

# 基于区间值模糊集的模糊区域拓扑关系模型

虞强源, 刘大有, 欧阳继红

(吉林大学计算机科学与技术学院, 吉林大学符号计算与知识工程教育部重点实验室, 吉林长春 130012)

**摘 要:** 在 GIS 实际应用领域中, 采样点的属性数据往往不是精确的数值, 而是一个区间范围, 对此类空间数据的建模、分析和推理越来越受到相关领域研究者的重视. 利用区间值模糊集描述由不确定属性数据所圈定的模糊区域, 基于区间值和区间值模糊集的运算性质, 给出了模糊区域间拓扑关系的分析模型. 该模型改进了基于经典模糊集及其截集的拓扑关系模型, 对模糊区域拓扑关系的分析结果更符合人们的认知习惯, 可以利用区间值结果进行推理和决策, 能够有效地分析由区间值属性所确定的模糊区域间的拓扑关系, 在地理信息系统和空间数据库等领域具有实际应用价值.

**关键词:** 空间推理; 拓扑关系; 模糊区域; 区间值; 区间值模糊集

**中图分类号:** TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 01-0186-04

## Topological Relations Model of Fuzzy Regions Based on Interval Valued Fuzzy Sets

YU Qiang-yuan, LIU Da-you, OUYANG Ji-hong

(College of Computer Science and Technology, Key Laboratory of Symbolic Computation and Knowledge Engineering of Ministry of Education, Jilin University, Changchun, Jilin 130012, China)

**Abstract:** In the applications of GIS, the attribute data of sample point isn't often precise value, but an interval range. The modeling, analyzing and reasoning of this kind of data has gained more and more attention from researchers. The method describes the fuzzy regions determined by indeterminate attribute value using interval valued fuzzy sets. Based on the operation property of interval value and interval valued fuzzy sets, the analyzing model of topological relations between fuzzy regions is proposed. It improves the original topological relations model that use traditional fuzzy set and cut-set. The analysis result accords with the cognitive principle of people and can be used to reasoning and make decision. It can efficiently judge the topological relations between fuzzy regions determined by interval-valued attribute and it is valuable in the fields such as GIS, geography and spatial databases.

**Key words:** spatial reasoning; topological relations; fuzzy regions; interval valued fuzzy sets

### 1 引言

在基于 GIS 的地质、地理和环境等领域的实际应用中, 获取的空间数据往往不是精确的数值, 可能是一个区间范围, 采样测量得到的数据也在一定的范围内存在误差, 如降水量、温度、土壤养分、化学成分含量等等. 这将导致获取的空间数据符合某个模糊概念的程度是一个区间值, 根据概念所圈定的区域不再是精确的区域. 如根据某种化学成分的含量来圈定其高含量区域, 每个采样点的区间值数据对于“高含量”这个模糊概念的隶属度为一个区间值, 整个区域形成一个区间值模糊集. 在实际应用中需要分析两个模糊概念所圈定的区域间的拓扑关系, 进而根据其间的关系进行推理和决策, 由此引

出需要分析两个区间值模糊集所对应的模糊区域间的拓扑关系.

空间数据的模糊性和不确定性的处理对于空间推理来说是非常重要的, 对模糊概念的建模一直是空间推理的研究热点之一, 在很多情况下可以利用模糊数学来概念化不精确的空间概念. 模糊方法是目前处理空间数据模糊性的主要方法之一. 早在 20 世纪 70 年代就有一些学者讨论区间值模糊集<sup>[1]</sup>, 近几年区间值模糊集的研究越来越受到重视, 其原因就在于实际应用中, 难以获得精确的数据, 隶属程度往往不易确定, 而区间值隶属度相对而言较易确定, 判断、推理所产生的结果用区间值来表示更能反映人类推理的模糊性和不确定性.

收稿日期: 2002-12-05; 修回日期: 2004-12-02

基金项目: 国家自然科学基金重大项目 (No. 60496321); 国家自然科学基金 (No. 60373098, 60173006); 国家 863 高技术研究发展计划项目 (No. 2003AA118020); 吉林省科技发展计划重大项目 (No. 20020303); 吉林省科技发展计划项目 (No. 20030523)

本文首先给出了与模糊区域拓扑关系分析相关的区间值和区间值模糊集的一些基本概念和运算,然后对区间值模糊集所描述的模糊区域间的拓扑关系进行了详细分析,通过实例说明该方法的有效性和实用性,并与相关工作进行了对比分析,最后总结了本文的贡献并探讨了进一步的工作。

## 2 区间值和区间值模糊集

本文基于区间值和区间值模糊集来分析模糊区域间的拓扑关系,首先给出区间值和区间值模糊集的有关概念和运算<sup>[2]</sup>,以及区间值的排序方法。

**定义 1** 用  $I$  表示单位闭区间  $[0, 1]$ , 称包含于闭区间  $[0, 1]$  的闭区间  $\bar{a} = [a^-, a^+]$  为区间值,  $I$  上的区间值全体记为  $[I]$ , 即  $[I] = \{[a^-, a^+] | a^-, a^+ \in I\}$ . 同样可以定义实数集  $R$  上的区间值集合为  $[R] = \{[a^-, a^+] | a^-, a^+ \in R\}$ .

显然对于  $a \in I$  ( $a \in R$ ), 若令  $a = [a, a]$ , 则有  $a \in [I]$  ( $a \in [R]$ ), 即单点数值是区间值的特例,  $I \subset [I]$  ( $R \subset [R]$ ).

因为采样数据对于模糊区域的隶属程度是  $I$  上的区间值, 所以下面主要就  $[I]$  上的概念、性质和运算等进行讨论。

对  $\bar{a}, \bar{b} \in [I]$ ,  $\bar{a} = [a^-, a^+]$ ,  $\bar{b} = [b^-, b^+]$  规定  $[I]$  中元素的序如下:

- (1)  $\bar{a} \bar{b} \Leftrightarrow a^- \leq b^-$ ,  $a^+ \leq b^+$ ;
- (2)  $\bar{a} = \bar{b} \Leftrightarrow a^- = b^-$ ,  $a^+ = b^+$ ;
- (3)  $\bar{a} < \bar{b} \Leftrightarrow \bar{a} \bar{b}$ ,  $\bar{a} \neq \bar{b}$ .

对于区间值的任意一种运算  $*$ , 根据扩展原理, 有  $[a^-, a^+] * [b^-, b^+] = [z^-(x, y) | a^-, a^+ \times [b^-, b^+], z = x^* y]$

对  $\bar{a}, \bar{b} \in [I]$ ,  $\bar{a} = [a^-, a^+]$ ,  $\bar{b} = [b^-, b^+]$ , 区间值的基本运算为:

- (1)  $\bar{a}$  的否定(补):  $\bar{a}^c = [1 - a^+, 1 - a^-]$
- (2)  $\bar{a}, \bar{b}$  的逻辑和(取大):  $\bar{a} \vee \bar{b} = [a^-, b^+]$
- (3)  $\bar{a}, \bar{b}$  的逻辑积(取小):  $\bar{a} \wedge \bar{b} = [a^-, b^-]$
- (4)  $\bar{a}, \bar{b}$  的乘积:  $\bar{a} \bar{b} = [a^- b^-, a^+ b^+]$

容易看出,  $I$  上的区间值在上述运算下是封闭的。

对  $\bar{a}, \bar{b} \in [R]$ ,  $\bar{a} = [a^-, a^+]$ ,  $\bar{b} = [b^-, b^+]$ ,  $a^- \leq 0$  且  $b^- > 0$ , 则有  $\bar{a}/\bar{b} = [a^-/b^+, a^+/b^-]$ .

**定义 2** 对  $\bar{a}, \bar{b} \in [I]$ , 设  $\bar{a} = [a^-, a^+]$ ,  $\bar{b} = [b^-, b^+]$ , 且记  $l(\bar{a}) = a^+ - a^-$ ,  $l(\bar{b}) = b^+ - b^-$ , 则  $\bar{a} \bar{b}$  的可能度为

$$p(\bar{a} \bar{b}) = \begin{cases} 1, & a^- = a^+ > b^- = b^+ \\ 1/2, & a^- = a^+ = b^- = b^+ \\ 0, & a^- = a^+ < b^- = b^+ \\ \max \left\{ 1 - \max \left\{ \frac{b^+ - a^-}{l(\bar{a}) + l(\bar{b})}, 0 \right\}, 0 \right\}, & \text{否则} \end{cases}$$

类似地,  $\bar{a}/\bar{b}$  的可能度

$$p(\bar{a}/\bar{b}) = \begin{cases} 1, & a^- = a^+ < b^- = b^+ \\ 1/2, & a^- = a^+ = b^- = b^+ \\ 0, & a^- = a^+ > b^- = b^+ \\ \max \left\{ 1 - \max \left\{ \frac{a^+ - b^-}{l(\bar{a}) + l(\bar{b})}, 0 \right\}, 0 \right\}, & \text{否则} \end{cases}$$

显然具有如下性质:  $0 \leq p(\bar{a} \bar{b}) \leq 1$ ,  $0 \leq p(\bar{a}/\bar{b}) \leq 1$ ,  $p(\bar{a} \bar{b}) + p(\bar{a}/\bar{b}) = 1$ .

**定义 3** 设  $X$  是一非空普通集合, 称映射  $A: X \rightarrow [I]$ ,  $x \mapsto [A^-(x), A^+(x)]$  为  $X$  上的区间值模糊集,  $X$  上所有的区间值模糊集记为  $IF(X)$ .

对  $\forall A \in IF(X)$ , 令  $A(x) = [A^-(x), A^+(x)]$ ,  $A^-(x) \leq A^+(x)$ ,  $\forall x \in X$ , 则普通模糊集  $A^-: X \rightarrow I$  和  $A^+: X \rightarrow I$  分别称为  $A$  的下模糊集和上模糊集. 特别地, 若  $A^-(x) = A^+(x)$  时,  $A$  退化为普通模糊集; 若  $A^-(x) = A^+(x) = 0$  或  $1$  时,  $A$  退化为普通集合.

设  $A, B \in IF(X)$ ,  $A(x) = [A^-(x), A^+(x)]$ ,  $B(x) = [B^-(x), B^+(x)]$ , 规定

$$A = B \Leftrightarrow A^-(x) = B^-(x) \Leftrightarrow A^+(x) = B^+(x), \forall x \in X.$$

**定义 4** 设  $A$  和  $B$  是论域  $X$  上的两个区间值模糊集,  $x \in X$ , 其隶属函数分别为  $A(x) = [A^-(x), A^+(x)]$  和  $B(x) = [B^-(x), B^+(x)]$ , 则分别定义如下的区间值模糊集:

$S = A \cup B$  为  $A$  和  $B$  的并集, 满足

$$S(x) = (A \cup B)(x) = A(x) \vee B(x), \forall x \in X;$$

$S = A \cap B$  为  $A$  和  $B$  的交集, 满足

$$S(x) = (A \cap B)(x) = A(x) \wedge B(x), \forall x \in X;$$

$S = A^c$  为  $A$  的补集, 满足

$$S(x) = A^c(x) = A^-(x), \forall x \in X.$$

**定义 5** 设  $A$  和  $B$  是论域  $X$  上的两个区间值模糊集,  $A = [A^-, A^+]$  和  $B = [B^-, B^+]$ , 如果  $A(x) \leq B(x)$ ,  $\forall x \in X$ , 则记  $A < B$ , 显然有:

$$A < B \Leftrightarrow A^- \leq B^-, A^+ \leq B^+; A < B \Leftrightarrow A \cap B = A, A \cup B = B.$$

**定义 6** 设  $A$  是论域  $X$  上的区间值模糊集, 用  $R$  上的区间值  $|A|$  表示  $A$  的基数, 其定义为

$$|A| = \left[ \int_X A^-(x), \int_X A^+(x) \right].$$

## 3 拓扑关系分析

### 3.1 模糊区域模型

对于具有区间值属性值的数据点, 根据模糊概念的隶属函数, 数据点对于模糊概念的隶属程度为  $I$  上的区间值, 将根据模糊概念所确定的模糊区域表示为一个区间值模糊集. 图 1 为基于区间值模糊集的模糊区域模型, 区域各部分的隶属程度特征如图中标示。

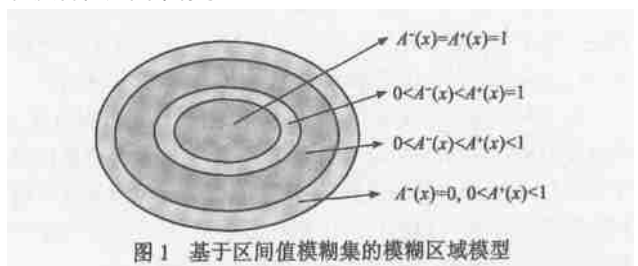


图 1 基于区间值模糊集的模糊区域模型

### 3.2 拓扑关系分析

设所要讨论的两个模糊区域为  $A$  和  $B$ , 论域为  $X$ , 区域  $A$  和  $B$  所对应的区间值模糊集分别为  $A(x) = [A^-(x), A^+(x)]$

和  $B(x) = [B^-(x), B^+(x)]$ ,  $x \in X$ .

这里所讨论的模糊区域,其数据点的属性值对于模糊概念的隶属程度有可能小于  $[1, 1]$ ,即不存在隶属程度为  $[1, 1]$  的数据点,那么模糊区域的存在将受到置疑,需要利用其存在程度来刻画,而模糊区域间拓扑关系的程度应小于等于模糊区域的存在程度,下面引入模糊区域的存在程度和面积的定义.

**定义 7** 对于  $X$  上的模糊区域  $A$ ,其存在程度为  $I$  上的区间值  $P_{\text{exist}}(A) = [x, x]$ ,  $A^-(x)$ ,  $A^+(x)$ , 区域  $A$  的面积为  $R$  上的区间值  $P_{\text{size}}(A) = |A|$ . 我们这里要求  $(P_{\text{exist}}(A))^+ > 0$ , 所以有  $(P_{\text{size}}(A))^+ > 0$ .

对于两个区间值模糊集所表示的模糊区域,其间相应的拓扑关系程度也为区间值,下面给出 5 种拓扑关系的定义:

区域  $A$  与区域  $B$  的相交程度  $P_{\text{connect}}(A, B)$

$$P_{\text{connect}}(A, B) = [x, x] \{A^-(x), B^-(x)\}, [x, x] \{A^+(x), B^+(x)\}$$

容易看出  $P_{\text{connect}}(A, B) \in [I]$ , 如果  $P_{\text{connect}}(A, B) = [1, 1]$ , 则表示两个模糊区域一定相交; 如果  $P_{\text{connect}}(A, B) = [0, 0]$ , 则表示两个模糊区域完全不相交.

区域  $A$  与区域  $B$  的相离程度  $P_{\text{disconnect}}(A, B)$

$$P_{\text{disconnect}}(A, B) = [1 - P_{\text{connect}}^+, 1 - P_{\text{connect}}^-]$$

则有  $P_{\text{disconnect}}(A, B) \in [I]$ , 如果  $P_{\text{disconnect}}(A, B) = [1, 1]$ , 则表示两个模糊区域完全相离; 如果  $P_{\text{disconnect}}(A, B) = [0, 0]$ , 则表示两个模糊区域一定不相离.

区域  $A$  对区域  $B$  的包含程度  $P_{\text{contain}}(A, B)$

$$P_{\text{contain}}(A, B) = \frac{P_{\text{size}}(A \cap B)}{P_{\text{size}}(B)} \quad (P_{\text{exist}}(A) \leq P_{\text{exist}}(B))$$

$P_{\text{size}}(A \cap B) / P_{\text{size}}(B)$  为  $R$  上的区间值,  $P_{\text{exist}}(A) \leq P_{\text{exist}}(B)$  为  $I$  上的区间值, 二者进行取小运算, 则有  $P_{\text{contain}}(A, B) \in [I]$ ,  $P_{\text{contain}}(A, B) = [1, 1]$  表示区域  $A$  完全包含区域  $B$ ;  $P_{\text{contain}}(A, B) = [0, 0]$  表示区域  $A$  一定不包含区域  $B$ .

区域  $A$  被区域  $B$  所包含的程度  $P_{\text{containby}}(A, B)$

$$P_{\text{containby}}(A, B) = \frac{P_{\text{size}}(A \cap B)}{P_{\text{size}}(A)} \quad (P_{\text{exist}}(A) \leq P_{\text{exist}}(B))$$

区域  $A$  与区域  $B$  的相等程度  $P_{\text{equal}}(A, B)$

$$P_{\text{equal}}(A, B) = \frac{P_{\text{size}}(A \cap B)}{P_{\text{size}}(A \cup B)} \quad (P_{\text{exist}}(A) \leq P_{\text{exist}}(B))$$

$P_{\text{size}}(A \cap B) / P_{\text{size}}(A \cup B)$  为  $R$  上的区间值,  $P_{\text{exist}}(A) \leq P_{\text{exist}}(B)$  为  $I$  上的区间值, 二者进行取小运算, 则有  $P_{\text{equal}}(A, B) \in [I]$ ,  $P_{\text{equal}}(A, B) = [1, 1]$  表示区域  $A$  与区域  $B$  完全相等;  $P_{\text{equal}}(A, B) = [0, 0]$  表示区域  $A$  与区域  $B$  完全不相等.

对于两个模糊区域  $A$  与  $B$ , 根据上述公式可以分别得到 5 种拓扑关系的程度, 利用定义 2 给出公式对这些区间值进行排序, 我们可以将最大区间值所对应的拓扑关系作为两模糊区域间的拓扑关系, 也可以利用拓扑关系的区间值程度作进一步的推理和决策, 使拓扑关系的区间值能够继续传播下去.

### 3.3 实例

在气候分类中, 各采样点的降水量数据和温度数据往往是区间值, 现在讨论模糊概念“降水量充足”和“温暖”所圈定

的模糊区域, “降水量充足”和“温暖”的隶属函数分别如下:

$$\mu_{\text{adequate}}(v) = \begin{cases} 0, & v \leq 500\text{mm}, \\ \frac{v-500}{400}, & 500\text{mm} < v < 900\text{mm}, \\ 1, & 900\text{mm} \leq v \leq 1100\text{mm}, \\ \frac{1500-v}{400}, & 1100\text{mm} < v < 1500\text{mm}, \\ 0, & v \geq 1500\text{mm} \end{cases}$$

$$\mu_{\text{warm}}(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 16, \\ \frac{t-16}{4}, & 16 < t < 20, \\ 1, & 20 \leq t \leq 22, \\ \frac{26-t}{4}, & 22 < t < 26, \\ 0, & t \geq 26 \end{cases}$$

表 1 采样点的属性值及其对模糊概念的隶属程度

采样点	降水量(mm)	降水量充足程度	温度( )	温暖程度
P1	[958, 1052]	[1, 1]	[21.6, 22.1]	[0.975, 1]
P2	[1080, 1116]	[0.96, 1]	[21.8, 22.2]	[0.95, 1]
P3	[1280, 1378]	[0.305, 0.55]	[22.1, 22.5]	[0.875, 0.975]
P4	[955, 1020]	[1, 1]	[26.7, 27.2]	[0, 0]
P5	[913, 998]	[1, 1]	[22.8, 23.4]	[0.65, 0.80]
P6	[1000, 1080]	[1, 1]	[24.0, 24.5]	[0.375, 0.5]
P7	[1138, 1216]	[0.71, 0.905]	[21.2, 21.8]	[1, 1]
P8	[1198, 1286]	[0.535, 0.755]	[22.4, 23.0]	[0.75, 0.9]
P9	[1244, 1368]	[0.33, 0.64]	[23.5, 23.9]	[0.525, 0.625]
P10	[2188, 2256]	[0, 0]	[25.7, 26.2]	[0, 0.075]
P11	[744, 868]	[0.61, 0.92]	[20.7, 21.2]	[1, 1]
P12	[239, 336]	[0, 0]	[22.2, 22.7]	[0.825, 0.95]
P13	[3166, 3289]	[0, 0]	[10.7, 11.4]	[0, 0]
P14	[1206, 1398]	[0.255, 0.735]	[17.5, 18.0]	[0.375, 0.5]
P15	[332, 424]	[0, 0]	[21.3, 21.9]	[1, 1]
P16	[1732, 1812]	[0, 0]	[16.7, 17.2]	[0.175, 0.3]
P17	[1256, 1372]	[0.32, 0.61]	[23.1, 23.6]	[0.6, 0.725]
P18	[976, 1064]	[1, 1]	[26.1, 26.7]	[0, 0]

根据拓扑关系的计算公式可以得到降水量充足所对应的模糊区域  $A$  与温暖所对应的模糊区域  $B$  的 5 种拓扑关系的程度分别如下:

$$P_{\text{connect}}(A, B) = [1, 1], \quad P_{\text{disconnect}}(A, B) = [0, 0],$$

$$P_{\text{contain}}(A, B) = [0.53, 0.81], \quad P_{\text{containby}}(A, B) = [0.541, 0.905], \quad P_{\text{equal}}(A, B) = [0.42, 0.624].$$

利用定义 2 的公式对区间值排序, 得到最大的区间值为  $P_{\text{connect}}(A, B) = [1, 1]$ , 其次为  $P_{\text{containby}}(A, B) = [0.541, 0.905]$  和  $P_{\text{contain}}(A, B) = [0.53, 0.81]$ , 这表明模糊概念降雨量充足所圈定的模糊区域  $A$  与模糊概念温暖所圈定的模糊区域  $B$  一定相交, 且两个模糊区域间的被包含和包含关系也是相对可能的.

### 4 相关工作

模糊区域的建模及其拓扑关系分析一直受到相关领域研究者的重视, 已有的工作大都将模糊区域建模为一个经典模

糊集,基于模糊集及其截集,通过分明区域的拓扑关系模型来判断模糊区域间的拓扑关系。

Zhan<sup>[3]</sup>给出的模糊模型将不确定区域表示为模糊集,每个点被赋予一个 $[0,1]$ 区间的隶属值,每个截集对应一个确定的区域。对于给定的一个拓扑关系 $R$ ,将使关系 $R$ 成立的截集区域对的数目占所有截集区域对数目的比例作为不确定区域对于关系 $R$ 的隶属程度。Schneider<sup>[4]</sup>也是利用离散模糊区域的隶属函数,给出模糊区域的 $\alpha$ -交集矩阵,可以计算两个模糊区域间不同拓扑关系的隶属程度。Altmann<sup>[5]</sup>根据模糊集的操作来计算模糊区域间的空间关系。这些方法都基于分明区域间的拓扑关系模型,将两个完全相等的模糊区域判定为相等的程度非常小,结果在有些情况下不符合人们的直观认识。

Ai Tinghua<sup>[6]</sup>基于 $\alpha$ -交集模型,将模型中的边界重新定义为一个宽带,每个位置属于专题区域的程度由模糊隶属函数来定义。该方法将宽边界与其他元素交的取值由 $\{0,1\}$ 扩展到区间 $[0,1]$ ,即 $\alpha$ -交集矩阵的元素在 $[0,1]$ 区间中取值,该模型只对相交关系进行了模糊描述。Molenaar 等<sup>[7]</sup>基于经典模糊集来建模糊对象,根据两模糊集的交集来计算其相似程度。

刘文宝等<sup>[8]</sup>针对实际应用中 GIS 专题图上的空间目标通常按预先定义的属性隶属度阈值输出,建立了模糊区域的形态描述模式,即模糊区域的边界、内部和外部,该方法也是基于模糊集的截集和分明区域的拓扑关系模型来分析模糊区域目标间的拓扑空间关系。

基于区间值模糊集的拓扑关系模型能够适应属性值为区间值的特点,将经典模糊区域和分明区域作为特例来统一建模和分析,对于模糊区域间的完全相等、包含等关系的分析结果符合人们的认知规律,可以利用区间值结果进行推理和决策,适于解决基于 GIS 的实际应用问题。

## 5 结束语

本文根据 GIS 实际应用领域中空间数据的区间值特征,利用区间值模糊集来描述模糊区域,给出了模糊区域间拓扑关系的分析模型,该方法改进了利用经典模糊集的截集所表示的分明区域来判定拓扑关系的不足,本模型以普通模糊模型和分明区域模型为特例,能够直观、有效地判断不确定数据和模糊概念所刻画的模糊区域间的拓扑关系,在基于 GIS 的应用领域中具有其实际应用价值。进一步的工作包括:基于区间值的模糊拓扑关系推理,基于区间值模糊集的区域模糊交、模糊并和模糊叠置等操作,基于区间值的模糊空间关系查询等。

## 参考文献:

- [1] 罗承忠. 模糊集引论(上册)[M]. 北京:北京师范大学出版社, 1989. 190 - 197.

- [2] 陈启浩. 模糊值及其在模糊推理中的应用[M]. 北京:北京师范大学出版社, 2000. 31 - 55.
- [3] Zhan F B. Approximate analysis of binary topological relations between geographic regions with indeterminate boundaries[J]. Soft Computing, 1998, 2(2): 28 - 34.
- [4] Schneider M. Finite Resolution Crisp and Fuzzy Spatial Objects. In: Forer P., Yeh A. G. O., He J. (eds). Proceedings of 9th International Symposium on Spatial Data Handling. Beijing: International Geographical Union, 5a, 2000. 3 - 17.
- [5] Altmann D. Fuzzy set theoretic approaches for handling imprecision in spatial analysis[J]. International Journal of Geographical Information Systems, 1994, 8(3): 271 - 289.
- [6] Ai Tinghua. A topological relation description for spatial objects with uncertainty boundaries[A]. In: Li Deren, Gong Jianya, Chen Xiaoling (eds). Spatial Information Science, Technology and its Applications [C]. Wuhan, China: Wuhan Technical University of Surveying and Mapping Press, 1998. 394 - 398.
- [7] Molenaar M, Cheng T. Fuzzy spatial objects and their dynamics. ISPRS Journal of photogrammetry & Remote sensing, 2000, 55(3): 164 - 175.
- [8] 刘文宝, 邓敏. GIS 图上地理区域空间不确定性的分析[J]. 遥感学报, 2002, 6(1): 45 - 49.

## 作者简介:



虞强源 男, 1973 年 11 月生于内蒙古海拉尔市, 博士, 吉林大学计算机科学与技术学院讲师, 主要从事空间推理、专家系统和不确定信息处理等方面的研究。E-mail: yuqiangyuan@yahoo.com.cn.



刘大有 男, 1942 年 7 月生于吉林省长春市, 吉林大学计算机科学与技术学院教授, 博士生导师, 主要从事知识工程与专家系统, 多 Agent 系统, 不确定性推理, 算法与数据结构, 空间推理与 GIS 应用等方面的研究。

欧阳继红 女, 1964 年 6 月生于吉林省长春市, 吉林大学计算机科学与技术学院副教授, 主要从事空间推理、知识工程和算法分析等方面的研究。