一类时滞Hopfield神经网络系统的全局指数稳定

鲁 丽[1], 张继业[2], 杨翊仁[1]
(1. 西南交通大学应用力学与工程系, 四川成都 610031; 2. 西南交通大学牵引力国家重点实验室, 四川成都 610031)

摘 要: 研究一类时滞Hopfield神经网络系统的平衡状态全局指数稳定性. 在放宽对激励函数的可微性与单调性要求的前提下, 利用矩阵理论构造适当的李雅普诺夫泛函, 得到系统全局指数稳定的充分条件.

关键词: 时滞; 神经网络; 全局指数稳定; 矩阵理论
中图分类号: TP183 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2002) 10-1431-04

Global Exponential Stability in Delayed Hopfield Neural Network Models

LU Li[1], ZHANG Ji-ye[2], YANG Yi-ren[1]
(1. Department of Applied Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;
2. Traction Power National Laboratory, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: The existence of the equilibuium and the global exponential stability of delayed Hopfield neural network models are studied. Without assuming the monotonicity and differentiability of the activation functions, by utilizing matrix theory, Liapunov functionals are constructed and employed to establish sufficient conditions for global exponential stability independen of the delays.

Key words: delay; neural network; global exponential stability; matrix theory

1 引言

随着神经网络在复杂系统控制, 信号和图像处理及各种优化计算上的应用前景日益明朗, 神经网络方面的研究越来越受到重视. Hopfield神经网络是美国生物物理学家Hopfield教授于1982年提出的一种神经网络模型. 其两个主要应用是联想记忆和最优化计算[1]. 在电子网络中, 由于信号的有限传递速度, 使得网络在消息传递中存在时间滞后, 这一时间滞后使得系统具有更为复杂的动力学行为, 并且可能影响到系统的稳定性. 由于在许多应用中, 信息的传递等一般都要求处于一个较为稳定的状态, 因而对神经网络系统的稳定性分析具有较大意义. 对神经网络系统稳定性的研究已有许多工作发表. 文献[2]通过寻找适当的正定矩阵P研究了时滞系统的全局稳定性; 文献[3-5]研究了各种神经网络系统平衡点的存在性和全局稳定性, 一般要求激活函数为单调且有界; 文献[6]研究了具有有界非单调激活函数的Hopfield神经网络的平衡点的存在性和全局稳定性; 文献[7]、[8]利用M矩阵理论研究了时滞Hopfield系统的全局稳定性; 但对于时滞系统的全局指数稳定性的研究, 文献[1-8]都没有涉及. 文献[9]利用推广的Halanay时滞微分不等式和Liapunov函数研究了具有可变时滞的Hopfield型神经网络的平衡状态的全局指数稳定性; 文献[10-11]研究了一类时滞系统的全局指数稳定性, 但给出的稳定性判据较为复杂, 而且不是显式. 本文采用文献[2、7、8]的神经网络时滞系统, 并且放宽了对激励函数的可微性与单调性的要求, 利用矩阵理论构造适当的Liapunov泛函, 得到了时滞Hopfield神经网络系统全局指数稳定的充分条件.

2 模型描述

考虑以下系统

$$\frac{\mathrm{d}u_i(t)}{\mathrm{d}t}=-b_iu_i(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}g_j(u_j(t-\tau_{ij}))+J_i \quad (i=1,\cdots,n) \qquad (1)$$

其中: $b_i>0$, a_{ij}为权系数, $\tau_{ij}\geqslant 0(i,j=1,\cdots,n)$. 系数(1)的初始值为 $u_i(s)=\phi_i(s)$, $s\in[-\tau,0]$, 其中

$$\tau=\max_{1\leqslant i,j\leqslant n}\tau_{ij},\ \phi_i\in([-\tau,0],R),\ i=1,\cdots,n$$

文中定义: $\|\phi-u^*\|=\{\sum_{i=1}^{n}[\max_{t\in(-\tau,0)}(u_i(t)-u_i^*)]^2\}^{1/2}$.

2.1 模型假设

(Ⅰ)对于 $j\in\{1,\cdots,n\}$, g_j: $R\to R$ 为具有Lipschitz常数 L_j 的全局Lipschitz函数, 即

$$|g_j(u_j)-g_j(v_j)|\leqslant L_j|u_j-v_j|$$

(Ⅱ)对于 $j\in\{1,\cdots,n\}$, $|g_j(x)|\leqslant M_j$, $x\in R$, $M_j>0$.

将系统写为矩阵形式

$$\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}=-Bu(t)+Ag(u(t-\tau))+J \qquad (2)$$

其中: $u=(u_1,\cdots,u_n)^T$, $B=\mathrm{diag}(b_1,\cdots,b_n)$, 关联矩阵 $A=$

收稿日期: 2000-12-25; 修回日期: 2002-05-15
基金项目: 西南交通大学牵引力国家重点实验室开放课题; 教育部高等学校骨干教师资助计划

$(a_{ij})_{n\times n}$, $J=(J_1,\cdots,J_n)^T$, 非线性激活函数 $g(u(t-\tau))=(g_j(u_j)(t-\tau_{ij})))_{n\times n}$,

记: $|A|=(|a_{ij}|)_{n\times n}$, $L=\mathrm{diag}(L_1,L_2,\cdots,L_n)$.

2.2 定义及引理

定义 1[7] 一个实矩阵 $A=(a_{ij})_{n\times n}$ 称为 M 矩阵, 若下列条件成立:

(1) $a_{ii}>0(i=1,2,\cdots,n)$, $a_{ij}\leqslant 0(i,j=1,2,\cdots,n,i\neq j)$

(2) $\Delta_i=\det\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ii}\end{bmatrix}>0\quad(i=1,2,\cdots,n)$

定义 2 对于系统(2)的平衡点 u^*, 如果存在常数 $\varepsilon>0$ 及 $Q\geqslant 1$, 使得系统满足下面不等式 $[\sum_{i=1}(u_i(t)-u_i^*)^2]^{1/2}\leqslant Q\|\phi-u^*\|e^{-\varepsilon t}$, 则称平衡点 u^* 为全局指数稳定.

引理 1[7] 对于 A 矩阵, 以下陈述等价

(1) 矩阵 A 是 M 矩阵;

(2) $a_{ii}>0(i=1,2,\cdots,n)$, $a_{ij}\leqslant 0(i,j=1,2,\cdots n,i\neq j)$, 矩阵 $-A$ 为稳定矩阵, 即 $-A$ 的所有特征根具有负实部;

(3) $a_{ii}>0(i=1,2,\cdots,n)$, $a_{ij}\leqslant 0(i,j=1,2,\cdots,n,i\neq j)$, 且存在一组常数 $\zeta_i>0$(或 $\eta_i>0$), 使 $\sum_{j=1}^{n}\zeta_j a_{ij}>0(i=1,2,\cdots,n)$(或 $\sum_{i=1}^{n}\eta_i a_{ij}>0(j=1,2,\cdots,n)$)

引理 2[7]. 假设条件(Ⅰ)和(Ⅱ)成立, $\tau_{ij}\geqslant 0(i,j=1,2,\cdots,n)$. 如果 $\alpha=BL^{-1}-|A|$ 是一个 M 矩阵, 则对任意输入 J, 系统(1)有唯一平衡点 u^*, 且该平衡点为全局渐近稳定的.

3 两个定理及证明

定理 1 假设条件(Ⅰ)和(Ⅱ)成立, $\tau_{ij}\geqslant 0(i,j=1,\cdots,n)$. 如果 $\alpha=BL^{-1}-|A|$ 是一个 M 矩阵, 则对任意输入 J, 系统(1)有唯一平衡点 u^*, 且该平衡点为全局指数稳定的.

证明 由引理 2 我们可得到该系统有唯一的平衡点 u^*. 下面证明 u^* 为全局指数稳定的. 令 $x(t)=u(t)-u^*$, 则系统(1)成立

$$\frac{dx_i(t)}{dt}=-b_ix_i(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}f_j(x_j(t-\tau_{ij}))\quad(i=1,2,\cdots,n)\qquad(3)$$

其中: $f_j(x_j)=g_j(x_j+u_j^*)-g_j(u_j^*)\quad(j=1,2,\cdots,n)$.

这样, 系统(1)的平衡点为全局指数稳定的充要条件为系统(3)的零解为全局指数稳定.

由于 $\alpha=BL^{-1}-|A|$ 为 M 矩阵, 由引理 1 知存在一组常数 $\zeta_i>0$, 使

$$\zeta_i\left(\frac{-b_i}{L_i}+|a_{ii}|\right)+\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n}\zeta_j|a_{ji}|<0\quad(i=1,2,\cdots,n)$$

即

$$-\zeta_ib_i+\sum_{j=1}^{n}\zeta_j|a_{ji}|L_i<0\quad(i=1,2,\cdots,n)\qquad(4)$$

因而我们可以找到一个小的常数 $\varepsilon>0$, 满足

$$\zeta_i(-b_i+\varepsilon)+\sum_{j=1}^{n}\zeta_j|a_{ji}|L_ie^{\varepsilon\tau}\leqslant 0\quad(i=1,2,\cdots,n)\qquad(5)$$

构造以下形式的 Liapunov 泛函

$$V(x)(t)=\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\left\{|x_i|e^{\varepsilon t}+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}|\int_{t-\tau_{ij}}^{t}|x_j(s)|e^{\varepsilon(s+\tau_{ij})}ds\right\}\qquad(6)$$

沿系统(3)的轨线对式(6)求 Dini 导数

$$\begin{aligned}D^+(x)(t)&=\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\left\{\mathrm{sgn}x_i\frac{dx_i}{dt}e^{\varepsilon t}+\varepsilon|x_i|e^{\varepsilon t}+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}|[|x_j(t)|e^{\varepsilon(t+\tau_{ij})}-|x_j(t-\tau_{ij})|e^{\varepsilon t}]\right\}\\
&=e^{\varepsilon t}\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\{\mathrm{sgn}x_i[-b_ix_i(t)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}f_j(x_j(t-\tau_{ij}))]+\varepsilon|x_i|+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}|[|x_j(t)|e^{\tau_{ij}}-|x_j(t-\tau_{ij})|]\}\\
&\leqslant e^{\varepsilon t}\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\{-b_i|x_i|+\sum_{j=1}^{n}|a_{ij}||f_j(x_j(t-\tau_{ij}))|+\varepsilon|x_i|+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}||x_j(t)|e^{\varepsilon\tau}-\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}||x_j(t-\tau_{ij})|\}\\
&\leqslant e^{\varepsilon t}\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\{-b_i|x_i|+\sum_{j=1}^{n}|a_{ij}|L_j|x_j(t-\tau_{ij})|+\varepsilon|x_i|+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}||x_j(t)|e^{\varepsilon\tau}-\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}||x_j(t-\tau_{ij})|\}\\
&=e^{\varepsilon t}\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\{-b_i|x_i|+\varepsilon|x_i|+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}||x_j(t)|e^{\varepsilon\tau}\}=e^{\varepsilon t}\sum_{i=1}^{n}\{(-b_i+\varepsilon)\zeta_i+\sum_{j=1}^{n}|a_{ji}|L_i\zeta_je^{\varepsilon\tau}\}|x_i|\leqslant 0\end{aligned}$$

所以有

$$V(x)(t)\leqslant V(0),\ t\geqslant 0$$

因为

$$e^{\varepsilon t}(\min_{1\leq i\leq n}\zeta_i)\sum_{i=1}^{n}|x_i|\leqslant V(x)(t)\leqslant V(0)\qquad(7)$$

而

$$\begin{aligned}V(0)&=\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\{|x_i(0)|+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}|\int_{-\tau_{ij}}^{0}|x_j(s)|e^{\varepsilon(s+\tau_{ij})}ds\}\\
&\leqslant\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\{|u_i(0)-u_i^*|+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}|e^{\varepsilon\tau}\int_{-\tau_{ij}}^{0}|u_j(s)-u_j^*|ds\}\\
&\leqslant\sum_{i=1}^{n}\zeta_i\{\max_{t\in(-\tau,0)}|\phi_i(t)-u_i^*|+\sum_{j=1}^{n}L_j|a_{ij}|e^{\varepsilon\tau}\tau(\max_{t\in(-\tau,0)}|\phi_j(t)-u_j^*|)\}\\
&\leq(\max_{1\leq i\leq n}\zeta_i)\{\sum_{i=1}^{n}\max_{t\in(-\tau,0)}|\phi_i(t)-u_i^*|\\
&\quad+\tau e^{\varepsilon\tau}\sum_{i=1}^{n}(\max_{1\leqslant i\leqslant n,1\leqslant j\leqslant n}(\zeta_iL_j|a_{ij}|))\sum_{j=1}^{n}\max_{t\in(-\tau,0)}|\phi_j(t)-u_j^*|\}\end{aligned}$$

令

$$Q_1=\frac{\max_{1\leq i\leq n}\zeta_i}{\min_{1\leq i\leq n}\zeta_i}+\frac{\tau e^{\varepsilon\tau}\sum_{i=1}^{n}(\max_{1\leq i\leq n,1\leqslant j\leqslant n}(\zeta_iL_j|a_{ij}|))}{\min_{1\leq i\leq n}\zeta_i}$$

由式(7)得

$$\sum_{i=1}^{n}|u_i(t)-u_i^*| \leqslant Q_1\sum_{i=1}^{n}(\max_{t\in(-\tau,0)}|\phi_i(t)-u_i^*|)e^{-\varepsilon t} \tag{8}$$

式(8)两边平方再开方得

$$\begin{aligned}[\sum_{i=1}^{n}(u_i(t)-u_i^*)^2]^{1/2} &\leqslant [(\sum_{i=1}^{n}|u_i(t)-u_i^*|)^2]^{1/2}\\ &\leqslant Q_1e^{-\varepsilon t}\{n\sum_{i=1}^{n}[\max_{t\in(-\tau,0)}(\phi_i(t)-u_i^*)]^2\}^{1/2}\\ &\leqslant Qe^{-\varepsilon t}\{\sum_{i=1}^{n}[\max_{t\in(-\tau,0)}(\phi_i(t)-u_i^*)]^2\}^{1/2}\\ &\leq Q\|\phi-u^*\|e^{-\varepsilon t}\end{aligned} \tag{9}$$

式(9)中 $Q=n^{1/2}\cdot Q_1$ 为 $\geqslant 1$ 的常数, 由定义 2 知 u^* 为全局指数稳定. 得证.

定理 1 利用 M 矩阵得到了系统(1)的显式指数稳定性判据, 若将这一定理应用于文献[9]的系统, 可得到全局指数稳定的显式判据, 该判据比文献[9]的非显式判据更易于应用. 若取微小常数 $\varepsilon=0$, 则得到系统(1)的全局渐近稳定, 该定理推广了文献[7]的结果.

定理 2　假设条件(Ⅰ)和(Ⅱ)成立, $\tau_{ij}=\tau\geqslant 0(i,j=1,\dots,n)$. 如果存在一个正定对称矩阵 P 及正对角阵 D, 使得 $H=-(PB+BP)+PAD^2A^TP+L^TD^{-2}L<0$, 则对任意输入 J, 系统(1)的矩阵表达式(2)的平衡点 u^* 为全局指数稳定的.

证明　令 $x(t)=u(t)-u^*$, 则系统(2)成为

$$\frac{dx(t)}{dt}=-Bx(t)+Af(x(t-\tau)) \tag{10}$$

其中: $f(x)=g(x+u^*)-g(u^*)$. 这样, 系统(2)的平衡点 u^* 为全局指数稳定的充要条件为系统(10)的零解为全局指数稳定.

因为存在 $H=-(PB+BP)+PAD^2A^TP+L^TD^{-2}L<0$ 这一条件, 所以我们总能找到某一小的常数 $\varepsilon>0$, 使得

$$H_1=-(PB+BP)+\varepsilon\cdot P+PAD^2A^TP+L^TD^{-2}Le^{\varepsilon\tau}\leqslant 0.$$

构造以下形式的 Liapunov 泛函

$$V(x)(t)=x^T(t)Px(t)e^{\varepsilon t}+\int_{t-\tau}^{t}g^T(x(s))D^{-2}g(x(s))e^{\varepsilon(s+\tau)}ds \tag{11}$$

沿系统(10)的轨线对式(11)求 Dini 导数

$$\begin{aligned}D^+V(x)(t)&=2x^T(t)P[-Bx(t)+Ag(x(t-\tau))]e^{\varepsilon t}\\&\quad+\varepsilon\cdot x^T(t)Px(t)e^{\varepsilon t}+g^T(x(t))D^{-2}g(x(t))\\&\quad\cdot e^{\varepsilon(t+\tau)}-g^T(x(t-\tau))D^{-2}g(x(t-\tau))e^{\varepsilon t}\\&=e^{\varepsilon t}[-x^T(t)(PB+BP)x(t)+\varepsilon\cdot x^T(t)Px(t)+\\&\quad g^T(x(t))D^{-2}g(x(t))e^{\varepsilon\tau}-g^T(x(t-\tau))D^{-2}\\&\quad\cdot g(x(t-\tau))+2x^T(t)PAg(x(t-\tau))]\end{aligned} \tag{12}$$

由于

$$\begin{aligned}&-g^T(x(t-\tau))D^{-2}g(x(t-\tau))+2x^T(t)PAg(x(t-\tau))\\&\quad=-[D^{-1}g(x(t-\tau))-DA^TPx(t)]^T\cdot[D^{-1}g(x(t-\tau))\\&\qquad-DA^TPx(t)]+x^T(t)PAD^2A^TPx(t)\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}&-g^T(x(t-\tau))D^{-2}g(x(t-\tau))+2x^T(t)PAg(x(t-\tau))\\&\qquad\leqslant x^T(t)PAD^2A^TPx(t)\end{aligned} \tag{13}$$

将式(13)代入式(12), 得到

$$\begin{aligned}D^+V(x)(t)&\leqslant e^{\varepsilon t}[-x^T(t)(PB+BP)x(t)+\varepsilon\cdot x^T(t)Px(t)\\&\quad+x^T(t)L^TD^{-2}Lx(t)e^{\varepsilon\tau}+x^T(t)PAD^2A^TPx(t)]\\&=e^{\varepsilon t}x^T(t)Hx(t)\leqslant 0\end{aligned}$$

其中 $H_1=-(PB+BP)+\varepsilon\cdot P+PAD^2A^TP+L^TD^{-2}Le^{\varepsilon\tau}\leqslant 0$

所以有

$$V(x)(t)\leqslant V(0),\ t\geqslant 0 \tag{14}$$

令 $\min(\lambda_p)$ 为矩阵 P 的最小特征值, 可得到

$$\min(\lambda_p)x^T(t)x(t)e^{\varepsilon t}\leqslant x^T(t)Px(t)e^{\varepsilon t}\leqslant V(x)(t)\leqslant V(0) \tag{15}$$

因为

$$\begin{aligned}V(0)&=x^T(0)Px(0)+\int_{-\tau}^{0}g^T(x(s))D^{-2}g(x(s))e^{\varepsilon(s+\tau)}ds\\&\leqslant\max(\lambda_p)\sum_{i=1}^{n}x_i^2(0)+e^{\varepsilon\tau}\int_{-\tau}^{0}\sum_{i=1}^{n}\frac{L_i^2}{d_i^2}x_i^2(s)ds\\&\leqslant\max(\lambda_p)\sum_{i=1}^{n}x_i^2(0)+e^{\varepsilon\tau}\sum_{i=1}^{n}(\max_{1\le i\le n}\frac{L_i^2}{d_i^2})\int_{-\tau}^{0}\sum_{i=1}^{n}x_i^2(s)ds\\&\leqslant[\max(\lambda_p)+\tau e^{\varepsilon\tau}\sum_{i=1}^{n}(\max_{1\le i\le n}\frac{L_i^2}{d_i^2})]\sum_{i=1}^{n}[\max_{t\in(-\tau,0)}(\phi_i(t)\\&\quad-u_i^*)]^2\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $\max(\lambda_p)$ 表示矩阵 P 的最大特征值. 由式(15), (16)可得

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2(t)e^{\varepsilon t}\leqslant\left[\left(\max(\lambda_p)+\tau e^{\varepsilon\tau}\sum_{i=1}^{n}(\max_{1\le i\le n}\frac{L_i^2}{d_i^2})\right)/\min(\lambda_p)\right]\cdot\sum_{i=1}^{n}[\max_{t\in(-\tau,0)}(\phi_i(t)-u_i^*)]^2$$

上式两边开方可得

$$(\sum_{i=1}^{n}(u_i(t)-u_i^*)^2)^{1/2}\leqslant Q\|\phi-u^*\|e^{-\varepsilon t/2} \tag{17}$$

其中　$Q=\sqrt{\left(\max(\lambda_p)+\tau e^{\varepsilon\tau}\sum_{i=1}^{n}(\max_{1\le i\le n}\frac{L_i^2}{d_i^2})\right)/\min(\lambda_p)}$

式(17)中有 $Q\geqslant 1$, 由定义 2 知系统平衡为全局指数稳定. 得证.

当取微小常数 $\varepsilon=0$ 时, 便得到系统(2)的全局渐近稳定, 定理 2 即为参考文献[2]中的定理 1. 从而该定理推广了文献[2]的结果.

4　实际算法

下面我们举例说明定理 1 与定理 2 是互不包含的. 事实上, 我们可以证明, 当关联矩阵 A 的所有元素为非负时, 定理 1 是系统(1)存在平衡点且为全局指数稳定的充分必要条件. 但是当关联矩阵的元素不全为正时, 定理 1 不一定比定理 2 好. 下面举一例说明.

考虑如下系统:

$$\begin{bmatrix}\dot u_1\\ \dot u_2\end{bmatrix}=-\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2}&\frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\sin(\frac{1}{\sqrt3}u_1(t-\tau))+\frac{1}{\sqrt3}u_1(t-\tau)\\ \sin(\frac{1}{\sqrt3}u_2(t-\tau))+\frac{1}{\sqrt3}u_2(t-\tau)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}J_1\\J_2\end{bmatrix} \tag{18}$$

其中激活函数为 $g_j(x)=\sin(\frac{1}{\sqrt3}x)+\frac{1}{\sqrt3}x$, 满足假设条件(Ⅰ)

且有 $L_j=\dfrac{2}{\sqrt{3}}, j=1,2$, 因而有

$$\alpha=BL^{-1}-|A|=\begin{bmatrix}(\sqrt{3}-1)/2 & -1/2\\ -1/2 & (\sqrt{3}-1)/2\end{bmatrix}$$

由于这里 α 不是 M 矩阵, 定理 1 不适用这一系统, 而对于定理 2, 若令对称正定矩阵 P 以及正对角阵 D 为如下形式

$$P=\begin{bmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{bmatrix}, D=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

则有

$$H_1=-(PB+BP)+PAD^2A^TP+L^TD^{-2}L$$
$$=\begin{bmatrix}-6+4/3 & 0\\ 0 & -6+4/3\end{bmatrix} \tag{19}$$

从式(19)中容易看出, H_1 的一阶顺序主子式 $\Delta_1=-14/3<0$, 二阶顺序主子式 $\Delta_2=196/9>0$, 所以 $H_1<0$, 为负定. 由定理 2 知系统是全局指数稳定的.

5 结束语

本文在不要求激励函数的可微性与单调性的前提下, 利用 M 矩阵理论, 通过构造适当的李雅普诺夫泛函, 得到了时滞 Hopfield 神经网络系统全局指数稳定的显示充分条件, 这一显式条件便于工程应用. 并且构造另一适当的李雅普诺夫泛函, 也找到了这一时滞系统的全局指数稳定性条件. 另外, 由于放宽了对非线性激励函数的限制, 使得在构造网络时对激励函数有更多的选择余地.

参考文献:

[1] Hopield J J. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two sate neurons [J]. Proc. Nat1. Acad. Sci. USA, 1984, 81(5): 3088-3092.

[2] Sabri Arik. Stability analysis of delayed neural networks [J]. IEEE Transaction on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, 2000, 47(7): 1089-1092.

[3] 廖晓昕. Hopfield 型神经网络的稳定性 [J]. 中国科学(A), 1993, 23(10): 1025-1035.

[4] Gopalsamy K. & He X. Stability in asymmetric Hopfield net with transmission delays [J]. Physical D, 1994a, 76: 344-358.

[5] Liao Xiao Xin, Liao Yang, Liao Yu. Stability of bi-directional associative memory neural networks with delays [J]. Journal of Electronics, 1998, 15(4): 372-377.

[6] Van Den Driessche P, Zou X. Global attractivity in delayed Hopfield neural networks models [J]. SIAM J Appl Math., 1998, 58(6): 1878-1890.

[7] Zhang J Y, Jin X S. Global stability analysis in delayed Hopfield neural networks models [J]. Neural Network, 2000, 13(7): 745-753.

[8] Zhang J Y, Yang Y R. Global stability analysis of bidirectional associative memory neural networks with time delay [J]. International Journal of Circuit Theory and Applications, 2001, 29(2): 185-196.

[9] 廖晓昕, 肖冬梅. 具有变时滞的 Hopfield 型神经网络的全局指数稳定性 [J]. 电子学报, 2000, 24(4): 87-90.

[10] Cao Jinde. Exponential stability and periodic solution of delayed cellular neural networks [J]. Science in China (Series E), 2000, 43(3): 328-336.

[11] 梁学斌, 吴立德. Hopfield 型神经网络的全局指数稳定性及其应用 [J]. 中国科学(A), 1995, 25(5): 523-532.

作者简介:

鲁　丽　女, 1978 年生于浙江省江山市, 2000 年毕业于西南交通大学应用力学与工程系, 获学士学位, 现为该系硕博连读生, 主要研究方向为神经网络及其应用, 流固耦合振动.

张继业　男, 1965 年生于四川省夹江县, 1998 年于西南交通大学获工学博士学位, 现为西南交通大学牵引动力国家重点实验室副教授, 主要研究方向为神经网络及其应用, 混沌理论, 智能信号处理, 车辆系统动力与控制, 有合著专著一部, 发表论文 50 余篇.