

# 基于三维矩阵变换的多极化 SAR 图像压缩

张文超<sup>1,2</sup>, 王岩飞<sup>1</sup>, 潘志刚<sup>1</sup>

(1. 中国科学院电子学研究所, 北京 100080; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘 要:** 本文针对多极化合成孔径雷达(SAR)图像在极化通道之间的相关性,提出了基于三维矩阵变换的压缩方法.将多极化 SAR 图像(HH, HV, VV 图像)作为一个整体,进行三维矩阵变换.首先在极化通道之间进行一维 DCT 变换,极化平面内进行二维离散小波变换,然后对三个混合系数平面根据率失真准则分配不同比特数,采用分级树的集合划分(SPIHT)算法进行编码.由于不是单独处理每一极化图像,因此不仅可以去除各极化图像内部之间的相关性,也可以去除极化通道之间的相关性.理论推导和实验结果都表明该方法对多极化 SAR 图像压缩是十分有效的.

**关键词:** 三维矩阵; 多极化 SAR 图像; 分级树集合划分; 比特分配; 图像压缩; 峰值信噪比

**中图分类号:** TN919.81 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 12-2430-05

## Multi-Polarimetric SAR Image Compression Based on Three Dimensional Matrix Transform

ZHANG Wen-chao<sup>1,2</sup>, WANG Yan-fei<sup>1</sup>, PAN Zhi-gang<sup>1</sup>

(1. Institute of Electronics, Chinese Academic of Science, Beijing 100080, China;

2. Graduate school of the Chinese Academic of Science, Beijing 100039, China)

**Abstract:** This paper proposes a method for multi-polarimetric synthetic aperture radar (SAR) image compression based on three-dimensional matrix transform according to the correlation between the polarimetric channels. The multi-polarimetric SAR images (HH, HV, VV) are considered as a three dimensional unit, and then are processed by three dimensional matrix transform including One-Dimensional DCT transform among the polarimetric channels and Two-dimensional DWT transform in the polarimetric SAR image. The three mixed coefficient planes are allocated different bits according to the Rate-Distortion (R-D) criteria and encoded by SPIHT algorithm. This method doesn't process every channel image separately, so it removes the correlation of the image inside and the correlation between the polarimetric channels. Both the theory and the experimental results show that the method in this paper is efficient for multi-polarimetric SAR image compression.

**Key words:** three-dimensional matrix; multi-polarimetric SAR image; set partitioning in hierarchical trees (SPIHT); bit allocation; image compression; peak signal to noise ratio (PSNR)

## 1 引言

合成孔径雷达(SAR)作为一种主动式微波遥感成像系统,具有全天候、全天时、高分辨率等特点,已被广泛应用于军事侦察、地形测绘、资源勘探、植被分析等众多领域.随着科学技术的发展,人们不仅要求 SAR 能够提供更高分辨率的图像,还希望它能提供更为广阔、丰富的目标散射信息与地表物理特征信息.因此,多频、多极化、多模式是目前 SAR 重要发展方向之一.多极化信息的处理和提取大大增强了人们对地表信息的处理能力,但是极化 SAR 的多通道工作方式,同时也增加了对地面遥感图像信息存储的要求.因而,有必要对多极化 SAR 图像数据压缩算法进行研究.然而传统的多极化 SAR 图像数据压缩是对每一极化通道单独进行压缩,没有考虑到极化通道之间的相关性.

然而,极化 SAR 各极化通道之间却存在一定的相关性,例如对于两个相同极化通道之间在海平面上,相关系数高达 0.9 以上;在森林地区,相关系数也在 0.5 左右,对于城市和公园地区来说,相关系数在 0.3 ~ 0.25

之间<sup>[1~3]</sup>.同时,同极化通道较交叉极化通道的相关系数高,在 0.5 左右<sup>[4]</sup>.对同一地域的多极化 SAR 图像具有相同的地物纹理信息,极化通道内部具有很大的相关性,因此在做极化 SAR 图像压缩时,不仅应考虑极化图像内部的相关性,也应考虑极化通道之间的相关性.

本文提出将同一场景的多极化 SAR 图像(HH, HV, VV, 根据互易性 HV, VH 应等同)表示在同一三维矩阵模型中,在极化通道之间做 DCT 变换,然后再对每一极化 SAR 图像进行相同的离散小波变换,三维矩阵的数据能量被压缩到矩阵的左上角低频区域,充分去除极化图像内部和极化通道内的相关性.然后对该三维混合变换系数平面根据率失真准则分配不同的比特数,采用 SPIHT 算法编码.输出端只需进行相应的解码和逆变换 IDWT, IDCT 即可.

## 2 多极化 SAR 图像三维矩阵变换

将多极化 SAR 图像数据表示在同一三维矩阵模型中,HH, HV, VV 极化图像分别对应三维矩阵的第一、第二、第三平面.设图像数据几何尺寸为  $M \times N$ , 则该三维

矩阵可表示为一  $M \times N \times 3$  的矩阵  $f(x, y, z)$  ( $x=0, 1, 2, \dots, M-1; y=0, 1, 2, \dots, N-1; z=0, 1, 2$ ). 关于三维矩阵理论, 可参见文献[5, 6]. 对该三维矩阵在极化通道间进行 DCT 变换, 以去除极化通道间的相关性. 极化通道之间的 DCT 变换可表示为:

$$F(x, y, 0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{z=0}^2 f(x, y, z)$$

$$F(x, y, Z) = \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{z=0}^2 f(x, y, z) \cos \frac{(2z+1)Z}{6} \quad (1)$$

多极化 SAR 图像三维矩阵的构成可以有其他组合方式如 HH, VV, HV 分别构成三维矩阵的第一、第二、第三平面. 但由于同极化间(HH 与 VV)强相关, 同极化与交叉极化间(HH 或 VV 与 HV)弱相关, 根据 DCT 变换理论和实验结果都可证明以 HH, HV, VV 组合分别构成三维矩阵的第一、第二、第三平面, DCT 系数能量更集中, 能够更好的去相关, 相同比特率下编解码图像具有最小的失真(证明见附录 1, 试验结果见表 2).

经过 DCT 变换, 三维矩阵的数据能量主要集中在第一平面, 三个数据平面之间的相关性大大降低. 为进一步消除通道平面内数据相关性, 每一通道内的数据, 可通过二维离散小波变换(DWT)来实现. 根据二维离散小波变换定义, 通过垂直和水平滤波, 将原始图像数据分解为水平、垂直、对角和低频四个子带, 其中低频部分可进一步分解.

经过多层小波分解后, 数据能量主要集中在矩阵第一平面的左上角. 本文采用 3

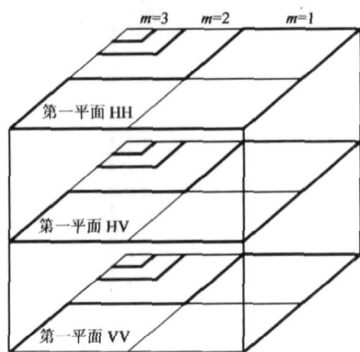


图 1 多极化 SAR 图像三维矩阵变换示意图

层小波变换, 因此, 对于三维矩阵每一平面将被分为:  $LL_3, HL_3, LH_3, HH_3, HL_2, LH_2, HH_2, HL_1, LH_1, HH_1$  10 个子带.

多极化 SAR 图像三维矩阵变换(极化通道内的 DCT 变换, 极化平面内的多层小波变换)如图 1 所示.

由于一维 DCT 变换和二维 DWT 变换都是线性变换, 因此, 多极化 SAR 图像三维矩阵变换算子  $1DCT_z$  和  $2DWT_{x,y}$  具有顺序互换性, 即  $1DCT_z(2DWT_{x,y}(f(x, y, z))) = 2DWT_{x,y}(1DCT_z(f(x, y, z)))$ , 证明参见附录 2.

### 3 SPIHT 算法

多极化 SAR 图像经过三维矩阵变换后, 得到的 DCT-DWT 混合系数三维矩阵的能量分布更为集中, 相

关性大大减小, 但数据量没有减少. 为实现压缩, 需要进行编码压缩. 根据小波变换系数特点, 二维 DWT 系数的相关性不仅体现在子带内部, 也体现在子带之间.

Said 和 Pearlman 提出的 SPIHT 算法, 是零树的基本思想, 通过空间方向树来更有效的组织小波系数. 该方法充分利用了不同尺度间小波系数的相关性, 也充分考虑了同一尺度下小波系数的相关性, 是一种高效的小波图像编码方法. 它采用比特平面编码, 具有实现简单和嵌入性码流等特点. 下面简要介绍下 SPIHT 算法.

SPIHT 算法根据空间方向树结构, 将集合分裂策略定义为:

$$T(i, j) = c(i, j) + D(i, j)$$

$$D(i, j) = O(i, j) + L(i, j) \quad (2)$$

$$L(i, j) = D(k, l), \quad (k, l) \in O(i, j)$$

式中  $T(i, j)$  为空间方向树;  $c(i, j)$  为树上的任一节点;  $D(i, j)$  为节点  $c(i, j)$  的后代坐标集合;  $O(i, j)$  为节点  $c(i, j)$  的直接后代坐标集合;  $L(i, j)$  为节点  $c(i, j)$  除直接后代外所有后代坐标集合.

SPIHT 算法编码过程分为排序和细化两部分. 排序过程根据上述集合分割策略, 将空间方向树上的节点分类, 编码过程中使用了 3 个链表记录相关信息: 不重要集合链表(LIS), 不重要像素集合(LIP)及重要像素集合(LSP). 具体过程如下:

首先将一个空间方向树在初始化时分裂成树头节点  $c(i, j)$  和剩余集合  $D(i, j)$ , 判断节点  $c(i, j)$  和集合  $D(i, j)$  的重要性, 初始化重要性阈值为  $T_0 = 2^{\lfloor \log_2(\max |c(i, j)|) \rfloor}$ ,  $n = \lfloor \log_2(\max |c(i, j)|) \rfloor$ . 若  $c(i, j)$  重要则转移到重要系数链表 LSP 中, 若  $D(i, j)$  是重要的, 则  $D(i, j)$  继续分裂为两个集合  $O(i, j)$  和  $L(i, j)$ . 对集合  $O(i, j)$  中的每个元素分别进行重要性测试, 把重要元素转移到 LSP 中. 对集合  $L(i, j)$  进行重要性测试, 若  $L(i, j)$  重要, 则  $L(i, j)$  分裂为 4 个集合, 并对这 4 个集合进行判断. 如此重复, 对每棵树进行分裂和判断直到找出所有重要元素, 把它们转移到 LSP 中.

细化过程是对 LSP 中每一个表项  $c(i, j)$  进行的, 对于阈值  $T_i$  来说, 输出重要像素绝对值的二进制表示  $n$  的第  $i$  位有效位.

将  $n$  减 1, 阈值减半, 进行重复排序和细化, 直到编码结束.

### 4 比特分配

多极化 SAR 图像经过三维矩阵变换后, 三个平面的能量分布不同, 重要性也不同, 因此量化时应分配不同的比特数. 要实现重建图像质量全局最优的比特分配, 这是一个有约束优化问题, 由于率失真函数未知,

该问题的求解现有的方法有:采用分治策略的二分法搜索<sup>[7]</sup>,动态规划法进行最优码率分配<sup>[8]</sup>,率失真曲线估值法<sup>[9]</sup>,但都具有要么运算复杂,要么只能搜索到局部最优点.采用率失真不等式结合拉格朗日乘子法来推导三个混合系数平面的最小失真比特分配公式.

设  $R_1, R_2, R_3, R_T$  为三个极化图像平面所分配的比特数和整体平均比特率;  $D(R)$  为率失真函数,则此问题可描述为一个有约束全局最优问题:

$$\min (D_1(R_1) + D_2(R_2) + D_3(R_3)) \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \quad R_1 + R_2 + R_3 = 3R_T$$

引入拉格朗日乘子得:

$$F(R_1, R_2, R_3) = D_1(R_1) + D_2(R_2) + D_3(R_3) + (3R_T - R_1 - R_2 - R_3) \quad (4)$$

$$\frac{\partial F}{\partial R_1} = 0 \quad \frac{\partial D_1(R_1)}{\partial R_1} =$$

$$\text{由 } \frac{\partial F}{\partial R_2} = 0 \text{ 于是得到: } \frac{\partial D_2(R_2)}{\partial R_2} = \quad (5)$$

$$\frac{\partial F}{\partial R_3} = 0 \quad \frac{\partial D_3(R_3)}{\partial R_3} =$$

连续非正态信源其信息率失真函数满足下列不等式:

$$h(U) - \frac{1}{2} \log_2 e D \leq R(D) \leq \frac{1}{2} \log_2 \frac{2}{D} \quad (6)$$

式中:  $2$  为信源方差,  $h(U)$  为信源微分熵.

当量化速率很高时,对于相当大部分概率分布类型来说,其下界收敛于真正的率失真函数  $R(D)$ ,因此对高速率信源编码其下界取等式得:

$$R(D) = h(U) - \frac{1}{2} \log_2 e D$$

进一步得

$$R(D) = \frac{e^{2(h(U) - R)}}{2e} \quad \frac{\partial D}{\partial R} = \frac{e^{2(h(U) - R)}(-2)}{2e} =$$

$$\text{整理得:} \quad R = h(U) - \frac{1}{2} \log_2 (-e) \quad (7)$$

对每一极化平面有:

$$R_1 = h(U_1) - \frac{1}{2} \log_2 (-e) \quad (8)$$

$$R_2 = h(U_2) - \frac{1}{2} \log_2 (-e)$$

$$R_3 = h(U_3) - \frac{1}{2} \log_2 (-e)$$

再由约束条件  $R_1 + R_2 + R_3 = 3R_T$  得  $\log_2 (-e) = \frac{2(h(U_1) + h(U_2) + h(U_3) - 3R_T)}{3}$  代入式(8)可得:

$$R_1 = R_T + \frac{2h(U_1) + h(U_2) + h(U_3)}{3}$$

$$R_2 = R_T + \frac{2h(U_2) + h(U_1) + h(U_3)}{3} \quad (9)$$

$$R_3 = R_T + \frac{2h(U_3) + h(U_1) + h(U_2)}{3}$$

式(9)为使重建图像失真最小的比特分配公式,用此式对三个混合系数平面进行比特分配,之后再分别进行 SPIHT 编码.

## 5 实验结果分析与比较

实验采取旧金山海湾地区的全极化 SAR 图像(图 3 所示),尺寸为  $216 \times 192$  的三个极化图像构成  $216 \times 192 \times 3$  的三维矩阵,进行三维矩阵变换:极化通道间进行一维 DCT 变换,三个极化平面内进行相同的二维 DWT 变换.小波基采用双正交小波 bior4.4,分解层数为 3.计算三个混合系数平面的微分熵,由式(9)计算出最优的比特分配.根据此比特分配对三个系数平面采用 SPIHT 算法编码.解码端只需 SPIHT 解码,二维 IDWT 变换,一维 IDCT 变换即可.

基于三维矩阵变换的多极化 SAR 图像压缩的编码和解码流程图如图 2 所示.

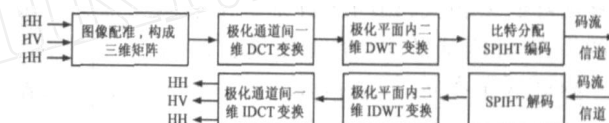


图 2 基于三维矩阵变换的多极化 SAR 图像压缩编解码流程图

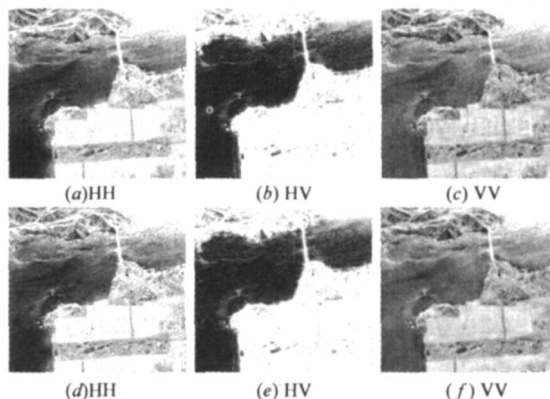


图 3 旧金山海湾地区多极化 SAR 图像及其基于三维矩阵变换的解码图像 (a)(b)(c) 为原始多极化 SAR 图像; (d)(e)(f) 为解码图像

解码图像质量用一定比特率下的量化峰值信噪比 PSNR 衡量. 其中: 比特率

$$R = b_p / n_i \quad (10)$$

$n_i$ : 输入图像数据总像素数,  $b_p$ : 编码后码流总比特数. 均方误差

$$\text{MSE}(z) = \frac{1}{M-1} \sum_{x=0}^{M-1} \frac{1}{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} (f(x, y, z) - \hat{f}(x, y, z))^2 \quad (11)$$

其中  $f(x, y, z)$  为输入的原始多极化 SAR 图像,  $\hat{f}(x, y, z)$  为解码后重建多极化 SAR 图像.

峰值信噪比

$$\text{PSNR}(z) = 10 \log_{10} \frac{\left( \max_{0 \leq x \leq M-1, 0 \leq y \leq N-1} (f(x, y, z)) - \min_{0 \leq x \leq M-1, 0 \leq y \leq N-1} (f(x, y, z)) \right)^2}{\text{MSE}(z)} \quad (12)$$

原始多极化 SAR 图像和 HH, HV, VV 组合的三维矩阵 SPIHT 编解码后的 SAR 图像如图 3 所示。

实验结果与采用 SPIHT 单独处理的多极化 SAR 图像的实验结果进行了比较,并与 JPEG2000 进行了比较,结果见表 1。可以看到采用本文提出的基于三维矩阵变换的 SPIHT 编码方法好于 JPEG2000 和传统 SPIHT 方法。由于充分考虑到了多极化 SAR 图像极化通道之间的相关性,不仅去除了极化图像内部的相关性,也去除了极化通道之间的相关性。

表 1 旧金山海湾地区多极化 SAR 图像压缩算法结果比较

压缩方法	平均比特率 (b/p)	PSNR (dB)			
		PSNR <sub>HH</sub>	PSNR <sub>HV</sub>	PSNR <sub>VV</sub>	PSNR
本文方法	1.0	26.75	26.82	26.69	26.75
JPEG2000	1.0	24.90	25.60	24.70	25.10
SPIHT	1.0	25.10	25.90	25.00	25.33

表 2 三维矩阵不同组合方 多极化 SAR 图像编解码结果比较

组合方式	微分熵 $h$			最佳比特分配			PSNR (dB)			
	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	PSNR <sub>1</sub>	PSNR <sub>2</sub>	PSNR <sub>3</sub>	PSNR
HH VV HV	3.85	1.99	1.78	2.0	0.6	0.4	26.66	25.69	26.13	26.17
HH HV VV	3.81	1.55	2.05	2.1	0.3	0.6	26.75	26.82	26.69	26.75

改变多极化 SAR 图像三维矩阵的组合方式,用 HH, VV, HV 来代替最优的 HH, HV, VV 组合方式,采用相同的编码方法,结果如表 2 所示,可以看到,在平均比特率相同情况下,HH, HV, VV 组合解码图像具有最优的峰值信噪比。

为了验证本文提到的基于微分熵的比特分配方法的有效性,对于 HH, HV, VV 极化组合,其三维矩阵变换的三个系数平面采用穷尽搜索的比特分配方法,分别计算出  $R_2 = 0.1, 0.2, \dots, 1.5, R_3 = 0.1, 0.2, \dots, 1.5, R_1 = 3 - R_2 - R_3$  时的平均峰值信噪比  $\overline{PSNR}$ ,结果如图 4 所示。搜索得到具有最大峰值信噪比时的比特分配,图中用 \* 点表示,此时的比特分配结果为  $R_1 = 2.1, R_2 = 0.3, R_3 = 0.6$ 。而计算得到三个系数平面的微分熵分别为 3.85, 1.99, 1.78,采用式(9)计算得到的比特分配也为  $R_1 = 2.1, R_2 = 0.3, R_3 = 0.6$ 。这说明采用式(9)得到了使重建图像质量全局最优的比特分配,从而证实了本文提出的基于微分熵比特分配方法的有效性。

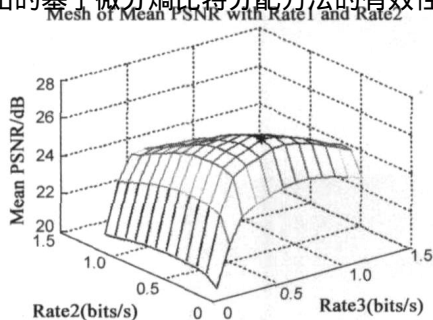


图 4 平均量化峰值信噪比  $\overline{PSNR}$  与  $R_2, R_3$  关系

## 6 结束语

本文提出了一种针对多极化 SAR 图像的基于三维矩阵变换的 SPIHT 压缩算法,将多极化 SAR 图像的三个极化图像构成在一个三维矩阵中,进行三维矩阵变换:极化通道内做一维 DCT 变换,极化图像平面内做二维 DWT 变换。根据三个混合系数平面的微分熵由率失真不等式结合拉格朗日乘子法推导得到最优比特数分配公式,在进行比特分配后,对三个混合系数平面采用对应的比特数进行 SPIHT 编码。该算法由于考虑了极化通道之间与极化图像内部之间的相关性,从理论推导还是实验压缩结果都表明这是一种很好的方法。

## 附录

### [1] 关于多极化 SAR 图像三维矩阵平面分布问题的证明

$x_{HH}, x_{HV}, x_{VV}$  为极化通道内对应的三个图像灰值。

HH, HV, VV 组合,根据 DCT 变换定义式,得其三个 DCT 系数分别为:

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (x_{HH} + x_{HV} + x_{VV}) \\ X_1 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( x_{HH} \cos \frac{\pi}{6} + x_{HV} \cos \frac{3\pi}{6} + x_{VV} \cos \frac{5\pi}{6} \right) \\ X_2 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \left( x_{HH} \cos \frac{2\pi}{6} + x_{HV} \cos \frac{6\pi}{6} + x_{VV} \cos \frac{10\pi}{6} \right) \\ X_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (x_{HH} + x_{HV} + x_{VV}) \end{aligned}$$

$$\text{即: } X_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (x_{HH} - x_{VV})$$

$$X_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} (x_{HH} - 2x_{HV} + x_{VV})$$

HH, VV, HV 组合时其三个 DCT 系数为:

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (x_{HH} + x_{HV} + x_{VV}) \\ X_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (x_{HH} - x_{HV}) \\ X_2 &= \frac{1}{\sqrt{6}} (x_{HH} - 2x_{VV} + x_{HV}) \end{aligned}$$

由于 HH, VV 强相关,  $x_{HH} \approx x_{VV}$  故  $X_1 \approx 0$ 。

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (x_{HH} - x_{HV}) \\ X_0 &= X_0 \quad X_2 = \frac{2}{\sqrt{6}} (x_{HH} - x_{HV}) \\ X_2 &= \frac{1}{\sqrt{6}} (x_{HV} - x_{HH}) \end{aligned}$$

很显然  $|X_2| \leq |X_1| + |X_2|$ 。于是得  $|X_0| + |X_1| + |X_2| \leq |X_0| + |X_1| + |X_2|$ , 且对于 HH, HV, VV 组合有  $|X_1| \leq |X_2| \leq |X_0|$ 。故 HH, HV, VV 组合较 HH, VV, HV 组合极化通道内一维 DCT 变换有更好的去相关性。证毕

## [2] 关于三维矩阵 $1DCT_z$ 变换与 $2DWT_{x,y}$ 顺序互换性值的证明

证明: 设  $f(x, y, z)$  为  $M \times N \times 3$  的多极化 SAR 图像三维矩阵数据。

根据 DCT 变换定义式有:

$$1DCT_z(f(x, y, z)) = C(Z) \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{z=0}^2 f(x, y, z) \cos\left[\frac{2}{3}(2z+1)Z\right]$$

$$\text{其中 } C(Z) = \begin{cases} 1/\sqrt{2}, & Z=0 \\ 1, & Z=1, 2 \end{cases}$$

根据二维离散小波变换定义式有:

$$2DWT_{x,y}(f(x, y, z))$$

$$\begin{cases} F(j_0, m, n, z) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y, z) j_{j_0, m, n}(x, y) \\ F^i(j, m, n, z) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y, z) i_{j, m, n}(x, y) \end{cases}$$

其中  $i = \{H, V, D\}$ ,  $m, n = 0, 1, 2, \dots, 2^j - 1$ .  $F(z_0)$  为在尺度  $j_0$  时  $f(x, y, z_0)$  的近似;  $F^i(z_0)$  为  $j - j_0$  水平, 垂直和对角方向的细节。

$$2DWT_{x,y}(1DCT_z(F(x, y, z)))$$

$$\begin{aligned} &= \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} 1DCT_z f(x, y, z) j_{j_0, m, n}(x, y) \\ \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} 1DCT_z f(x, y, z) i_{j, m, n}(x, y) \\ \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left( C(Z) \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{z=0}^2 f(x, y, z) \cos\left[\frac{2}{3}(2z+1)Z\right] \right) j_{j_0, m, n}(x, y) \\ \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} \left( C(Z) \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{z=0}^2 f(x, y, z) \cos\left[\frac{2}{3}(2z+1)Z\right] \right) i_{j, m, n}(x, y) \end{cases} \\ &= \begin{cases} C(Z) \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{z=0}^2 \left( \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y, z) j_{j_0, m, n}(x, y) \right) \cos\left[\frac{2}{3}(2z+1)Z\right] \\ C(Z) \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{z=0}^2 \left( \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y, z) i_{j, m, n}(x, y) \right) \cos\left[\frac{2}{3}(2z+1)Z\right] \end{cases} \\ &= C(Z) \sqrt{\frac{2}{3}} \sum_{z=0}^2 2DWT_{x,y}(f(x, y, z)) \cos\left[\frac{2}{3}(2z+1)Z\right] \\ &= 1DCT_z(2DWT_{x,y}(f(x, y, z))) \end{aligned}$$

即  $1DCT_z(2DWT_{x,y}(f(x, y, z))) = 2DWT_{x,y}(1DCT_z(f(x, y, z)))$  证毕

## 参考文献:

- [1] Sheen D R, Johnston L P. Statistical and spatial properties of forest clutter measured with polarimetric synthetic aperture radar (SAR) [J]. IEEE Trans on Geoscience and remote sensing, 1992, 30(3): 578 - 588.
- [2] Lee Jong-Sen, Hoppel K W, Stephen A, Mango A, Miller R. Intensity and phase statistics of multilook polarimetric and interferometric SAR imagery [J]. IEEE Trans on Geoscience and remote sensing, 1994, 32(5): 1017 - 1028.
- [3] Kong J A, Swartz A A, Yueh H A. Identification of terrain cover using optimum polarimetric classifier [J]. Journal of Electromagnetic waves and applications, 1987, 2(2): 171 - 194.
- [4] Swartz A A, Yueh H A, Kong J A. Optimal polarizations for achieving maximum contrast in radar images [J]. Journal of Geophysical Research, 1988, 93(12): 252 - 260.
- [5] 何振亚. 多维数字信号处理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995, 34 - 54.
- [6] 朱艳秋, 陈贺新, 戴逸松. 彩色图像三维矩阵变换压缩编码 [J]. 电子学报, 1997, 25(7): 16 - 21.  
Zhu Yan-qiu, Chen He-xin, Dai Yi-song. Compression coding of color image via 3-D matrix transform [J]. Acta Electronica Sinica, 1997, 25(7): 16 - 21. (in Chinese)
- [7] Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps [J]. Journal of Fourier Analysis and Application, 1998, 4(2): 247 - 269.
- [8] Prandoni P, Vetterli M. R/D optimal linear prediction [J]. IEEE Transaction on Speech and Audio Processing, 2000, 8(6): 646 - 655.
- [9] Shoham Y, Gersho A. Efficient bit allocation for an arbitrary set of quantizers [J]. IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, 36(9): 1445 - 1453.

## 作者简介:



张文超 男, 1978 年出生于河南南阳, 2001 年和 2004 分别获得吉林大学学士学位和硕士学位, 现为中国科学院电子学研究所博士研究生, 研究方向为微波成像, 图像处理, 模式识别和数字信号处理. E-mail: imageprocess@163.com

王岩飞 男, 1963 年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为微波成像与数字信号处理.

潘志刚 男, 1976 年生, 助理研究员, 研究方向为数据压缩、小波分析及信源编码.