以得到如下的简化算法。

对于开始的几次迭代, $v_n(1), \dots, v_n(M)$ 的平均值较大时,可用 1 替代它们, $c_{n,m}$ 可以得到化简,

$$c_{n,m} = (R_w^2 I_M + H_n(H_n)^H)^{-1}(H_n)_m \quad (10)$$

考虑到 $c_{n,m}^H(H_n)_m = A_n$ 的结果与下标 m 无关,还有 OFDM 信号块处理的特点,式(7)可合并为矢量表示式如下,

$$t_n = A_n t_n + C_n^H(r_n - H_n(t_n)) \quad (11)$$

其中 C_n 为 $M \times M$ 阶矩阵,

$$C_n = (c_{n,1}, c_{n,2}, \dots, c_{n,M}) = (R_w^2 I_M + H_n(H_n)^H)^{-1} H_n \quad (12)$$

称为简化方式 I, 利用式(1), $H_n(H_n)^H = H_n H_n^H$ 为对角矩阵,矩阵求逆大大简化了。

对于以后的几次迭代, $v_n(1), \dots, v_n(M)$ 的平均值较小时,可用 0 替代它们,

$$c_{n,m} = (R_w^2 I_M + (H_n)_m(H_n)_m^H)^{-1}(H_n)_m \quad (13)$$

使用对任意向量 s 成立的矩阵等式 $(R_w^2 I + s s^H)^{-1} s = (R_w^2 + s^H s)^{-1} s$, 得到

$$C_{n,m} = (R_w^2 + (H_n)_m^H (H_n)_m)^{-1} (H_n)_m \quad (14)$$

考虑到 $(H_n)_m^H (H_n)_m = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |H_n(m, m)|^2 = E_{H_n}$ 与下标 m 无关,得到

$$c_{n,m} = (R_w^2 + E_{H_n})^{-1} (H_n)_m \text{ 和 } C_n = (R_w^2 + E_{H_n})^{-1} H_n, \quad (15)$$

称为简化方式 II。在每次均衡计算前根据 $v_n(1), \dots, v_n(M)$ 的平均值选择简化方式 I 或简化方式 II 的方法首先在文献[7]中被提出,在单载波通信系统的 turbo 均衡中该方法在低信噪比时的收敛性不佳,我们把这种方法用于 LP2OFDM,下节仿真显示其低信噪比时的收敛性大大提高了。LP2OFDM 采用这种简化算法具有很低的计算复杂度,每个发射符号的计算量为 $O(M)$ 量级,甚至低于采用单载波通信系统的简化 LMMSE turbo 均衡[7]。

4 仿真和性能评估

4.1 在多条慢衰落信道中的性能

在仿真中,纠错编码采用了编码速率为 1/2 的卷积编码,两种约束长度 K 和对应生成多项式,分别是 $K=7$ 的 [171₈, 133₈] 和 $K=3$ 的 [5₈, 7₈], 调制采用了 BPSK 方式,64 阶 IDFT/DFT。帧长和交织器长度为 2048 个编码后符号,交织器采用随机交织器。线性预编码器见本文第 2 节,分配了 8 个均匀分布的子载波。每帧进行 14 次迭代处理。

我们首先仿真了 LP2OFDM 迭代接收机在多条慢衰落信道中的性能。该信道具有指数衰减的功率时延剖面,由 8 条独立的瑞利衰落的传输路径组成,时延为 1 的路径的功率为 $R^2 = 10^{-1}$, $l=0, \dots, L-1$, 其中 $L=8$ 。每条径的功率在一帧的时间内保持固定,在下一帧则根据瑞利衰落跳到另外一个独立的值,每条径的相位服从独立均匀分布。假设理想信道估计,接收端已知信道信息。

为进行性能的比较,同时还仿真了在该信道下的同样编码的 COFDM 系统和无多径干扰的 AWGN 信道下的同样编码的 BPSK 系统。BPSK 系统在 AWGN 信道中的性能是 turbo 均衡方法误码率性能的匹配滤波器下界,也称为 AWGN 下界。仿真结果如图 3 所示,采用 [5, 7] 和 [171, 133] 编码的 LP2OFDM 迭代接收机性能都能达到 AWGN 下界。采用 [5, 7] 编码 LP2OFDM 迭代接收机性能接近采用 [171, 133] 编码的 COFDM 系统,与 [5, 7] 编码的 COFDM 相比在 10^{-6} 误码率情况下有至少 6dB 的增益。而 [5, 7] 编码的 LP2OFDM 在接收机只进行一次均衡和解码条件下的性能(在图 3 中用 [5, 7] LP2OFDM non-iterative 表示)与 [5, 7] 编码的 COFDM 系统相近,迭代处理的增益是很明显的。

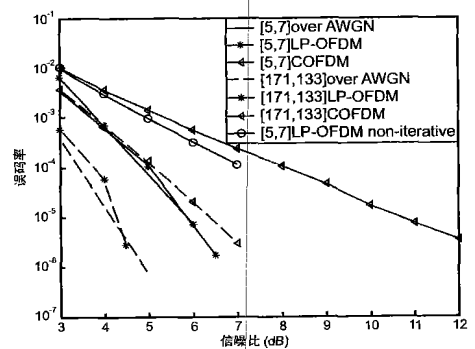


图 3 在慢衰落信道中的仿真性能

4.2 收敛特性

为了研究迭代接收机的收敛特性,我们还仿真了系统在固定信道下的性能,仿真使用的信道采用了文献[6]和[7]中的多径信道,其离散时间冲击响应可表示为 $h(1) = 0.227D(1) + 0.46D(1-1) + 0.668D(1-2) + 0.46D(1-3) + 0.227D(1-4)$, 这个信道的多径干扰很强,能充分显示迭代算法的处理增益。

从图 4 的 [5, 7] LP2OFDM 的迭代和非迭代接收机的性能可以看到,迭代处理的增益更大更明显。图 4 还显示了与文献[7]中的 [5, 7] 编码的单载波系统的 LMMSE turbo 均衡的性能

的比较,在低信噪比条件下,LP2OFDM 具有更好的收敛特性,在高信噪比条件下,二者性能近似,都能接近 AWGN 下界.[171,133]编码的 LP2OFDM 迭代接收在信噪比大于 6dB 时趋向收敛,收敛之后的性能优于[5,7]编码的系统.LP2OFDM 迭代接收的优异收敛特性也可以用 EXIT 图技术^[7]来验证,限于篇幅不再详述.

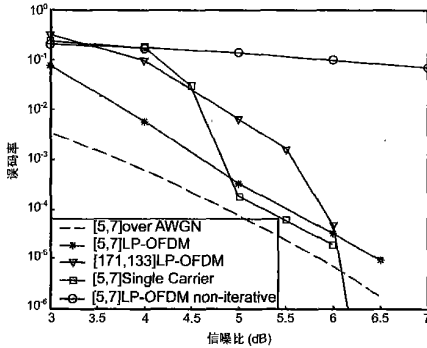


图 4 在固定信道中的仿真性能

4.3 分集增益

由文献[4]可知长度为 L 的多径信道能提供的最大频率分集增益为 L ,所以我们取线性预编码器长度 $M \setminus L$ 来获得最大的频率分集增益.每个用户的 M 个子载波均匀分布在所有 p 个 OFDM 子载波中,所以有

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M |H_n^{(k)}(m, m)|^2 = \sum_{l=0}^{L-1} |h(l)|^2$$

这样可以保证每个用户都能得到信道能提供的平均接收信号能量.前述仿真结果证明如此设计的 LP2OFDM 系统迭代接收机可以完全利用多径提供的分集增益,将多径信道转化为 AWGN 信道.

5 结论

本文提出的 LP2OFDM 低复杂度迭代接收机具有良好的

收敛性,通过采用长度足够大的线性预编码器和均匀分配子载波,性能上能接近 AWGN 下界,大大超过同样编码的 COFDM 系统.与相同性能的 COFDM 系统相比,采用迭代接收机的 LP2OFDM 系统只需要复杂度低得多的纠错编码.

参考文献:

- [1] S Abeta, H Atarashi, M Sawahashi, F Adachi. Coherent multicarrier/ DS-SSCDMA and MC-SSCDMA for broadband packet wireless [A]. Proc IEEE VTC 2000/ Spring [C]. Tokyo, Japan: IEEE, 2000, 1918- 1922.
- [2] V Nangia, K L Baum. Experimental broadband ofdm system field results for ofdm and ofdm with frequency domain spreading [A]. Proc IEEE VTC 2002/ Fall [C]. Boston, USA: IEEE, 2000, 223- 227.
- [3] D L Goeckel, G Ananthaswamy. On the design of multidimensional signal sets for OFDM systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(3): 442- 452.
- [4] Z Wang, G B Giannakis. Linearly precoded or coded OFDM against wireless channel fades [A]. Proc of 3rd IEEE SPAWC [C]. Taoyuan, Taiwan: IEEE, 2001. 267- 270.
- [5] J Boutros, E Viterbo. Signal space diversity: A power and bandwidth efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel [J]. IEEE Transactions on Information Theory 1998. 44(2): 1453- 1467.
- [6] J Proakis. Digital Communications, 3rd ed [M]. Chapter 10. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [7] M Tuchler, R Koetter, A C Singer. Turbo equalization: principles and new results [J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(5): 754- 767.

作者简介:

屈代明 男,1972 年 7 月生,1994 年毕业于中国科学技术大学无线电电子学系,目前在华中科技大学电子与信息工程系通信与电子系统专业任教师,主要研究领域为 OFDM,均衡,通信中的数字信号处理等.