一种脉冲多普勒雷达解模糊新算法

曾 涛,龙 腾

(北京理工大学电子工程系,北京 100081)

摘 要: 模糊问题是脉冲多普勒雷达的固有问题.目前常用的解模糊算法是孙子定理方法和一维集算法.本文提出了一种新的解模糊算法,即群算法.这种算法对测量误差不敏感,而且既可以解距离模糊又可以解多普勒模糊,所以它的性能优于孙子定理算法.另一方面,由于使用了查找表,群算法的计算量比一维集算法小,因而更适合实时处理.

关键词: 雷达; 频率估计; 解模糊

中图分类号: TN957.524 **文献标识码**: A **文章编号**: 0372-2112 (2000) 12-0099-03

A New Algorithm for PD Radar Ambiguity Resolution

ZENG Tao ,LONG Teng

(Dept. of Electronic Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, *China)*

Abstract: Ambiguity is a inherent matter of PD (pulse Doppler) radar. The Sunzi algorithm and the cluster algorithm are two popular algorithms for ambiguity resolution. In this paper, a new ambiguity resolution algorithm, i.e. group algorithm, is proposed. The new algorithm has better performance than the Sunzi algorithm because it can rectify the measurement error and can resolve Doppler ambiguity as well as range ambiguity. And thanks for the use of look-up table, the group algorithm fits real time signal processing better than the cluster algorithm.

Key words: radar; frequency estimation; ambiguity resolution

1 引言

模糊问题是PD(脉冲多普勒)雷达的固有问题.为了消除模糊,雷达系统成组地改变PRT(脉冲重复周期),并得到一组相关测量值,即:

$$t_i = x \% m_i ,\ i = 1, 2, \cdots, N \tag{1}$$

这里 x 是真实距离, m_i 是脉冲重复周期, t_i 是相应脉冲重复周期上的测量值, x、m_i 和 t_i 都以距离门为单位,共有 N 重脉冲重复周期, %表示求余运算.为了后面叙述方便,令 $\mathrm{t} = (t_1, \cdots, t_N)$,并称 t 为距离观测矢量, $\mathrm{m} = (m_1, \cdots, m_N)$,称为模矢量.而解模糊的过程就是由距离观测矢量 t 导出真实距离 x 的过程.现有解模糊方法中最具代表性的方法是孙子定理方法和一维集算法.

1.1 孙子定理

解模糊的过程本质上是在求解同余方程组,显然数论中著名的孙子定理可以用于解决这一问题.

孙子定理[1]:设 $m_1, \cdots, m_k$ 是两两即约的正整数,那么,对任意整数, $a_1, \cdots, a_k$,一次同余方程组:

$$x \equiv a_j (\mathrm{mod}\ m_j),\ 1 \le j \le k$$

必有解,且解数为1.事实上,同余方程组的解是

$$x \equiv M_1 M_1^{-1} a_1 + \cdots + M_k M_k^{-1} a_k (\mathrm{mod}\, m)$$

这里 $m = m_1 \cdots m_k$, $M_j = m / m_j (1 \le j \le k)$,而 M_j^{-1} 是满足

$$M_j M_j^{-1} \equiv 1 (\mathrm{mod}\, m_j),\ 1 \le j \le k$$ 的一个整数.

1.2 一维集算法[2]

一维集算法的实质是利用穷举法解同余方程组,具体算法请参见文献[2].这种算法不需要对PRT和测量值进行量化,所以既可以解距离模糊,又可以解速度模糊.而且在解模糊的同时可以对结果的可靠性做出评价.

比较两种方法,发现孙子定理可以给出真实距离和观测矢量间的解析关系,因此运算速度很快.但是孙子定理要求PRT两两即约,如果观测矢量存在误差,则计算结果的误差会很大,而且孙子定理不能直接用于解速度模糊.一维集算法有纠错能力,也可以解速度模糊,但是缺点是计算量大.

2 群算法

群算法的引入是为了综合前两种方法的优点,去其缺点.

2.1 模型

首先在式(1)的基础上增加观测误差,得到更为实用的模型.设 x 是真实距离, m_i 是脉冲重复周期, t_i 是相应脉冲重复周期上的无误差观测值, x、m_i、t 都以距离门为单位,则有:

$$t_i = x \% m_i ,\ i = 1, 2, \cdots, N \tag{2}$$

令 t 为无误差观测矢量,即 $\mathrm{t} = (t_1, \cdots, t_N)$,令 $\mathrm{e} = (e_1, \cdots, e_N)$ 为测量误差, $\mathrm{t}_0 = (t_{01}, \cdots, t_{0N})$ 为实际测量矢量,则

收稿日期:1999-11-25;修回日期:2000-06-06

$$t_0 = t + e \tag{3}$$

式(2)和(3)构成了模糊问题的完整模型. 把全体 t 矢量构成的集合称为有效矢量集,记作 V,式(2)描述了 x 到 t 的映射关系,为方便后面叙述,把该映射记作 F,则 $t = F(x)$. 全体 t_0 矢量构成的集合称作观测集,记作 R. 理论上,t_0 的第 j 个分量的取值范围是 0 到 m_j 之间的全体整数,即 $0 \le t_j < m_j$. 解模糊的过程就是由实际测量矢量 t_0 求出真实距离 x 的估计 $\hat{x}$ 过程.

如果各 PRT 两两即约,则可以无模糊距离测量范围最大,但这时信息没有冗余,所以任何测量误差都会使解模糊的结果远远偏离真实距离,而且没有任何方法来纠正这种偏差. 当各 PRT 存在公约数时,测量空间中的大部分矢量是无效的,也就是说这些矢量将使同余方程组无解. 这点可以由下面的充要条件说明:同余方程组有解的充要条件[1]:设 $m_1 \cdots m_k$ 是任意正整数,同余方程组 $x \equiv a_j (\mathrm{mod}\ m_j)$ $(1 \le j \le k)$ 有解的充要条件是 $GCD(m_i, m_j) | (a_i - a_j)$ $(1 \le i \ne j \le k)$. 若有解,则对模 $LCM(m_1, \cdots, m_k)$ 的解数为 1. 这里"|"表示整除,GCD() 和 LCM() 分别表示求最小公倍数和最大公约数.

由于测量矢量中含有误差,所以解模糊的过程可以分为两个阶段:

(1) 根据一定准则,由实际测量矢量 t_0 得到对无误差测量矢量 t 的估计 $\hat{t}$,也就是找出适当的对应关系 H,使 $\hat{t} = H(t_0)$.

(2) 由 $\hat{t}$ 解出 $\hat{x}$.

有趣的是模糊、解模糊过程与通信中的编码、解码过程很相似(如图 1 和图 2 所示). 更重要的是,解模糊过程中 $H(\cdot)$ 映射和译码过程在本质上是一样的,它们都要对测量空间做某种划分,使每一个子区域中的所有测量矢量与一个有效矢量对应. 因此,它们可以采用相似的处理方法(对于译码是校验矩阵,对于解模糊是后面介绍的特征变换)和相同的数学工具(群论).

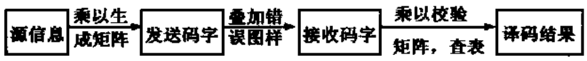

图 1　编码、解码过程

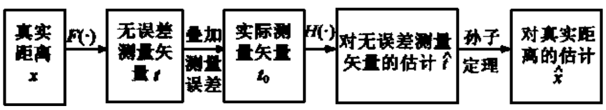

图 2　模糊的产生和解模糊过程:$F(\cdot)$ 代表式(2)所示对应关系,$H(\cdot)$ 代表 t_0 到 $\hat{t}$ 的对应关系

2.2　映射 H 的推导

2.2.1　群的构造

定义 1　测量矢量集合 G_m:设 m 是 k 维模矢量,则

$$G_m = \{ (n_1, n_2, \cdots, n_k) | \ n_i \text{ 是整数,且 } 0 \le n_i < m_i \}$$

定义 2　有效矢量集合 V_m:设 m_i 是正整数,$i = 1, \cdots, k$. 则 $V_m = \{ (n_1, n_2, \cdots, n_k) | \ n_i = x \% m_i, x \text{ 是任意整数} \}$. 由充要条件可知,当 m_i 两两即约时,$V_m = G_m$,否则,V_m 是 G_m 的真子集.

定义 3　模 m 加法:设 a, b, m 是 k 维矢量,a, b, m 的各个分量都是整数,且 m 的所有分量都不等于 0,则 a, b 模 m 相加的结果是 k 维矢量 c, c 的各分量定义如下:

$$c_i = (a_i + b_i) \% m_i, \ i = 1, \cdots, k$$

记作 $c = a \oplus b : m$,当不易混淆时,简记作 $c = a \oplus b$.

容易证明,集合 G_m 在 $\oplus$ 下构成一个加法群,记作:群 $(G_m, \oplus)$,当不易混淆时简记作群 G_m. 同样,集合 V_m 在 $\oplus$ 下也构成一个加法群,记作:群 $(V_m, \oplus)$,当不易混淆时简记作群 V_m.

在群 G_m 中可以引入减法,记作"$\ominus$",且 $a \ominus b = a \oplus (-b)$,这里 $-b$ 是的 b 负元素.

定义 4　特征映射 Q:设 m 是 k 维模矢量,令 $M = (M_1, \cdots, M_s, \cdots, M_r)$,$M_s = GCD(m_i, m_j)$,$1 \le s \le r = k * (k-1)/2$,$1 \le i \le k-1$,$i+1 \le j \le k$,称 M 是由 m 导出的模矢量. 设 $B_M = \{ (c_1, c_2, \cdots, c_r) | \ c_s \text{ 是整数,且 } 0 \le c_s < M_s \}$,则特征映射 $c = Q(g)$ 是 G_m 到 B_M 的映射,定义为:

$$c = (c_1 \cdots c_r), \ g = (n_1 \cdots n_k), \ c_s = (n_i - n_j) \% M_s,$$
$$1 \le s \le r, 1 \le i \le k-1, i+1 \le j \le k.$$

定义 5　特征映射的像集称为特征集,记作 C_M.

显然,当 M_s 两两即约时,$C_M = B_M$,否则,C_M 是 B_M 的真子集. 另外,在模 M 加法下,B_M 构成加法群,C_M 是 B_M 的子群.

特征映射有以下性质(证明从略):

性质 1　特征映射是群 G_m 到群 C_M 的同态映射.

性质 2　在引入特征映射后,根据同余方程组有解的充要条件可知:

若 $g \in G_m$,则 g 是有效矢量的充要条件是:$Q(g) = 0$. 所以:(1) 所有有效矢量的集合 V_m 就是同态映射 Q 的同态核. (2) 根据同态映射的性质可知,V_m 是 G_m 的不变子群. (3) 群 C_M 与 $G_m | V_m$(群 G_m 对 V_m 的商群)同构.

性质 2 说明 C_M 中的每一个矢量与 V_m 的一个陪集相对应. 特别的,C_M 的零矢量与 V_m 本身对应. 现在可以清楚的看到特征映射和译码过程中的校验矩阵具有相同功效,因为 Q_m 是同态映射,所以

$$Q_m(t_0) = Q_m(t \oplus e) = Q_m(t) \oplus Q_m(e) = Q_m(e)$$

也就是说误差矢量的特征和观测矢量的特征相同. 这样通过特征映射,可以找到误差矢量所在的陪集.

为了得到对 t 的估计 $\hat{t}$,需要确定一个估计准则. 首先我们希望使用最大似然准则. 但是要分析清楚所有观测矢量的出现概率的难度很大,甚至是不可能的,所以这里采用最近邻准则,也就是当测量矢量为 t_0 时,选择与 t_0 最接近的有效矢量作为对真实矢量 t 的估计. 为此,首先要给集合 G_m 定义一种距离.

距离定义　分三步做出距离的定义:

(1) 标量的模 m 绝对值:设 m 是正整数,x 是 0 到 m 之间的整数,则 x 的模 m 绝对值记作 $|x|_m$,且

$$|x|_m = \begin{cases} x, & \text{当 } x < m/2 \\ m - x, & \text{当 } x \ge m/2 \end{cases}$$

(2) 矢量的模 m 范数:设 m 是 k 维模矢量,$x \in G_m$,则 x 的模 m 范数记作 $\| x \|_m$,且 $\| x \|_m = \sum | x_i |_m$,$1 \le i \le k$. 可以

验证, $\| x \|_m$ 满足距离公理:

(3) 从范数导出距离　设 a, b $\in G_m$,则 a, b 的距离为: $\| a \odot b \|_m$,记作 $\rho(a, b)$.

从上述距离定义可以看出, $\rho(t_0, t) = \rho(t \oplus e, t) = \|(t \oplus e) \odot t\|_m = \| e \|_m$.

所以,寻找与 t_0 距离最近的 t 等效于寻找范数最小的 e. 因为当 t_0 已知时,通过特征映射, e 的取值范围将被限定在特定的陪集之内,所以寻找最小的 e 要比直接寻找 t 要简单的多. 设每个陪集中的最小元素为 $\hat{e}$,由于群 C_M 与群 G_m 对 V_m 的商群 $G_m | V_m$ 同构,所以, $\hat{e}$ 与特征矢量具有对应关系,我们用 $\hat{e} = h(c)$ 来表示这种关系,这里 $c \in C_M$. $h(c)$ 通常用查找表的形式给出. 查找表的制作过程分两步进行:(1) 对 G_m 进行陪集分解,也就是对 G_m 的所有元素做特征映射,具有相同特征向量的元素构成一个陪集. (2) 搜索各陪集,找出每个陪集的最小元素. (3) 由各陪集的特征相量和最小元素构成查找表. 以上三步可以离线计算,不会对实时处理造成影响. 如果采用四重 PRT,各 PRT 分别为 85, 95, 105, 110 个距离门, G_m 中共有元素: $85 \times 95 \times 105 \times 110 \approx 10^8$ 个元素,也就是说如果要直接用查表法实现变换 $\hat{t} = H(t_0)$ 需要大约 100 兆存储单元,这是目前的 DSP 系统是无法实现的. 而通过查表实现 $\hat{e} = h(c)$ 则容易的多,因为 V_m 有 LCM(85, 95, 105, 110) 个元素, C_M 和商群 $G_m | V_m$ 同构,所以 C_M 的元素只有 125 个.

2.2.2　从 $\hat{t}$ 得到 $\hat{x}$

从 $\hat{t}$ 得到 $\hat{x}$ 的工作可以由孙子定理承担,但是首先要对孙子定理进行一定扩展,使之适应各种 PRT 组合,为此引入补充定理[1]:设 $m_1 \cdots m_k$ 是任意正整数, $m = \mathrm{LCM}(m_1, \cdots, m_k)$,则

(1) 一定可找到一组正整数, $n_1, \cdots, n_k$ 满足: $n_j | m_j$ $(1 \le j \le k)$, $n_1, \cdots, n_k$ 两两即约,和 $n_1 \cdots n_k = m$.

(2) 若同余方程组 $x \equiv a_j (\mathrm{mod}\, m_j)$ $(1 \le j \le k)$ 有解,则它的解与同余方程组 $x \equiv a_j (\mathrm{mod}\, n_j)$ 的解相同.

显然,补充定理不需要 $m_1 \cdots m_k$ 两两即约,可以适用于各种 PRT.

2.3　群算法解模糊的步骤

现在总结一下群算法解模糊的步骤:(1) 得到特征矢量: $c = Q(t_0)$; (2) 得到最小误差: $e = h(c)$; (3) 观测矢量减去误差矢量的估计,得到对有效矢量的估计: $\hat{t} = t_0 \odot \hat{e}$; (4) 通过孙子定理从 $\hat{t}$ 得到 $\hat{x}$.

在利用群算法解模糊的过程中,我们不仅可以得到对真实距离的估计 $\hat{x}$,同时还得到了对测量误差的估计 $\hat{e}$, $\hat{e}$ 反映了结果的可靠程度,在实际应用中,我们可以对 $\hat{e}$ 设置一个门限,当 $\hat{e}$ 超过门限时,我们认为该测量矢量是一个非法组合应舍弃. 虚警、多目标环境下各 PRT 上观测值的随机组合都可能产生非法组合.

3　用群算法解多普勒模糊

传统的孙子定理方法不能用于解多普勒模糊,这是因为目标多普勒频率的测量是用一定点数的 FFT 变换实现的,每重 PRF 上的频率测量值都被量化到某一个 FFT 滤波器的中心频率上,由于各 PRF 上的 FFT 滤波器宽度不同,所以这种量化过程会引入误差,并造成同余方程组无解. 但群算法不存在这个问题,因为群算法有误差校正能力. 可以证明,如果取 $1/[L \cdot LCM(m_1, \cdots, m_N)]$ 为量化单位(L 是 FFT 点数, m_n 是第 n 重 PRT 所包含的距离门数目),各 PRF 上的频率测量值都可以被量化成整数,然后就可以用和解距离模糊相同的方法解决多普勒模糊的问题.

4　小结

本文用精确的数学模型对解模糊问题做了描述,并且提出了一种新的解模糊算法:群算法,与传统孙子定理算法相比新算法的主要改进之处是它对误差具有校正能力,解模糊的结果更加准确,而且具有更宽广的应有范围(如解速度模糊,在多目标环境中解模糊,与目标报告算法兼容等). 当然,一维集算法同样有误差校正能力,但是在许多情况下,群算法的速度要快一些. 可以说群算法是一种结合了两种现有算法的优点的新方法.

参考文献:

[1] 潘承洞,潘承彪著.《初等数论》[M]. 北京大学出版社.

[2] Trunk G, Brockett S. Range and Velocity Ambiguity Resolution [J]. IEEE, 1993.

[3] Thomas A. G, Berg M. C. Medium PRF set selection: an approach through combinatories [J]. IEE Proc-Radar, Sonar Navig., December 1994, 141(6).

[4] Hovanessian S. A. An algorithm for calculation of range in a multiple radar [J]. IEEE Trans., 1982, AES-18, (3): 288 - 296.

[5] 雷文,龙腾,曾涛. 一种脉冲多普勒雷达解距离模糊的新算法 [J]. 北京理工大学学报, 1999, 19.3: 57 - 360.

作者简介:

曾　涛　1971 年出生于天津,1994 年进入北京理工大学电子工程系攻读硕士学位,1996 年因博硕连读开始攻读博士学位. 研究内容包括高速 DSP 模块开发,脉冲多普勒雷达信号处理机开发等.

龙　腾　1968 年出生,1989 年 7 月本科毕业于中国科技大学,1995 年 2 月获北京理工大学工学博士学位. 目前为北京理工大学电子工程系雷达技术研究所副所长,副教授,北京理工大学后备中青年学术带头人,中国航空学会信号处理分会理事. 主要科研成果曾获北京理工大学优秀科技成果特等奖,已在各种学术期刊、学术会议发表论文近 30 篇. 主要研究方向为雷达系统、高速实时数字信号处理.