

冲激信号 SAR 成像的方位分辨率分析

吕彤光,陆仲良,栗毅,李盾
(国防科学技术大学电子工程学院,长沙 410073)

摘要: 本文在分析冲激信号 SAR 成像特点的基础上,在发射和接收均为“超宽带信号”、“大方位积累角”的情况下,推导出了冲激信号 SAR 方位分辨率的解析表达式,并通过仿真实验验证了其正确性.

关键词: 超宽带 (UWB) 雷达; 冲激信号雷达; 合成孔径雷达; 方位分辨率; 反向投影

中图分类号: TN957.7, TN958, TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2000) 06-0040-04

The Analysis of the Azimuth Resolution of Impulse Signal SAR

LV Tong-guang, LU Zhong-liang, SU Yi, LI Dun

(College of Electronic Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: This paper analyzed the special characteristics of impulse signal SAR in the process of imaging. In condition of sending, receiving UWB signal with big accumulating angle, the formulation of azimuth resolution was deduced. At last it was proved to be correct by the simulation results.

Key words: UWB radar; impulse radar; synthetic aperture radar; azimuth resolution; back projection

1 引言

冲激信号 SAR 是一种超宽带雷达,它发射的信号一般为单周波,具有 100% 的瞬时相对带宽,因而具有极高的距离分辨率.采用合成孔径技术可以形成方位向高分辨率,所以冲激信号 SAR 成像具有很高的分辨率.

对于冲激 SAR 系统,基于多普勒频移的逆傅里叶变换的方位向聚焦的处理方法不再有效,因为在超宽带情况无法定义相位和 Doppler 频移.另外冲激 SAR 的波束宽度很宽,为了得到方位向的高分辨率图像就必须进行大积累角的测量,系统工作于“远场”的假设条件因此也就不成立了.所以冲激 SAR 系统一般是在时域应用反向投影法 (BP) 成像^[3,5-7],基本的成像算法为:

$$X(i, k) = \sum_j S_j(T_{i, k, j} + t), t \geq 0 \quad (1)$$

$S_j(t)$ 是孔径上第 j 个位置上接收到的信号, $T_{i, k, j} = 2R_j/C$ 为第 j 个孔径位置与坐标点 (i, k) 的目标之间的双程时间差.对

于一个给定坐标的目标,就有一个对应的双曲路径,沿路径积累可得最大值.否则将不能相干叠加,而得较小值.假设发射和接收信号均为 1ns 的冲激信号,天线积累角为 60° ,成像区内有三个点目标,其中心到雷达运动路径的垂直距离为 200m 的条件下,应用 BP 算法 (1) 成像的结果如图 1 所示.图 1(a) 成像区域内有三个点目标,图 1(b) 雷达沿孔径方向运动所接收的回波信号,图 1(c) 利用反向投影法得到的图像.

我们知道:常规窄带正侧视 SAR 的方位分辨率由式 $a = (\lambda/2Le)R$ 决定,该式是在“窄带、远场”两个约束条件下导出的^[1,2], λ_0 为信号的载频所对应的波长, Le 为合成孔径的长度, R 为雷达与目标间的距离.但对于冲激信号 SAR 而言,其信号频率分量在很宽的范围内变化,不同的频率分量所对应的天线波束宽度也不一样,高频分量对应的波束比较窄,低频分量对应的波束比较宽(正确地选择天线的尺寸,可以使雷达在天线的积累角的范围内,接收到回波信号的绝大部分频率分量^[6]).而且冲激 SAR 是“大方位积累角”成像,工作于“远场”条件也不能满足.所以必需重新导出冲激 SAR 的方位分辨率表达式.

2 冲激信号 SAR 成像的方位分辨率表达式

冲激 SAR 比较实用的发射波形一般为单周波或双

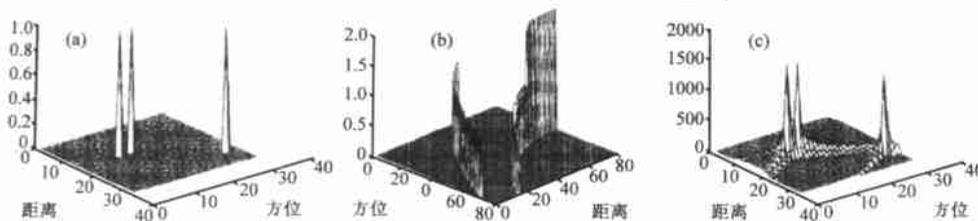


图 1

周波,其优点是:在工作频段内谱特性较为平坦;发射效率高.对于超宽带雷达,特别是冲激雷达由于其具有极高的分辨率,这时目标不再是简单的点目标,而目标回波不再是发射信号的复制品,而是发射信号与目标冲击响应的卷积^[4].本文仅对理想的系统、点目标模型(数学模型可抽象为 (t) 函数^[4])加以分析,认为发射和接收到的信号是相同的,在假设发射和接收信号均为单周波和采用 BP 算法的情况下,导出了冲激 SAR 方位分辨率的解析表达式.

设在二维空间平面 (x, y) 上有一个点目标 (x_1, y_1) ,该点的位置 (x_1, y_1) ,冲激信号 SAR 的图像是围绕以 (x_1, y_1) 为中心扩散范围,把点目标图像扩散的数学表达式称为点扩散函数. x_1 为方位向坐标, y_1 距离向坐标.导出该点沿方位向的点扩散函数可以确定成像算法的方位分辨率.

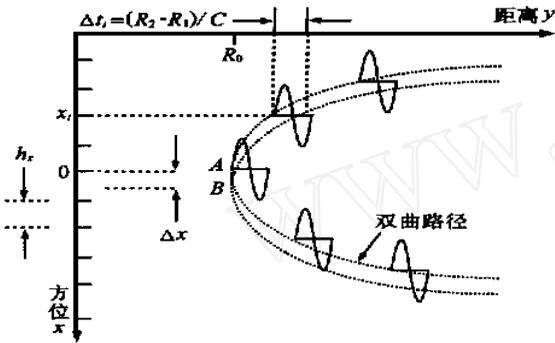


图 2

冲激信号 SAR 的成像区示意图如图 2 所示,成像区内只在坐标点 A 处有一个点目标.影响方位分辨率的主要原因是:成像区某一点的目标回波不单对这一点有影响,对其邻近的点也有影响,具体情况如图 2 所示.从图 2 可以看到:成像区内,坐标点 B (无目标) 距离均为 R_0 ,方位向相差 x ,用反向投影法成像时,坐标点 A 上点目标的回波对坐标点 B 也有影响,这就有可能导致成像结果中坐标点 B 上有虚假目标存在,这也就是影响冲激信号 SAR 方位分辨率的主要原因.

令坐标点 A 处有一个点目标,其坐标为: $(0, R_0)$,点 B (无目标) 的坐标为: (x, R_0) ,式中 R_0 为距离, x 为方位向偏差,现在推导处于 A 点的点目标沿方位向的点扩散函数.雷达平台沿方位向等速运动,即等间隔采样,采样间隔为 h_x ,当雷达平台运动到采样点 $X_i = i \cdot h_x$ 时,点 A 对应于雷达平台的视距为 $R_1 = \sqrt{R_0^2 + x_i^2}$,时延为 $t_{A1} = 2R_1/C$ 、点 B 对应于雷达平台的视距为 $R_2 = \sqrt{R_0^2 + (x_i + x)^2}$,时延为 $t_{B1} = 2R_2/C$ 、A、B 两点的时间差为 $t_i = t_{B1} - t_{A1}$.发射单周波信号为: $e(t) = \text{Re} [G(t) e^{j\omega t}]$, $G(t) = \begin{cases} 1, 0 \leq t \leq \tau \\ 0, \text{其它} \end{cases}$, τ 为信号的周期, $f_0 = 1/\tau$, $\omega = 2\pi f_0$ 为其角频率.当雷达平台运动到采样点 X_i 时,接收到的信号为: $S_i(t) = \text{Re} [G(t - t_{A1}) e^{j\omega(t - t_{A1})}]$.

在采样点 X_i ,对于点 B,回波信号经距离迁移校准后对应的信号为: $S_i(t + t_{B1})$,应用“反向投影法”成像算法,点 B 的像函数为:

$$X(x, R_0) = \sum_{i=N_1}^{N_2} S_i(t + t_{B1}) = \text{Re} \left[G(t + t_{B1} - t_{A1}) \cdot e^{j\omega(t + t_{B1} - t_{A1})} \right] = \text{Re} \left[G(t + t_i) \cdot e^{j\omega(t + t_i)} \right] \Big|_{t=0} = \sum_{i=N_1}^{N_2} \text{Re} [e^{j\omega(t + t_i)}] \quad (2)$$

式中 t_i 为相干积累点的位置(例如:在发射和接收都为单周波的情况下, $t_i = \tau/2$ 表示选取的相干积累点为信号的功率最大点)、 N_1, N_2 为积累的样点数.当 $0 \leq t + t_i \leq \tau$ 时, $S_i(t + t_{B1}) = \text{Re} [e^{j\omega(t + t_i)}]$,即坐标点 B 随着 X_i 的变化进行距离游走未超出距离分辨单元,处于 A 点的点目标回波对 B 点有影响.当 $t + t_i < 0$ 或 $t + t_i > \tau$ 时 $S_i(t + t_{B1}) = 0$,即 B 点的距离游走超出了距离分辨单元, A 点的回波信号对 B 点无影响. t_i 是随着 x, X_i 的变化而变化.当 x 取值一定时, N_1, N_2 的取值由下式确定:

$$N_2 = \begin{cases} \left\lfloor \frac{1}{2h_x} \sqrt{R_0^2 + (N_2 \cdot h_x + x)^2} - \sqrt{R_0^2 + (N_2 \cdot h_x)^2} \right\rfloor + \tau / C, & \text{当 } N_2 \cdot h_x < \text{tg}(\theta/2) \cdot R_0 \\ \left\lfloor \text{tg}(\theta/2) \cdot R_0 / h_x \right\rfloor, & \text{当 } N_2 \cdot h_x \geq \text{tg}(\theta/2) \cdot R_0 \end{cases} \quad (3)$$

同理 N_1 由下式求得: $t_i = 0$

$$N_1 = \begin{cases} \left\lfloor \frac{-1}{2h_x} \sqrt{R_0^2 + (N_1 \cdot h_x + x)^2} + \frac{x}{h_x} \right\rfloor, & \text{当 } N_1 \cdot h_x > -\text{tg}(\theta/2) \cdot R_0 \\ \left\lfloor -\text{tg}(\theta/2) \cdot R_0 / h_x \right\rfloor, & \text{当 } N_1 \cdot h_x \leq -\text{tg}(\theta/2) \cdot R_0 \end{cases} \quad (4)$$

$\lfloor x \rfloor$ 表示取整, $r_1 = \left(\frac{R_0}{\sin(\theta/2)} - x \right) / C$, $r_2 = \left(\frac{R_0}{\sin(\theta/2)} + x \right) / C$ 、为天线积累角.

上式中 $N_1 \cdot h_x \leq -\text{tg}(\theta/2) \cdot R_0$ 时, $N_1 = \lfloor -R_0 \text{tg}(\theta/2) / h_x \rfloor$; $N_2 \cdot h_x \geq \text{tg}(\theta/2) \cdot R_0$ 时, $N_2 = \lfloor R_0 \text{tg}(\theta/2) / h_x \rfloor$.这表示:在天线积累角一定的情况下, x 的取值在 $(-x_{\max} \sim x_{\max})$ 范围内时, N_1, N_2 的值都是一样的,即在整个天线积累角照射的范围内, A 点的回波信号对 B 点都有影响.下面求 x_{\max} .

$$\sqrt{R_0^2 + (R_0 \text{tg}(\theta/2) + x_{\max})^2} - \sqrt{R_0^2 + (R_0 \text{tg}(\theta/2))^2} = r_1$$

因 $R_0 \gg x_{\max}$, r_1 所以: $x_{\max1} = r_1 \sqrt{(1 + \text{tg}^2(\theta/2)) / \text{tg}^2(\theta/2)} = r_1 / \sin(\theta/2)$ 同理可推出: $x_{\max2} = r_2 / \sin(\theta/2)$

$$x_{\max} = \min(x_{\max1}, x_{\max2}) \quad (5)$$

为便于分析和计算(2),要对 t_i 做一下近似:

$$t_i = \frac{2}{C} \left[\frac{\sqrt{R_0^2 + (x_i + x)^2} - \sqrt{R_0^2 + x_i^2}}{2x_i \cdot x + x^2} \right] = \frac{2}{C} \left[\frac{2x_i \cdot x + x^2}{\sqrt{R_0^2 + (x_i + x)^2} + \sqrt{R_0^2 + x_i^2}} \right] = \frac{2}{C} \left[\frac{2 \left(\frac{x_i}{R_0} \right) \cdot x + x^2 / R_0}{\sqrt{1 + \left((x_i + x) / R_0 \right)^2} + \sqrt{1 + \left(x_i / R_0 \right)^2}} \right] \quad (6)$$

冲激 SAR 的实际应用中,一般能满足:

$$\sqrt{1 + \left((x_i + x) / R_0 \right)^2} \approx 1, \sqrt{1 + \left(x_i / R_0 \right)^2} \approx 1, \text{故把式(6)近}$$

似表示:

$$t_i = \frac{2}{C} \left(\frac{2(x_i/R_0) \cdot x + x^2/R_0}{1+1} \right) = \frac{2x_i \cdot x + x^2}{R_0 \cdot C} \quad (7)$$

令: $t_i = (2x_i \cdot x + x^2)/R_0 \cdot C$ (8)

令: $(x) = |t_i - t_j|$ (9)

令: $\max(x) = \left| \frac{2}{C} \left[\sqrt{R_0^2 + (\max(|N_1 \cdot h_x|, |N_2 \cdot h_x|) + x)^2} - \sqrt{R_0^2 + (\max(|N_1 \cdot h_x|, |N_2 \cdot h_x|))^2} \right] - \frac{2\max(|N_1 \cdot h_x|, |N_2 \cdot h_x|) \cdot x + x^2}{R_0 \cdot C} \right|$ (10)

经分析和仿真证明,当满足:

$$(x) \ll 1/f_0 \quad (11)$$

时,上述(8)近似产生的误差可忽略不计.从式(6)、式(7)两式可以看出:对于 x 值一定的情况下,误差随着 x_i 的增大而增大,当 x_i 取最大值 $\max(|N_1 \cdot h_x|, |N_2 \cdot h_x|)$ 时误差最大,记为: $\max(x)$ ($\max(x) \geq (x)$). N_1, N_2 的取值由式(3)、(4)、(5)决定.

为进一步说明冲激 SAR 的实际应用中由(8)式的近似所带来的误差满足式(11),以 R_0 为 10000 米、发射信号为时宽 3ns 的单周波、 $\theta = \pi/2$ 、天线积累角为 30° 这种情况为例,定量地计算一下由式(8)近

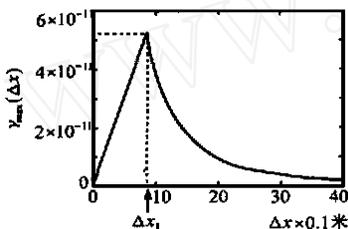


图 3

似所带来最大的误差 $\max(x)$,图 3 为按式(10)计算出的 $\max(x)$ 随着 x 变化曲线,可以得出:

$$\max(\max(x)) = 5.3 \times 10^{-11} S \quad (12)$$

由 $(x) \leq \max(x) \leq \max(\max(x))$ 可得:

$$(x) \leq 5.3 \times 10^{-11} S \ll 1/f_0, (f_0 = 10^9/3 \text{ Hz}) \quad (13)$$

满足式(11),所以式(8)近似所带来误差可忽略不计.同样的方法可得到:在 $\theta = 60^\circ, R_0$ 为 10000 米、发射信号为时宽 3ns 的单周波、 $\theta = \pi/2$ 情况下, $\max(\max(x)) = 2.32 \times 10^{-10} S \ll 1/f_0$,也满足式(11).故利用以上式(8)的近似关系,式(2)可改写为:

$$\begin{aligned} X(x, R_0) &= \text{Re} \left[\sum_{i=N_1}^{N_2} e^{j \omega (t_i + t_j)} \right] = \text{Re} \left[\sum_{i=N_1}^{N_2} e^{j \omega (t_i + t_j)} \right] \\ &= \text{Re} \left[\sum_{i=N_1}^{N_2} e^{j \omega (2x_i \cdot x + x^2)/R_0 \cdot C} \right] \\ &= \text{Re} \left[e^{j \omega ((x^2/R_0 \cdot C) + \dots)} \sum_{i=N_1}^{N_2} e^{j \omega (2x_i \cdot x/R_0 \cdot C)} \right] \\ &= \text{Re} \left[e^{j \omega ((x^2/R_0 \cdot C) + \dots)} \frac{e^{j \omega (2N_1 \cdot h_x/R_0 \cdot C) \cdot x} - e^{j \omega (2N_2 \cdot h_x/R_0 \cdot C) \cdot x}}{1 - e^{j \omega (2h_x/R_0 \cdot C) \cdot x}} \right] \\ &= \text{Re} \left[e^{j \omega ((x^2/R_0 \cdot C) + \dots)} \frac{\sin \left(\frac{(N_2 - N_1 + 1) h_x}{R_0 \cdot C} x \right)}{\sin \left(\frac{h_x}{R_0 \cdot C} x \right)} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

考虑到一般, $R_0 \gg x, h_x$,所以式(14)可表示为:

$$X(x, R_0) \approx \cos \left(\frac{(N_2 + N_1) h_x}{R_0 \cdot C} x \right) \sin \left(\frac{(N_2 - N_1 + 1) h_x}{R_0 \cdot C} x \right) \quad (15)$$

(如图 1 $X_i = i h_x$)

这就是处于坐标点 A 的点目标沿方位方向的点扩散函数.

由式(3)、(4)、(5)可得出:取积累点 $\theta = \pi/2$ 时, $N_1 + N_2 = 0$,式(15)可近似表示为辛克函数:

$$X(x, R_0) \approx \cos \left(\frac{(N_2 - N_1 + 1) h_x}{R_0 \cdot C} x \right) \frac{\sin \left(\frac{(N_2 - N_1 + 1) h_x}{R_0 \cdot C} x \right)}{\sin \left(\frac{h_x}{R_0 \cdot C} x \right)} \quad (16)$$

其中 $Le = (N_2 - N_1 + 1) h_x \leq 2 R_0 \text{tg}(\theta/2)$. 对上式进行归一化,令:

$$X(x, R_0) = \frac{Le \sin \left(\frac{Le}{R_0 \cdot C} x \right)}{2 R_0 \text{tg}(\theta/2) \cdot \frac{Le}{R_0 \cdot C} x} \quad (17)$$

由式(17)可以看出:函数 $X(x, R_0)$ 为 x 的函数,且存在一个主瓣.定义归一化的扩散函数 $X(x, R_0)$ 主瓣的半功率宽度 x_1 为冲激 SAR 图像的方位分辨率.

$X(x, R_0)$ 的主瓣宽度由下式确定:

$$X(x, R_0) = 0, \text{即: } \frac{Le}{R_0 \cdot C} x_1 = \dots \quad (18)$$

$$x_1 = \begin{cases} \frac{(C/f_0) \cos(\theta/2)}{4 \sin(\theta/2)}, & \text{当 } x \in (-x_{\max}, x_{\max}) \\ \text{无解,} & \text{当 } x \notin (-x_{\max}, x_{\max}) \end{cases} \quad (19)$$

当 $x \in (-x_{\max}, x_{\max})$ 时, $Le = 2 R_0 \text{tg}(\theta/2)$ 为定值、当 $x \notin (-x_{\max}, x_{\max})$ 时, $Le = (N_2 - N_1 + 1) h_x$ 随着 x 的变化而变化.由式(5)、(19)可得:

$$x_1 < x_{\max} \quad (20)$$

$$\text{主瓣宽度: } x = 2|x_1| = \frac{(C/f_0) \cos(\theta/2)}{2 \sin(\theta/2)} \quad (21)$$

由式(20)、式(21)可以看出:主瓣宽度与 R_0 无关、 $x \in (-x_1, x_1)$ 时, $Le = 2 R_0 \text{tg}(\theta/2)$ 为定值.下面求主瓣的半功率宽度:

$$X(x, R_0) = 0.707 \quad (21)$$

$$\sin \left(\frac{2 \text{tg}(\theta/2)}{C} x \right) = 0.707 \sin \left(\frac{\text{tg}(\theta/2)}{C} x \right) \quad (22)$$

方位分辨率(主瓣半功率宽度)

$$x = 2|x_2| = \frac{1.336 C}{\text{tg}(\theta/2)} \quad (24)$$

(C 为光速)

从上式中可以看出:方位分辨率与 R_0 无关,这与聚焦 SAR 的方位分辨率与距离无关这一概念是相一致的.

3 仿真结果

在天线积累角 $\theta = 30^\circ$, 发射信号为时宽 $\tau = 3\text{ns}$ 的单周波、相干积累点 $N_c = 1/2$ 的情况下, 由式 (21)、(24) 可求出半功率波束宽度 $\Delta x = 0.714\text{米} < 1\text{米}$, 主瓣宽度为 $\Delta x = 1.68\text{米}$, 其变化范围为 $(-0.84\text{米}, 0.84\text{米})$, 因此, 可以得出结论: 在天线积累角 $\theta = 30^\circ$, 发射信号为时宽 $\tau = 3\text{ns}$ 的单周波、相干积累点 $N_c = 1/2$ 、无噪声干扰, 等理想情况下, 冲激信号 SAR 具有区分距离向相同、方位向分离 1 米或大于 1 米的两个点目标的能力。

图 4 所示的仿真值是在天线积累角 $\theta = 30^\circ$, 发射信号为时宽 $\tau = 3\text{ns}$ 的单周波这种情况下, $N_c = 1/2$, 成像区中心距雷达平台远运动路径的垂直距离 R_0 为 10000 米, 成像区中心有一个点目标, 利用 BP 算法对这个点目标及其周围的点 (距离向相同, 方位向相差 $\pm 2.5\text{米}$ 范围内) 所成的沿方位向的点扩散函数图的仿真结果和按式 (17) 求得的点扩散函数的理论值的对比图。

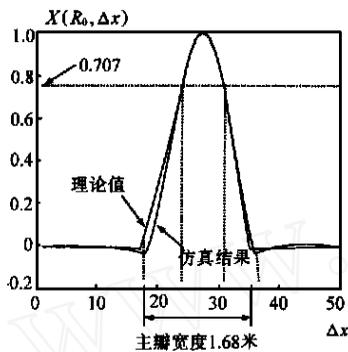


图 4 BP 成像方位分辨率示意图 (方位向单元为 0.1 米)

可以看出理论值与仿真结果基本上是吻合的, 半功率波束的宽度、主瓣宽度与上面计算的结果相一致。并且当 Δx 不在主瓣范围内变化时 $X(R_0, \Delta x)$ 的值迅速衰减, 趋向于零, 这是因为: 一方面辛克函数的性质决定 (Δx 不在主瓣范围内变化时, $X(R_0, \Delta x)$ 的值是衰减的), 另一方面 $\Delta x \notin (-x_{\max}, x_{\max})$, $x_{\max} = 0.866\text{米}$ 时, $L_e/2R_0 \text{tg}(\theta/2) = (N_2 - N_1 + 1) h_x/2R_0 \text{tg}(\theta/2)$ 随着 Δx 的增大而迅速减小, 其情况如图 5 所示。

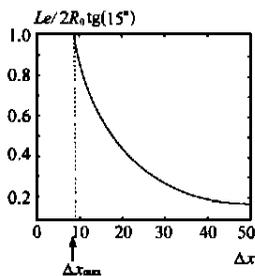


图 5 L_e 随 Δx 变化示意图 (方位向单元为 0.1 米)

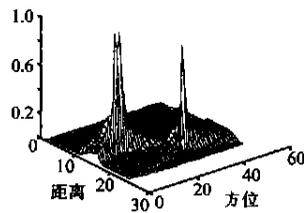


图 6

图 6 所示的图像为采用 BP 法得到的三维图像, 成像条件同图 4, 但成像区为 $12.5\text{米} \times 25\text{米}$ (有三个点目标, 其中相邻的两个点目标在方位向分离 1 米, 距离向相同), 从图 6 可清楚地分辨出三个点目标, 从而进一步验证了上面所得出的结论。

4 结论

本文在理想的系统、点目标模型的情况下, 推导出冲激 SAR 方位分辨率的解析表达式。当冲激雷达信号的包络不为矩形时, 该表达式仍然适用, 如信号的包络为高斯型, 可将其半功率点宽度作为矩形的等效值。对于冲激雷达而言, 其回波为目标的前时响应和后时响应之和^[4], 前时响应为发射信号的复制, 后时响应为多个衰减的正弦波之和, 是多瓣的波形; 可取其主瓣半功率点宽度作为等效的值。后时响应一般用于目标识别, 前时响应的能量大于后时响应, 主要用于成像。

本文导出的方位分辨率表达式不但适用于单个点目标的成像, 而且适用于复杂目标的成像。根据电磁散射理论, 复杂目标 (如飞机、车辆) 可等效为多个散射中心, 其每个散射中心可视为一个点目标, 因此, 复杂目标可视为多个点目标^[4]。对于双周波或单极信号, 按同样的方法可导出冲激信号 SAR 方位分辨率的解析表达式。这对于设计冲激信号 SAR 系统具有理论指导意义。

参考文献

- [1] J. Patrick Fitch, Synthetic Aperture Radar, Springer-Verlag, New York, 1988
- [2] Merrill Skolnik, Radar Handbook, Mc Graw-Hill Publishing Co., New York, 11, 1990
- [3] John W. McCorkle, Focusing of Synthetic Aperture Ultra Wideband Data, IEEE International Conference on Systems Engineering August 1991
- [4] 匡纲要, UWB 雷达目标建模和信号设计, 国防科大博士学位论文, 1996
- [5] 穿透叶簇 UWB SAR 体制关键技术项目论证报告, 国防科大电子技术系, 1996, 6
- [6] 吕彤光等, 冲激脉冲合成孔径雷达 (SAR) 成像算法, 系统工程与电子技术, 1998, 12
- [7] 吕彤光等, 冲激脉冲合成孔径雷达反向投影成像算法, 电子对抗技术, 1998, 4(2)



吕彤光 1968 年出生, 1991 年毕业于国防科大电子技术系获学士学位, 1998 年获国防科大硕士学位, 现为国防科大通信与信息系统学科博士研究生, 主要研究领域有: 信号处理, 超宽带雷达系统及综合电子战技术等。

陆仲良 1931 年出生, 教授, 博士生导师, 现主要研究领域有: 超宽带雷达系统以及信号处理等。