

# 天线单元存在幅相不一致性时的波束零点合成技术

李高鹏, 许荣庆, 马子龙

(哈尔滨工业大学电子工程技术研究所, 黑龙江哈尔滨 150001)

**摘 要:** 波束零点对阵列幅相不一致非常敏感, 这一点往往降低了利用零点技术抗干扰的性能. 为了改善波束零点在实际系统中对干扰的抑制效果, 本文通过对理想约束模型进行预畸变处理, 大大的降低了天线单元幅相不一致性对波束零点的影响. 对该方法的进一步推广, 天线单元存在方向性误差和天线单元有缺失情况下的零点合成问题也得到了解决. 本文中的仿真结果和实际数据处理结果都进一步证明了该方法的有效性.

**关键词:** 零点合成; 幅相误差; 方向性误差; 阵元缺失

**中图分类号:** TN973.3      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112(2005)06-1150-03

## Null Synthesis When Antenna Cells Have Different Amplitude and Phase Errors

LI Gao peng, XU Rong qing, MA Zi long

(Research Institute of Electronic Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang, 150001, China)

**Abstract:** The sensibility of beams' nulls to the amplitude and phase errors of antenna cells leads to an average losing in suppressing interferences by nulling techniques. In order to improve the suppressing effect of nulling in a practical system, this paper proposes a pre remedy processing on an ideal constraint model, which obviously takes the influence from antenna errors on pattern nulls. By extending this method, the problem can be solved when the elements of array have directional errors or some element is failed. The simulation results and practical data processing results have shown the effectivity of this method.

**Key words:** null synthesis; amplitude and phase errors; directional error; element failure

## 1 引言

数字波束形成技术的应用使现代雷达的抗干扰特性有了显著的提高<sup>[1]</sup>, 控制波束的零点去对准干扰的来向是现代雷达中常用的抗干扰技术. 这种人为在波束方向图指定位置生成零点的过程就称之为波束的零点合成. 理论上讲, 波束的零点对阵列的幅相不一致性非常敏感, 而工程实现中各通道间又很难做到严格的幅相一致, 因此, 研究存在幅相误差情况下的波束零点合成技术有明显的实用意义.

实际系统中通道的幅相不一致性主要来源于两个部分: 天线单元的不一致性和接收机单元的不一致性. 接收机单元的不一致性通常可以通过在接收机前端注入一个参考信号的方法实时加以补偿; 而天线单元的幅相不一致通常靠先验的测量结果来加以校准, 合理地利用这些先验信息就可以使系统获得一些有益的性能改善.

天线单元的幅相不一致性通常还是一个方向的函数, 那么多个干扰从不同方向入射, 受到的幅相不一致性的影响也各不相同, 这时很难用通常的补偿方法使每个干扰都获得准确的补偿.

另外, 庞大的阵列天线系统都建在户外, 极有可能由于

不可抗拒的原因造成个别阵元损坏, 这种情况下, 波束的旁瓣和零点都发生了较大的变化, 特别是零点, 几乎与旁瓣处在同一个水平, 若不加处理, 就丧失了零点的任何优势.

本文研究的方法正是针对以上这些实际问题提出的.

## 2 宽零陷的合成算法

下面先分析一下理想情况下的宽零陷合成算法. 我们有很多理由用宽零陷来代替单纯的零点, 最常见的应用就是当要抑制的信号在方位上有一定范围的扰动时, 此时单纯的零点就不能很好胜任了, 而宽零陷却能取得满意的效果. 并且, 当我们约束的零陷区间宽度足够小时, 宽零陷实际可以看成是一个零点, 因此宽零陷的合成方法也可以用来合成单纯零点. 所以, 研究宽零陷的算法具有更广泛的意义.

假设窄带系统的接收阵列由  $N$  个无方向性的阵元组成, 其方向函数就应为

$$G(\theta) = |W^H a(\theta)| \quad (1)$$

其中,  $W$  为波束系数向量,

$$W = [w_0 \ w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{N-1}]^T \quad (2)$$

$a(\theta)$  是与阵列参数和信号波长有关的阵列信号矢量,

$$a(\theta) = [a_0(\theta) \ a_1(\theta) \ a_2(\theta) \ \dots \ a_{N-1}(\theta)]^T \quad (3)$$

上标  $H$  和  $T$  分别表示矩阵或向量的共轭转置和转置。

那么  $\theta$  方向来的单位信号源在该阵列波束形成后的输出功率为

$$P = W^H \{a(\theta) a^H(\theta)\} W \quad (4)$$

因此, 假设在区间  $[\theta_L, \theta_R]$  上连续布满了单位信号源的话, 则这些信号的输出总功率为

$$P = \int_{\theta_L}^{\theta_R} P(\theta) d\theta = W^H \left\{ \int_{\theta_L}^{\theta_R} a(\theta) a^H(\theta) d\theta \right\} W \quad (5)$$

波束宽零陷的物理意义就是能将某一区间的干扰信号抑制到某一所希望的强度以下, 因此, 宽零陷的波束合成问题归结为以下的约束问题

$$\begin{cases} \min_w (W - W_0)^H (W - W_0) \\ W^H Q W \leq \eta \end{cases} \quad (6)$$

其中,

$$Q = \frac{1}{\theta_R - \theta_L} \int_{\theta_L}^{\theta_R} a(\theta) a^H(\theta) d\theta \quad (7)$$

称为约束矩阵;  $W_0$  是一常规的波束系数, 它包含了我们对主波束指向以及旁瓣电平的期望;  $\eta$  为功率抑制系数, 与期望的干扰抑制后剩余功率的比率相关。

对于约束方程文献[2]用一组线性约束来近似求解。本文直接基于约束矩阵的特征分解导出其数值解法。由于  $Q$  为 Hermite 矩阵, 因此它能够做如下特征分解

$$Q = E \Lambda E^H \quad (8)$$

其中,

$$E = [e_1, e_2, \dots, e_N] \quad (9)$$

是  $Q$  的特征向量组成的矩阵,  $\Lambda$  是对角阵,

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N) \quad (10)$$

其中,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N \geq 0$  为  $Q$  的特征值。

为了抑制干扰, 我们让  $W$  与  $n_0$  个较大特征值对应的特征向量正交, 即

$$W^H e_i = 0, i = 1, 2, \dots, n_0 \quad (11)$$

则

$$\begin{aligned} W^H Q W &= \sum_{i=n_0+1}^N \lambda_i |e_i^H W|^2 \leq \left( \sum_{i=n_0+1}^N \lambda_i \right) \|W\|_2^2 \\ &\approx \left( \sum_{i=n_0+1}^N \lambda_i \right) \|W_0\|_2^2 \end{aligned} \quad (12)$$

对于归一化的波束系数, 通过合理选择  $n_0$ , 就能满足  $W^H Q W \leq \eta$ , 令

$$D = [e_1, e_2, \dots, e_{n_0}] \quad (13)$$

则式(6)可转化为

$$\begin{cases} \min_w (W - W_0)^H (W - W_0) \\ W^H D = 0 \end{cases} \quad (14)$$

为了求解  $W$ , 构造函数:

$$L = (W - W_0)^H (W - W_0) + 2 W^H D^* k \quad (15)$$

则  $W$  满足式(14)中最小值时,  $L$  对  $W$  的导数应为零<sup>[3]</sup>, 即

$$\frac{dL}{dW} = 2(W - W_0) + 2D^* k = 0 \quad (16)$$

由此可得

$$W = W_0 - D^* k \quad (17)$$

带入式(14)中第二式, 则有

$$W^H D = (W_0 - D^* k)^H D = 0 \quad (18)$$

所以

$$k = D^H W_0 \quad (19)$$

代入式(17)得

$$W = (I - DD^H) W_0 \quad (20)$$

即为所求解的波束系数。

### 3 天线单元幅相误差下算法修正

天线系统和其他系统一样, 对信号会产生增益和相移。对于一个理想的天线系统, 其各个阵元的幅相特性完全一致, 然而实际系统却不可能完全地实现这一点。对于一个由  $N$  个阵元组成的天线系统, 假设每个天线单元是对窄带信号的响应是各向同性的, 我们可以用复向量

$$C = [c_0, c_1, c_2, \dots, c_{N-1}]^T \quad (21)$$

表示天线阵的幅相特性, 这些系数可以通过对天线系统的实际测量来获得。若定义  $(\odot)$  表示向量或矩阵的对应元素之积, 则阵列信号  $X$  通过天线后变为

$$\hat{X} = X \odot C \quad (22)$$

因此, 式(5)中的输出功率将改写成

$$\begin{aligned} P'(\theta) &= W^H \{a(\theta) \odot C (a(\theta) \odot C)^H\} W \\ &= W^H \{ (a(\theta) a^H(\theta)) \odot (CC^H) \} W \end{aligned} \quad (23)$$

若令

$$T = CC^H \quad (24)$$

则区间  $[\theta_L, \theta_R]$  上的总功率为

$$P' = W^H \left\{ \left( \int_{\theta_L}^{\theta_R} a(\theta) a^H(\theta) d\theta \right) \odot T \right\} W \quad (25)$$

所以, 存在幅相误差情况下零陷问题的描述为

$$\begin{cases} \min_w (W - W_0)^H (W - W_0) \\ W^H Q' W \leq \eta \end{cases} \quad (26)$$

此处的  $Q'$  与式(6)中的  $Q$  关系为

$$Q' = Q \odot T \quad (27)$$

而式(26)的解法与前节中描述的式(6)的求解过程完全一样。

式(27)可以看成是对理想情况下约束矩阵的一种预畸变处理, 这种预畸变处理与阵列的幅相特性直接相关, 所以合成的零点也就具有了补偿阵列幅相不一致性的“智能”。

### 4 方向性误差下的合成算法

前节推导了幅相误差恒定下的波束约束方程, 而实际天线系统的幅相特性经常是各向异性的, 即天线单元的幅相系数是方位的函数, 即式(21)为

$$\hat{C} = [c_0(\theta), c_1(\theta), c_2(\theta), \dots, c_{N-1}(\theta)]^T \quad (28)$$

在这种情况下, 再也没有一个统一的表达式可以直接得出约束矩阵, 但我们可以将受约束的一个和多个区间划分为更小的子区间, 而我们假设在这些更小的子区间上幅相特性基本保持不变的。设一共划分了  $M$  个子区间, 根据前节的推导每个子区间都可以得到一个约束矩阵  $Q_m$ , 那么总的约束

矩阵为

$$Q = \sum_{m=1}^M Q_m \quad (29)$$

然后再利用前面的方法就可以求解出所需波束系数。

## 5 阵列缺失下的合成算法

实际系统中还有一种情况是可能要面对的:当天线阵的某一个单元坏掉或者幅相特性恶化,我们不得不将其剔除。这种阵元缺失情况下的显著特点就是旁瓣变坏,同时主瓣也会受到一些不同的影响,但受影响最严重的还是零点的特性——通常这时的零点不再具有我们所需要的对干扰的衰减特性。

所幸的是,基于我们前面考虑,对于第  $i$  通道的缺失,我们可以认为该天线单元的幅相系数  $c_i = 0$ ,再利用前面的各种方法获得约束矩阵  $Q$ ,求解波束系数  $W$ ,所不同的是要将  $W$  的第  $i$  个系数  $w_i = 0$  以剔除该通道数据。实际求解出的系数中的  $w_i$  本身就很很小,强制等于零只是为了在波束形成时自动严格地剔除掉该通道的数据。此时获得的波束的在约束区间的零点得到了恢复。但此时波束旁瓣却仍然受到相应的影响,其原因是模板波束  $W_0$  受到了缺失单元的影响。文献 [4] 提出了方法适当调整附近通道的相位可以获得较好旁瓣特性。因此如果能在剔除通道的情况下改善  $W_0$  的旁瓣特性,  $W$  的旁瓣也将得到相应的改善。

## 6 仿真结果

这里我们先看如下几个仿真的例子:

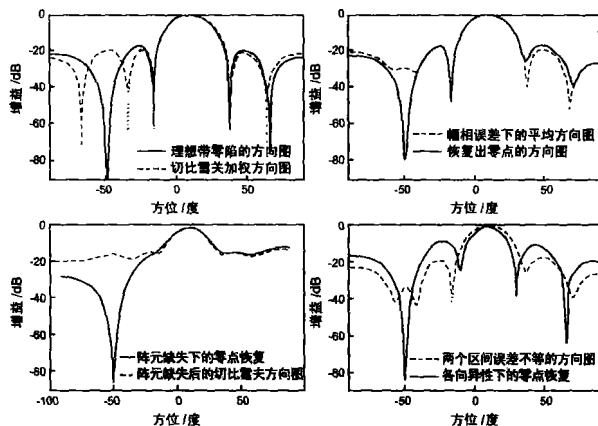


图 1

图 1(a) 为理想的 Chebyshev 波束方向图和理想的带零陷的方向图。本例为 8 阵元的均匀线阵,天线间距与波长比为 0.34,零陷的约束区间在  $-50$  度到  $-48$  度。计算中  $w_0$  为波束指向  $10$  度,旁瓣电平  $-20$  dB 的 Chebyshev 波束系数,参数  $\eta = 10^{-4}$ ,相应的  $n_0 = 2$  就满足了方程,图中实线标出的方向图可明显看到约束区间的确有很大的衰减。

图 1(b) 表示了天线单元幅相不一致情况下的方向图和修正后的方向图。假设单元幅度误差满足正态分布,即幅度响应  $amp = 1 + \Delta$ ,其中  $\Delta$  符合正态分布  $N(0, \delta)$ ,当  $1 + \delta \sim 1 - \delta$  起伏为  $1$  dB 时,称为幅度误差的为  $1$  dB 的高斯分布;幅度响应满足  $0 \sim 10$  度的均匀分布,此时称相位误差为  $10$  度的均

匀分布,图中虚线此种幅相不一致情况下的 1000 次随机组合的方向图的平均曲线。实线为某一次经过本算法恢复零陷后的方向图,通过对比可以看出零陷区间得到了明显的恢复,而旁瓣仅有微小的抬高。

图 1(c) 是在该阵列的第 3 号单元缺失后的零点回复前后的对比图。虚线可以明显地看到旁瓣变坏,零陷也消失;而实线对零陷有了明显的改善,旁瓣和主瓣都没有什么变化。所以单纯的利用本文中的方法只对约束的零陷的恢复起作用,而要改善旁瓣和主瓣还得从模板波束着手。

图 1(d) 考虑了两个区间幅相误差不一样的情况,两个约束区间分别在  $-50$  度到  $-48$  和  $65$  度到  $66$  度,其误差分布与图 1(b) 中的一样,只是在两个不同的区间分别产生了一组不同的幅相系数。图中虚线为幅相误差下的方向图;实线可以看出两个区间的零陷都得到了恢复。

## 7 实际数据的处理结果

从前节中的仿真分析来看,前面提到的方法是行之有效的。这里我们进一步对实际数据进行处理。本系统为 7 单元的高频段接受阵列,在偏离阵列法向  $-43.6$  度的方位有一合作干扰源,干扰频率为  $9.931$  MHz,该频率该方位下天线单元的幅相不一致事先已测得,参数见表 1,其中第一单元作为参考单元。图 2 为该幅相误差影响下的方向图和恢复零点后的方向图。为了尽量抑制该干扰,形成主波束指向  $0$  度,零陷区间在  $-45$  度到  $-42$  度的带零陷波束,对接

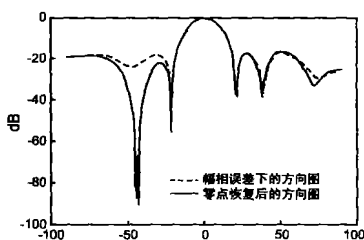


图 2 实际方向图对比

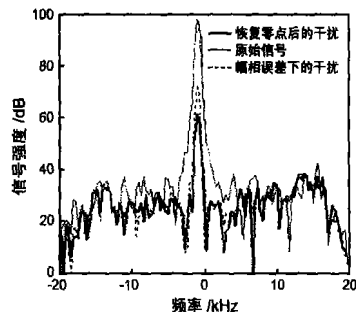


图 3 干扰强度对比

表 1 天线单元的幅相不一致性

阵元号	增益 (dB)	相移 (Deg)
1	0	0
2	0.9	2.721
3	-0.8333	2.9983
4	-0.6261	0.4978
5	0.069	-6.9312
6	0.784	3.3594
7	-1.0739	-9.9142

## 8 结论

本文所提出的天线单元存在幅相不一致性下的波束零点合成技术很好的解决了阵列存在幅相不一致性情况下的波束宽零陷合成问题,并且本文还用统一的方法解决了阵列存在的方向性误差以及单元缺失情况下的零点合成问题。理

论分析表明当存在幅相误差情况时,只需要对理想约束矩阵进行相应的修正,就可以消除幅相误差对零点的不利影响.仿真结果和实际数据处理结果都证明本方法是行之有效的.

另外,本文从信号功率的角度去分析的零陷问题,与阵列的特性并无关系,只要能获得阵列的方向矢量以及满足我们要求的常规波束,就能得到满足要求的具有宽零陷的波束,因此本文的方法具有广泛的适用性.

**致谢** 感谢邓维波教授提供的天线测试数据,感谢哈尔滨工业大学电子工程技术研究所的其他老师在实验数据采集过程中提供的帮助.

#### 参考文献:

- [ 1 ] Miyaudi H, Shinonaga M, et al. Development of DBF radars [ A ]. IEEE International Symposium on Phased Array Systems and Technology [ C ]. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1996. 226- 230.
- [ 2 ] Meng H E. Linear antenna array pattern synthesis with prescribed broad nulls [ J ]. IEEE Trans AP, 1990, 38(9): 1496- 1498.

- [ 3 ] 程云鹏. 矩阵论 [ M ]. 西安: 西北工业大学出版社, 2000. 170- 171
- [ 4 ] 汪一心, 朱桓, 等. 阵列有源天线单元失效的影响与补偿 [ J ]. 现代雷达, 1998, (4): 58- 62.

#### 作者简介:



李高鹏 男, 1976 年生, 现在哈尔滨工业大学通信与信息系统专业攻读博士学位, 主要研究方向为高频雷达空间干扰的抑制技术. Email: ligp@rice.hit.edu.cn

许荣庆 男, 哈尔滨工业大学电子工程技术研究所所长, 教授, 博士生导师, 承担高频雷达, SAR, ISAR 等相关重要课题研究.

马子龙 男, 任职于哈尔滨工业大学电子工程技术研究所, 承担高频雷达总体研究.

2005 年第 6 期 Acta Electronica Sinica No. 6 2005

## 电子学报

( 总期 260 期) ( Monthly) ( Series No. 260)

主管单位 中国科学技术协会  
主办单位 中国电子学会  
协办单位 南京才华科技有限公司  
编辑 《电子学报》编辑委员会  
主编 王 守 觉  
总编辑 刘 力  
通信处 北 京 1 6 5 信 箱  
( 邮政编码 100036)  
电 话 ( 010) 68279116, 68285082  
传 真 ( 010) 68173796

China Association for Science and Technology  
Published by the Chinese Institute of Electronics, Beijing  
Nanjing Caihua Technology Co., Ltd.  
Edited by Editorial Board of Acta Electronica Sinica  
Chief Editor: WANG Shou jue  
Director: LIU Li  
Add: Editorial Office of Acta Electronica Sinica  
( POBox 165, Beijing 100036, China)  
Tel: 86-10-68279116, 68285082  
Fax: 86-10-68173796

Home page: <http://www.elecjournal.org>; <http://dzxu.chinajournal.net.cn>

Email: [cje@elecjournal.org](mailto:cje@elecjournal.org); [dzxu@chinajournal.net.cn](mailto:dzxu@chinajournal.net.cn)

排版印刷 北京育兴达印刷厂  
国内总发行 北京市报刊发行局

Printed by Yuxingda, Beijing, China  
Distributed by

国外总发行 中国国际图书贸易总公司  
国内订购处 全 国 各 邮 电 局

Domestic: Beijing Baokan Faxingju, China  
Foreign: China International Book Trading Corporation  
Subscription Office —— All Local Post Offices in China

刊号: ISSN 0372- 2112 CN11- 2087/TN 邮发代号( 国内/ 国外): 2- 891/M436 国内定价 ￥32. 00

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>