

基于相位控制的混沌同步

蔡新国¹, 罗锡璋¹, 丘水生², 刘颖东³

(11 中山大学电子与通信工程系, 广东广州 510275; 21 华南理工大学电子与通信工程系, 广东广州 510640;
31 宁夏科技信息研究所, 宁夏银川 750001)

摘 要: 在本文中, 将介绍一种基于相位控制的混沌同步方法, 就是在相空间中当收发两端的相轨到达事先设置的一些庞加莱截面时, 对系统收发两端的相位差和状态差进行取样, 经过将取样结果进行处理后, 对系统接收端的相位和状态进行调整以达到整个混沌同步系统的同步目的. 在文中, 将利用蔡氏电路作为系统模型, 对这种混沌同步方法进行详细的研究, 同时也将给出系统的计算机仿真结果.

关键词: 混沌; 相位控制; 蔡氏电路; 同步

中图分类号: TN918 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 08-1213-04

Chaotic Synchronization Based on Phase Control

CAI Xin¹guo, LUO Xi¹zhang, QIU Shu²sheng, LIU Ying³dong

(11 Dept. of Electronic Engineering, Zhongshan University, Guangzhou Guangdong 510275, China;
21 Dept. of Electronic Engineering, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China;
31 Ningxia Information Institute of Science and Technology, Yinchuan Ningxia 750001, China)

Abstract: In this paper, we will present a kind of chaotic synchronization method using phase control. In this method, the phase and state errors between the sending and the receiving ends are sampled when the traces in the phase space of sending and receiving ends reach the Poincare planes set in advance. After processing, the sampled data are used to control the phase and state of receiving end so that the system gets synchronization. In this paper, the Chua's circuit will be used as system model to study this kind of synchronization method in details, and we also present the simulation results of the system.

Key words: chaos; phase control; Chua's circuit; synchronization

1 引言

近年来, 由于同步是混沌通信的关键, 混沌系统同步的研究成为科研的热点, 并且已经取得了很大的进展. 混沌同步的方法有很多种[1~8], 包括驱动²响应混沌同步、主动²被动同步方法、基于相互耦合的同步方法、连续变量反馈同步方法、自适应控制同步方法、脉冲同步方法和相位同步方法^[7,8]等. 对于混沌系统, 同步的基本准则是要求系统的系统所有条件李雅普诺夫指数(Condition Lyapunov exponents)均为负, 这样就可以使两个参数相近的混沌系统在相空间中的轨迹随着时间的演化而趋于一致, 也就是两个混沌动力系统的混沌状态相互逼近, 从而达到两个系统的同步^[1,2]. 在单个混沌系统中, 由于正值的李雅普诺夫指数的作用, 系统状态随时间的演化非常剧烈, 并且对系统的初始条件非常敏感, 所以在这种情况下, 混沌系统的同步特性被认为是非常重要的.

在这里, 我们将对基于相位控制的混沌同步方法进行研究. 基于相位控制意味着对混沌系统进行控制, 使得在相空间

中, 两个混沌系统的相轨到达同一庞加莱截面^[9](Poincare Plane)的时间逐渐趋于一致(即时间控制), 也就是使相位逐渐达到同步. 在进行相位控制的同时, 如果根据两系统相轨到达同一庞加莱截面时的位置误差对系统的参数进行调整, 使得两轨迹穿越这一庞加莱截面的位置之差逐渐缩小(即位置控制), 那么, 两个混沌系统将达到真正意义上的同步.

2 相位控制混沌同步的基本理论

对于一个混沌同步系统(F_S, F_R), F_S 代表发送端系统, F_R 代表接收端系统. 如果在一个基频周期内分别在发送系统和接收系统相空间中, 等间隔地沿着相轨方向各设置 n 个庞加莱横截面平面 $\#S_1, \#S_2, \dots, \#S_n$ 和 $\#R_1, \#R_2, \dots, \#R_n$, 当收发两端轨线分别到达平面 $\#S_k$ 和 $\#R_k$ 时, 根据到达的时间差和位置差对系统进行调节, 使得到达下一个庞加莱截面的时间差和位置差得到减小, 这样继续下去, 收发两端混沌系统将逐渐达成同步. 如果设置的庞加莱截面数量无限大, 也就是截面设置间隔趋于零, 这时同步系统就演化为连续反馈控制同步.

对于相位控制混沌同步, 控制反馈环路包括两个部分, 即相位(时间)控制环路和系统参数控制环路, 时间控制环路就是根据计算出的到达庞加莱截面的时间差, 去调整接收端系统的时间比例因子, 从而达到控制相位差的目的, 在实际系统中就是调整系统状态方程微分部分的比例因子. 系统参数控制环路就是根据收发两端相轨穿越庞加莱截面的位置差, 来调整接收端系统的某些系统参数, 以减小轨线穿越下一个截面的位置差.

考虑下面混沌同步系统的微分状态方程

$$\begin{cases} \dot{X}^S = F(X^S, P^S) \\ \dot{X}^R = F(X^R, P^R) \end{cases} \quad (1)$$

X^S 和 X^R 分别为发送端和接收端的状态变量, P^S 和 P^R 分别为发送端和接收端的系统参数, S^S 和 S^R 则分别为发送端和接收端的时间比例因子.

对于同步系统相位控制环路, 在收发两端相空间中, 如果相轨分别到达各自的第 n 个庞加莱截面的时刻为 $t^S(n)$ 和 $t^R(n)$, 则时间差为:

$$S t = t^R(n) - t^S(n)$$

用以上这个时间差可以计算出接收端相轨到达第 $n+1$ 个庞加莱截面时的时间比例因子 $S^R(n+1)$:

$$S^R(n+1) = T(S t)$$

$T()$ 为时间控制函数. 对于系统的系统参数控制环路, 如果同步耦合变量为 x , 那么在收发两端相空间中, 相轨分别到达各自的第 n 个庞加莱截面的位置为 $x^S(n)$ 和 $x^R(n)$, 则位置差为:

$$S x = x^R(n) - x^S(n)$$

用这个位置差可以计算出接收端相轨到达第 $n+1$ 个庞加莱截面对接收端系统参数进行调整的控制变量 $c(n+1)$ 和调整后的接收端系统参数 $P^R(n+1)$:

$$c(n+1) = D(S x)$$

$$P^R(n+1) = P^R(n) + c(n+1) = P^R(n) + D(S x)$$

$D()$ 为位置控制函数. 综合上面的相位控制环路和系统参数控制环路的结果, 可得到接收端相轨到达第 $n+1$ 个庞加莱截面时接收端系统的状态变量:

$$S^R(n+1) \dot{X}^R = F[X^R, P^R(n+1)] \quad (2)$$

3 基于蔡氏电路的相位控制混沌同步

蔡氏电路是电子及通信领域的混沌研究中一个非常典型的系统, 其混沌吸引子相图如图 1 所示, 它虽然具有非常简单的结构, 但却能够产生出包括分岔、单涡旋和双涡旋在内的复杂混沌行为. 下面是蔡氏电路的状态方程:

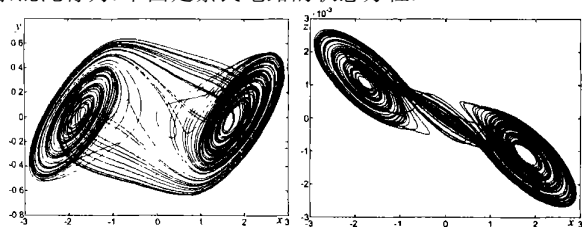


图 1 蔡氏电路的混沌吸引子

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[\frac{1}{R} (V_2 - V_1) - f(V_1) \right] \\ \frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{C_2} \left[\frac{1}{R} (V_1 - V_2) + I_3 \right] \\ \frac{dI_3}{dt} = -\frac{1}{L} V_2 \end{cases}$$

在上式中, $f(V_1) = G_b V_1 + \frac{1}{2} (G_a - G_b) [|V_1 + 1| - |V_1 - 1|]$.

对于基于蔡氏电路的相位控制同步系统可用下列微分状态方程表示, 那么, 发送端状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_S = [(y_S - x_S)/R - f(x_S)]/C_1 \\ \dot{\hat{y}}_S = [(x_S - y_S)/R + z_S]/C_2 \\ \dot{\hat{z}}_S = -y_S/L \end{cases}$$

接收端微分状态方程可表示为:

$$\begin{cases} S(n) \# h[t - t(n)] \# \dot{\hat{x}}_R = [(y_R - x_R)/R - f(x_R)]/C_1 \\ \quad - k \# h[t - t(n)] \# [x_R(n) - x_S(n)] \\ S(n) \# h[t - t(n)] \# \dot{\hat{y}}_R = [(x_R - y_R)/R + z_R]/C_2 \\ S(n) \# h[t - t(n)] \# \dot{\hat{z}}_R = -y_R/L \end{cases}$$

以上各式中, $f(x) = G_b x + \frac{1}{2} (G_a - G_b) [|x + 1| - |x - 1|]$ 为非线性函数, $h(t)$ 是时间 t 的衰减函数; 在本同步系统的发送端, 相位控制因子取值为 1, 接收端相位控制因子为 S .

从接收端的状态方程可以看出, 当相轨到达第 n 个庞加莱截面时, 经过计算所得到与发送端的相位差, 进而再得到接收端相位控制因子为 $S(n)$, 这个相位控制因子在从第 n 个到第 $n+1$ 个庞加莱截面的整个期间都起作用, 只不过 $S(n)$ 的作用由于衰减函数 $h(t)$ 的作用随着时间的增加而逐渐减小. 同样, 在系统参数的控制也受衰减函数 $h(t)$ 的影响. 当相轨到达第 $n+1$ 个庞加莱截面时, 所有控制变量将被重新置位, 新一轮控制周期又重新开始, 这样周而复始, 整个混沌同步系统最终将达到同步.

4 相位控制混沌同步的仿真

在相位混沌同步的仿真中, 仍采用蔡氏电路作为系统模型, 仿真软件采用 MATLAB. 在仿真系统中, 蔡氏电路混沌系统所选取的元件值为:

$$G_b = -0.3965 \text{ mS}; G_a = -753 \text{ mS}; R = 16808;$$

$$L = 18 \text{ nH}; C_1 = 10 \text{ nF}; C_2 = 100 \text{ nF};$$

在仿真中最重要的是庞加莱截面位置的选取, 在这里首先在混沌波形的基波上下峰值处. 在这样截面选取下的初步仿真结果如图 2 所示, 图 2(a) 为收发两端的波形, 图 2(b) 为同步误差信号波形, 图 2(c) 为系统稳态时的同步相图. 可见, 这种情况下系统的同步效果不是很理想, 而且在系统取得同步后, 还会出现失同步的形象, 不过在波形的整体轮廓上同步的趋势还是十分明显的.

为了改善系统的同步效果, 在初步仿真的基础上, 再在混沌系统的键带部分选取几个庞加莱截面. 根据混沌系统的键带理论(混沌吸引子的细胞模型理论)^[10], 键带是混沌系统在相空间中连接涡旋的部分. 对于混沌吸引子来说, 键带既可能

是两个不同涡旋的连接部分,也可能是同一涡旋的连接部分. 由于混沌系统的不稳定性就是键带造成的,所以对键带部分

的同步控制就成为同步成败的关键,因此在键带处选取庞加莱截面就是基于这样的考虑.

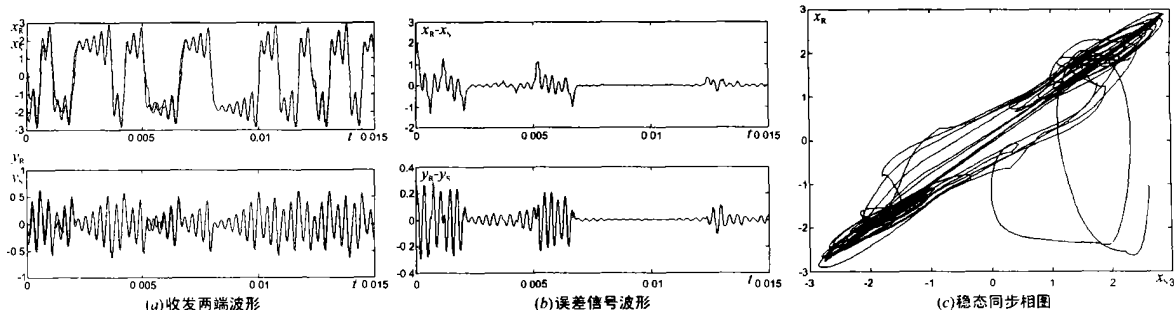


图 2 混沌相位同步的初步仿真结果

经过仿真得到了同步系统最后的仿真结果. 混沌相位控制同步系统的仿真结果如图 3- 图 4 所示,图 3(a) 为收发两端的波形,图 3(b) 为同步误差信号波形,图 3(c) 为稳态时收

发两端的波形,图 4(a) 为接收端吸引子,图 4(b) 为系统启动时的同步相图,图 4(c) 为系统稳态时的同步相图.

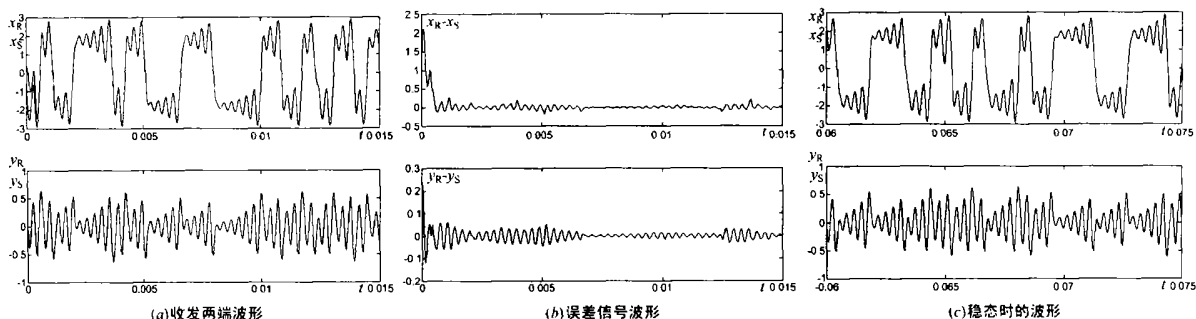


图 3 混沌相位同步仿真的波形

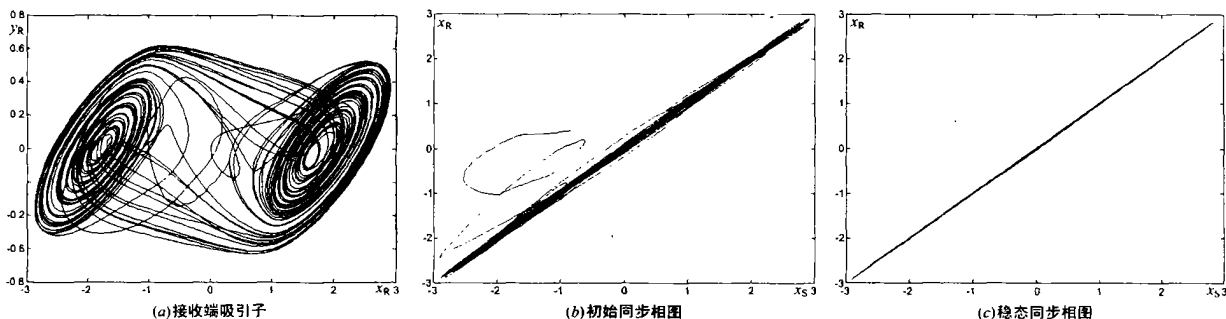


图 4 混沌相位同步仿真的接收端吸引子及同步相图

通过在混沌吸引子的键带处设置庞加莱截面,使整个同步系统的同步效果得到了根本的改善,特别是在系统稳态时达到系统的理想同步状态.从仿真中可以看到,基于相位控制的混沌同步方法能够有效地使同步系统接收端与发送端之间保持良好的同步关系.从本质上来讲,混沌相位同步属于离散耦合式的同步,系统接收端只是在相轨到达庞加莱截面时获取与发送端的相位差和耦合信号差以对接收端系统进行调整.另外,从仿真结果中可以使混沌吸引子键带在混沌同步中的重要性得到证实,也就是只要混沌键带部分能够同步,那么整个混沌同步系统就能够保持同步.

5 结论

本文介绍了一种利用相位控制的概念对混沌系统进行同步的方法,这种方法充分利用了微分动力学中庞加莱截面的理论和混沌吸引子的细胞模型理论,使这种方法具有非常明显的特点,同时取得了较为满意的同步效果.在本文中,结合蔡氏电路系统对基于相位控制的混沌同步进行了仿真研究,证明了这种同步方法的可行性,并取得了良好的计算机仿真结果.这种方法简单明了,为混沌同步研究领域开辟了一个新途径.

参考文献:

- [1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic circuits [J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(8): 821- 824.
- [2] Pecora L M, Carroll T L. Driving systems with chaotic signals [J]. Phys Rev A, 1991, 44(4): 2374.
- [3] T Kapitaniak, et al. Experimental synchronization of chaos using continuous control [J]. Int J of Bifur Chaos, 1994, 4(2): 483- 488.
- [4] 钟国群. 蔡氏电路混沌同步保密通讯 [J]. 电路与系统学报. 1996, 1(1): 19.
- [5] 尹元昭. 混沌同步和混沌保密通讯的实验研究 [J]. 电子科学学刊. 1998, 20(1): 93- 97.
- [6] 蔡新国, 丘水生. 混沌系统的脉冲式同步的研究 [J]. 桂林电子工业学院学报, 1999, 19(2):
- [7] A Volkovskii. Synchronization of chaotic systems using phase control [J]. IEEE Trans on CASI. 1997, 44(10): 913- 917.
- [8] M G Rosenblum, A S Pikovsky, J Kurths. Phase synchronization in driven and coupled chaotic oscillators [J]. IEEE Trans on CASI. 1997, 44(10): 874- 881.
- [9] Silva C. Shilnikov theorem 2 a tutorial [J]. IEEE Trans on CASI. 1993, 40(10): 675- 682.
- [10] 丘水生. 奇异吸引子的细胞模型建立 [J]. 华南理工大学学报, 1996, 24(6): 134.

作者简介:



蔡新国 男, 1966 年 10 月生于宁夏, 1999 年毕业于华南理工大学电子与通信工程系, 获博士学位, 中山大学博士后, 主要研究方向为混沌及保密通信、功率电子学等。