

双正交重叠变换的整数实现算法与图像压缩

钟广军¹, 成礼智², 陈火旺¹

(1. 国防科技大学计算机学院, 湖南长沙 410073; 2. 国防科技大学理学院, 湖南长沙 410073)

摘 要: 本文利用提升原理, 以二进制整数 DCT 为基础, 提出了双正交重叠变换的整数实现算法, 其计算只需要少量的移位和加法运算, 因而软件实现和硬件实现都非常简单. 实验结果表明, 它是一种有效的图像压缩变换, 压缩质量大大超过了运算量更多的近似二进制整数小波变换和 DCT, 与 Daubechies 9/7 小波也非常接近.

关键词: 图像压缩; DCT; 双正交重叠变换; 小波变换; 快速计算

中图分类号: TN917 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 11-1499-04

Integer Algorithm of Lapped Biorthogonal Transform and Image Compression

ZHONG Guang jun¹, CHENG Li zhi², CHEN Huo wang¹

(1. School of Computer, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

2. School of Science, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: This paper describes the implementation of integer lapped biorthogonal transform (binLBT) using lifting scheme and binDCT. The implementation is in the forms of shifts and adds, so it is very fit for software and hardware implementations. Image coding experiments show that the binLBT is far superior to the DCT and the binary digit 9/7 wavelet which needs more operations, moreover, in subjective coding performance the binLBT is very competitive with the 9/7 tap biorthogonal wavelet.

Key words: image compression; DCT; biorthogonal lapped transform; wavelet transform; fast computation

1 引言

离散余弦变换(DCT)自被提出后, 由于其良好的去除数据相关能力和低计算复杂性的特点, 已被采纳为图像压缩和视频压缩标准的主要变换. 但当比特率低时, 用 DCT 压缩块效应就很明显. 为了改善低比特率时压缩图像的质量, H. S. Malvar 等在 DCT 基础上提出了正交重叠变换(LOT)^[1]和双正交重叠变换(LBT)^[2], 对许多图像, LBT 的压缩效果有时甚至要好于 Daubechies 9/7 小波^[3].

但是 DCT, LOT 和 LBT 的计算, 一般都要用到乘积运算和浮点运算. 在手持式设备中实现它们会大幅度提高成本. 为此, Tran^[4], Chen^[5]等人提出了只用移位和加法运算近似实现 DCT 的算法, 其主要优点是计算代价特低, 如: 文献[4]的二进制整数 DCT(binDCT)的正变换算法每 8 个点只需要 31 次加法和 14 次移位, 而 DCT 的完整实现需要 29 次浮点加法和 13 次浮点乘法, 但 binDCT 的压缩效果比 DCT 低 0.04dB~0.4dB. 由此可见, binDCT 具有计算复杂性低的优点, 但由于具备块效应固有缺点, 因此它的压缩效果并不好.

为了克服 binDCT 的块效应, 同时保持其计算简单的优点, 作者首次对双正交重叠变换的整数实现进行了研究. 以 LBT 为蓝本, 提出了双正交重叠变换的快速整数实现算法(binLBT), 实验表明, 采用 binLBT 压缩后恢复的图像, 块效应

有了明显的消除, 压缩效果远远好于 binDCT.

文章第 2 节仔细分析了 LBT, 第 3 节描述了用提升原理^[6,7]构造 binLBT 的方法, 并给出了 binLBT 的计算流程图, 第 4 节通过实验给出了 binLBT 的图像压缩性能, 最后是结论.

2 双正交重叠变换

普通的块变换在把输入信号分块后, 块与块之间相互独立地作变换运算, 而且其变换矩阵是方阵, 即输出数与输入数相等. 而在重叠式变换中, 信号在被分块之后, 每块信号需要和相邻块的部分信号一起做变换运算, 因此其变换矩阵的输出数 M 和输入数 L 一般不等, 通常的取法是 $L = 2M$.

重叠式变换的核心是它的变换矩阵, 因此首先需要对重叠式变换的变换矩阵进行描述. H. S. Malvar^[2]将双正交重叠变换的变换矩阵定义为

$$P_{LBT} = \begin{bmatrix} I_{M/2} & 0 \\ 0 & \tilde{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_e - \gamma D_o & J_{M/2}(D_e - \gamma D_o) \\ D_e - \gamma D_o & -J_{M/2}(D_e - \gamma D_o) \end{bmatrix}$$

其中: γ 为阶对角矩阵 $\gamma = \text{diag}(\sqrt{2}, 1, 1, \dots, 1)$; D_e 是由 M 阶 DCT 矩阵的第偶数行($i = 0, 2, \dots, M-2$)向量组成的 $M/2 \times M$ 阶矩阵; D_o 是由 M 阶 DCT 矩阵的第奇数行($i = 1, 3, \dots, M-1$)向量组成的 $M/2 \times M$ 阶矩阵; \tilde{Z} 为待定的阶的 $M/2$ 正交矩阵^[1]; $I_{M/2}$ 为 $M/2$ 阶的单位矩阵, $J_{M/2}$ 为 $M/2$ 阶的倒序矩阵, 即 $J_N = (a_{ij})_{N \times N}$, 若 $i+j = N-1$ 则 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$.

当 M 较大时, LBT 的计算复杂度势必增大, 因此在用作图像压缩变换时一般取 $M=8$, 此时 \tilde{Z} 可以定义为 3 个 4 阶矩阵的乘积, 即 $\tilde{Z}=T_0T_1T_2$, 其中

$$T_0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_0 & \sin\theta_0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta_0 & \cos\theta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_1 & \sin\theta_1 & 0 \\ 0 & -\sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ 0 & 0 & -\sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{bmatrix}, \theta_0 = 0.13\pi, \theta_1 = 0.16\pi, \theta_2 = 0.13\pi$$

图 1 给出了 8 点 LBT 的计算流程图。从图中可以看出, 每个子块必须先作 DCT 计算, 因此计算 LBT 可以利用 DCT 的快速算法。

由于每个旋转矩阵需要 3 个加法和 3 个乘法, 因此, 从图 1 不难看出, LBT 相对于 DCT 而言, 每个子块所作的运算多出 25 个加法和 10 个乘法。文献[8]用 2 个简易提升矩阵的乘积来近似实现旋转矩阵, 同时用 $25/16$ 代替 $\sqrt{2}$, 从而得到一个计算较为简单的提升双正交重叠变换(LiftLT)。

在 LBT 或者 LiftLT 的计算中, 需要大量浮点运算和乘积运算, 从而势必会增加软件处理时间和硬件实现成本。下面给出 LBT 的整数实现算法, 它只需要移位和加法运算。

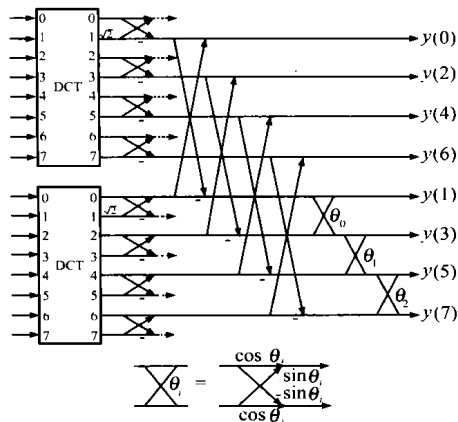


图 1 8 点 LBT 的计算流程图

3 双正交重叠变换的整数实现

为了避免 DCT 中的浮点乘法与浮点加法, 文献[4]先把 DCT 表示成提升结构, 然后用二进制整数(形如 $a/2^b$, 其中 a, b 为整数)代替提升结构中的实系数, 得到了只需要移位和加法运算的 binDCT, 如图 2。则以 binDCT 为基础, 构造出 LBT 的整数实现算法。

3.1 $\sqrt{2}$ 因子和第一对蝶形运算的处理

从 binDCT 的流程图上看, 第 0 个分量相对真实的 DCT 扩大了 $\sqrt{2}$ 倍, 因此, 可以先把第 1 个分量乘以 2, 再把第一对蝶形运算改成 $\pi/4$ 的旋转, 见式(1), 而后者可以近似地转化成系数为二进制整数的提升矩阵的乘积, 见式(2)。由式(1), (2)可以得到这一部分的计算流程图(图 3)。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_0 \\ x'_1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -7/16 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 13/16 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -7/16 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

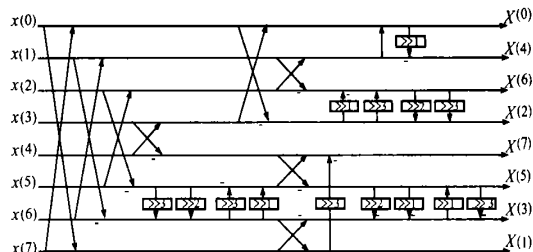


图 2 binDCT 的计算流程图

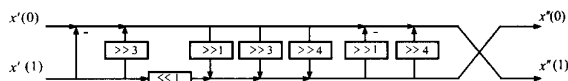


图 3

3.2 三个旋转变换的近似处理

在 LBT 的计算流程图中, 有三个旋转变换。首先把每个旋转变换按照式(3)表示成提升形式, 然后用相近的二进制整数替换其中的 $\sin\theta$ 和 $\tan(\theta/2)$, 如式(4)^[4], 对 0.16π 也可以作类似的处理。

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\tan(\theta/2) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \sin\theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\tan(\theta/2) & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{pmatrix} \cos 0.13\pi & \sin 0.13\pi \\ -\sin 0.13\pi & \cos 0.13\pi \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

综合上述两步和 binDCT, 可以得到双正交重叠变换的整数实现(binLBT)正变换的计算流程图, 如图 4, 正变换中每 8 个系数的产生需要 60 个加法和 27 个移位运算。

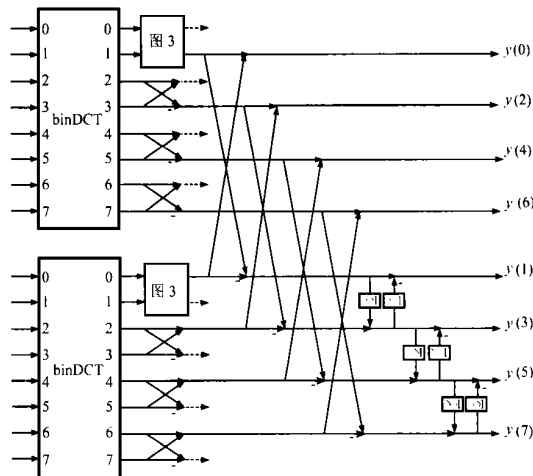


图 4 binLBT 的计算流程图

4 binLBT 的图像压缩性能测试

利用块变换渐进性编码方法^[9], 用 C 语言实现了一个检验各种变换的压缩性能的测试平台. 以 7 幅标准的 512×512 8bit 灰度测试图像^[10] 为实例, 对 DCT, binDCT, 8 点 LBT, binLBT 以及 3 级 Daubechies 9/7 小波和 3 级二进制整数 9/7 小波^[11] 六种变换的压缩性能进行了测试.

4.1 客观质量评价

以峰值信噪比 (PSNR) 为评价标准, 表 2 列出了六种变换的 PSNR 对比. 除了 Mandrill 图像在比特率为 0.0625 时, binLBT 比 binDCT 和 DCT 低 0.07dB, 在其它情况下 binLBT 均比它们高, 最大差距可达 1.4dB, 而且比特率越低, 差距就越明显; 在所有情况下, binLBT 的 PSNR 值都比二进制整数 9/7 小波的高; 另外, 对某些含高频分量较多的图像, 如 Barbara 和 Couple, binLBT 的 PSNR 值甚至高于公认为具有良好压缩性能的 Daubechies 9/7 小波. 总体来看, binLBT 和 9/7 小波差距在 0.2dB 左右, 它和 8 点 LBT 差距在 0.25dB 左右, 但 binLBT 的计算复杂度降低了很多.

4.2 主观质量评价

以 256×256 的 lena 图像为测试实例, 图 5 显示了 binLBT, binDCT, Daubechies 9/7 小波在低比特率下的重建图像, 可以看出, binLBT 相对于 binDCT, 块效应明显减少; 与 Daubechies 9/7 小波相比, binLBT 的图像在比特率为 0.0625 时还清晰一些.



图 5 (a) binDCT $lpp = 0.125$; (b) Daubechies 9/7 小波 $lpp = 0.0625$; (c) binLBT $lpp = 0.125$; (d) binLBT $lpp = 0.0625$

4.3 计算复杂性比较

表 2 列出了六种变换在每个像素上的平均运算量, 尽管二进制整数 9/7 小波的运算代价超过了 binLBT 许多, 但表 1 的结果表明它的压缩性能比 binLBT 低 0.7dB 左右.

表 1 六种变换的 PSNR 对比

图像	比特率	PSNR (dB)					
		浮点 DCT	binDCT	9/7 小波	二进制 9/7 小波	LBT	binLBT
Lena	1	39.52	39.08	40.06	38.42	39.81	39.34
	0.5	36.04	35.80	36.94	35.59	36.68	36.34
	0.25	32.54	32.36	33.82	32.29	33.58	33.27
	0.12	529.17	29.01	30.60	29.53	30.39	30.14
	0.0625	26.28	26.25	27.65	27.03	27.36	27.13
Goldhill	1	35.86	35.52	36.24	34.77	36.28	35.80
	0.5	32.39	32.21	32.79	32.18	32.91	32.59
	0.25	29.59	29.63	30.34	29.70	30.28	29.94
	0.125	27.65	27.45	28.22	27.00	28.33	28.00
	0.0625	25.66	25.58	26.16	25.88	26.22	25.99
Barbara	1	35.99	35.42	36.29	35.07	37.23	36.57
	0.5	30.90	30.57	31.24	30.38	32.49	31.94
	0.25	27.03	26.79	27.43	26.43	28.66	28.18
	0.125	24.27	24.05	24.44	24.30	25.58	25.27
	0.0625	22.00	22.32	22.99	22.00	22.89	22.75
Boat	1	38.29	38.07	38.77	37.30	38.71	38.20
	0.5	33.65	33.45	33.98	33.44	34.25	33.88
	0.25	29.88	29.83	30.61	30.05	30.58	30.27
	0.125	26.71	26.95	27.84	26.70	27.30	27.19
	0.0625	24.73	24.57	25.38	24.69	25.07	25.26
Couple	1	35.94	35.54	36.25	34.88	36.30	35.98
	0.5	31.84	31.56	32.08	30.87	32.39	32.15
	0.25	28.55	28.47	28.88	28.48	29.15	28.96
	0.125	25.75	25.94	26.70	25.70	26.26	26.21
	0.0625	24.00	23.89	24.54	23.36	24.11	24.37
Mandrill	1	28.69	28.16	29.09	28.29	28.89	28.61
	0.5	25.13	24.78	25.44	24.56	25.40	25.22
	0.25	22.71	22.65	23.13	22.66	23.01	22.87
	0.125	21.31	21.26	21.49	20.66	21.50	21.42
	0.0625	20.33	20.31	20.51	20.02	20.14	20.24
Peppers	1	37.63	37.34	38.17	36.99	37.89	37.44
	0.5	34.93	34.68	35.65	34.57	35.30	35.03
	0.25	31.95	31.70	33.10	31.83	32.81	32.63
	0.125	28.45	28.40	30.16	28.49	30.00	29.84
	0.0625	25.61	25.31	26.95	26.56	26.83	26.71
7 幅图像的平均 PSNR 对比	1	35.99	35.59	36.41	35.10	36.45	35.99
	0.5	32.12	31.86	32.59	31.66	32.77	32.45
	0.25	28.89	28.78	29.62	28.78	29.72	29.45
	0.125	26.19	26.15	27.06	26.06	27.05	26.87
	0.0625	24.09	24.03	24.88	24.22	24.66	24.66

表 2 六种变换在每个像素上的平均运算量对比

	浮点 DCT	binDCT	浮点 9/7 小波	二进制 9/7 小波	LBT	binLBT
整数加法次数	0	7.75	0	34.125	0	15
移位次数	0	3.5	0	23.625	0	6.75
浮点加法次数	7.25	0	10.5	0	0	
浮点乘法次数	3.25	0	7.875	0	0	

5 结论

计算 binLBT 只需要少量的加法运算和移位运算, 完全不

需要浮点运算和乘法运算. 因此无论是软件实现还是硬件实现, 代价都很低, 如用于图像压缩和视频压缩, 将会大大缩短编码过程和解码过程的时间. 在图像压缩中, binLBT 已显示了很好的性能. 将它和小波变换结合, 应用于视频压缩, 减少视频压缩的复杂性, 并提高压缩的质量.

参考文献:

- [1] H S Malvar, et al. The LOT: Transform coding without blocking effects [J]. IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(4): 553– 559.
- [2] H S Malvar. Biorthogonal and nonuniform lapped transforms for transform coding with reduced blocking and ringing artifacts [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1998, 46(3): 1043– 1053.
- [3] M. Antonini, et al. Image coding using wavelet transform [J]. IEEE Trans. on Image Processing, 1992, 1(2): 205– 220.
- [4] T D Tran. Fast multiplierless approximation of the DCT [A]. 33rd Annual Conference on Information Sciences and Systems [C], Baltimore, MD, 1999: 993–938. Available from <http://thanglong.ee.jhu.edu/Tran/Pub/intDCT.ps.gz>.
- [5] Ying-Jui Chen. Soontom oraintara and truong nguyen [A]. Integer discrete cosine transform (IntDCT) [C]. Invited paper, the 2nd International Conference on Information, Communications and Signal Processing, Singapore, Dec. 1999. Available from <http://multirate.bu.edu/~yrchen/Research/icic99.pdf>.
- [6] I Daubechies, W. Sweldens. Factoring wavelet transforms into lifting steps [J]. J. Fourier Anal. Appl., 1998, 4(3): 245– 267.

- [7] 闫宇松, 石青云. 可逆的 DCT 的整数变换与无失真图像压缩 [J]. 软件学报, 2000, 11(5): 620– 627.
- [8] T D Tran. M-channel linear phase perfect reconstruction filter bank with integer coefficients (invited paper) [A]. SPIE International Symposium on Optical Science, Engineering, and Instrumentation. Session: Wavelet Applications in Signal and Image Processing [C]. Denver, July 1999. Available from <http://thanglong.ee.jhu.edu/Tran/Pub/intfb.ps.gz>.
- [9] T D Tran. A progressive transmission image coder using linear phase uniform filterbanks as block transforms [J]. IEEE Trans. Image Processing, 1999, 8(11): 1493– 1507.
- [10] <http://links.uwaterloo.ca/BragZone/Collected/PGM/>.
- [11] M D Adams, F Kossentine. Reversible integer to integer wavelet transforms for image compression: performance evaluation and analysis [J]. IEEE Trans. Image Processing, 2000, 9(6): 1010– 1024.

作者简介:



钟广军 男. 1974 年生于湖南澧县. 现在国防科技大学计算机学院攻读博士学位. 目前感兴趣的研究领域有图像处理, 视频压缩.