

# 酉 ESPRIT 超分辨 ISAR 成像方法

冯德军<sup>1</sup>, 王雪松<sup>1</sup>, 陈志杰<sup>2</sup>, 杨建华<sup>1</sup>, 王国玉<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 国防科技大学训练部信息中心, 湖南长沙 410073)

**摘 要:** 针对 ESPRIT 超分辨成像方法没有利用复数共轭数据且难以确定散射点数目不足, 提出了采用酉 ESPRIT 实现 ISAR 超分辨成像的新方法. 该方法利用改进的盖氏圆盘方法确定散射中心的数目, 克服了 ESPRIT 方法中无法确定散射中心数目的缺点. 通过合成复观测数据及其共轭, 提高了 ESPRIT 超分辨成像的分辨率. 构造了中心复共轭对称矩阵, 有效降低了计算量. 利用仿真数据和实测数据对该方法进行了验证, 结果表明该方法不但具有更优的抗噪性能和分辨率, 也具有更高的运算效率.

**关键词:** 酉 ESPRIT; 雷达成像; 盖氏圆盘方法; 超分辨

**中图分类号:** TN958 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 12-2097-04

## Super-Resolution ISAR Imaging Using Unitary ESPRIT

FENG De-jun<sup>1</sup>, WANG Xue-song<sup>1</sup>, CHEN Zhi-jie<sup>2</sup>, YANG Jian-hua<sup>1</sup>, WANG Guo-yu<sup>1</sup>

(1. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

2. Information Center of Exercitation Department, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract:** The ESPRIT super resolution ISAR imaging algorithm doesn't use the conjugate of observation data and it can't estimate the number of scattering centers. For overcoming those shortcomings, a new ISAR imaging algorithm is proposed based on the Unitary ESPRIT technique. Unlike previous ESPRIT imaging algorithm, the new method uses Gerschgorin disk theorem to estimate the number of scattering centers and it improves performance of signal estimation, since the observation data are incorporated with their conjugate. By constructing Centor Hermitian matrices, the algorithm also provides a reduced computational burden. The validity and feasibility of the new algorithm are verified by using simulated and measured experimental data.

**Key words:** unitary ESPRIT; radar imaging; gerschgorin disk theorem; super resolution

## 1 引言

在 ISAR 成像中, 如何提高图像的分辨率已成为一个重要课题. 在经过距离对齐和相位补偿后, 雷达获得的观测数据形成了一个  $M \times M$  维的数据矩阵 ( $M$  代表目标的纵向距离分辨率元数, 而  $N$  代表观测时间内所收到的回波数目), 此时, 雷达成像问题成为一个谱估计问题<sup>[1]</sup>. 传统的傅氏变换方法精度较低, 难以获得满意的 ISAR 图像, 因此, 现代谱估计方法在 ISAR 成像中得到了广泛的应用<sup>[1~5]</sup>. 文献[2]提出了线性预测谱外推超分辨算法, 采用 AR 模型对观测数据进行线性外推, 相对傅氏变换方法, 该方法能获得更高的分辨率, 但这种外推算法有时会产生“波瓣分裂”和“频谱偏移”. 文献[3]提出了采用二维的 MUSIC 方法实现超分辨成像, 这种方法需要在整个频率域上对方位矢量进行扫描, 其实现较为复杂. 文献[5]提出了 ESPRIT (Estimation of Signal Parameter via Rotational Invariance Techniques) 超分辨成像算法, 这种方法能获得较高

的图像分辨率, 但它存在几点不足: 首先, 它只利用了  $N$  次的观测数据, 而没有利用其共轭数据, 雷达成像数据矩阵是复数据, 复数据和其共轭是不同的, 如果能同时利用观测数据及其共轭, 等效于被利用的数据长度增加了一倍, 这将提高成像质量; 其次, 运算量较大, 在 ESPRIT 成像方法中, 要提高散射点的估计必须增加相关矩阵的阶数, 这样将导致运算量的扩大, 如果要利用成像数据矩阵的共轭数据, 将会导致运算量的成倍增长; 另外, ESPRIT 方法中无法确定“有效秩”, 也就是无法确定散射点的数目, 有可能出现将噪声误认为信号的情况, 这将导致成像质量的下降. 针对以上不足, 本文提出了酉 ESPRIT 超分辨成像方法, 该方法能有效克服以上几点不足, 在改善成像质量的同时降低了运算量.

## 2 酉 ESPRIT 超分辨 ISAR 成像

ISAR 成像与光学成像不同, 其实质是估计目标的散射系数  $g(\xi, \eta)$ . 在小角度成像且目标与雷达的距离远大于目标尺

寸的情况下,目标的散射函数空间谱与各散射点强度之间构成傅氏变换关系<sup>[6]</sup>

$$g(\xi, \eta) = \iint_{\Omega} G(K_x, K_y) \exp(2j\pi(K_x\xi + K_y\eta)) dK_x dK_y \quad (1)$$

式中  $G(K_x, K_y)$  为目标散射函数的空间谱;  $g(\xi, \eta)$  为目标的散射函数;  $\Omega$  为目标空间谱范围;  $K_x = \frac{2f}{C} \cos\theta$ ,  $K_y = \frac{2f}{C} \sin\theta$ ,  $C$  为光速,  $f$  为频率,  $\theta$  为成像角度. 利用小角度条件进行化简,可以得到

$$g(\xi, \eta) = \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} G_{\xi}(\theta) \exp(j(4\pi/C)f\theta\eta) d\theta \quad (2)$$

式中  $G_{\xi}(\theta)$  为一维距离像. 由上式可见,在选定的方位区间进行横向成像实质上就是对各个距离分辨单元进行谱估计. ESPRIT 超分辨 ISAR 成像的基本原理是:引入旋转算符  $\Phi$ , 对各个分辨单元的信号矢量进行空间旋转,得到新矢量,这种空间旋转保证了新矢量和原矢量信号子空间的不变性. 根据这种关系估计出旋转算符矩阵,得到各散射点的谐波频率,该频率确定了散射点在分辨单元中的位置,然后用最小二乘方法估计其散射强度,从而得到 ISAR 图像<sup>[5]</sup>. 这种方法只利用了  $N$  次观测数据  $x(1), x(2), \dots, x(N)$ , 而没有利用其共轭. 如果将观测数据及其共轭同时利用,则等效于所利用的数据长度增加了一倍. 根据 ISAR 成像基本理论,这将提高图像分辨率. 为采用酉 ESPRIT 方法,首先选定阵元数  $m > P$  ( $P$  为散射中心数目),构造复观测数据矩阵

$$X = [X_1, X_2, \dots, X_{N-m}] \quad (3)$$

式中  $X_i = [x(i), x(i+1), \dots, x(i+m)]^T$  为观测数据,  $N$  为数据长度,可见,复观测数据矩阵  $X \in \mathbf{C}^{m \times (N-m)}$ . 采用酉 ESPRIT 方法时,将其与其共轭  $X^*$  (无转置)组成新的  $m \times 2(N-m)$  合成数据矩阵. 一种简单的合成数据矩阵为

$$Z = [X, \Pi_m X^*] \quad (4)$$

其中  $\Pi_m$  为一  $m \times m$  的实交换矩阵. 通过以上的构造,合成的观测数据矩阵  $Z$  的列数相比原数据矩阵增加了一倍,这相当于将观测数据的长度增加了一倍. 由于合成数据矩阵较大,其奇异值分解将大大增加计算量. 因此,必须采用有效方法减小计算量,这可通过构造中心复共轭对称矩阵<sup>[7]</sup>来实现. 为此,先介绍一个引理.

引理 1 若  $M$  为中心复共轭对称矩阵,假定实矩阵  $\Phi_Q$  ( $M$ ) =  $Q_p M Q_q \in \mathbf{R}^{p \times q}$  的奇异值分解为  $\Phi_Q(M) = U_{\Phi} \Sigma_{\Phi} V_{\Phi}$ , 其中  $Q_p$  和  $Q_q$  为酉矩阵,且是左  $\Pi$  实矩阵. 于是,复矩阵  $M$  的奇异值分解为

$$M = (Q_p U_{\Phi})_{\Sigma_{\Phi}} (V_{\Phi}^H Q_q^H) \quad (5)$$

左  $\Pi$  实矩阵的定义及引理 1 的证明请参见文献<sup>[7]</sup>. 由引理 1 可见,中心复共轭对称矩阵的奇异值分解可转换为实矩阵的奇异值分解,这将大大减小计算量. 实际 ISAR 成像获得的观测数据矩阵  $Z$  通常是复矩阵,而不是中心复共轭对称矩阵,无法应用引理 1. 这时可采用以下构造方法<sup>[8]</sup>:

$$M = [X, \Pi_m X^* \Pi_{(N-m)}] \quad (6)$$

可以验证,以上构造方法既达到了数据长度加倍的目的,又是

一个中心复共轭对称矩阵,可以应用引理 1. 根据引理 1,定义双射映射

$$\Gamma(M) \triangleq Q_m^H [X, \Pi_m X^* \Pi_N] Q_{2(N-m)} \quad (7)$$

式中  $\Gamma(M)$  为一实矩阵. 为计算简便,可以选取左  $\Pi$  实矩阵  $Q_{2n}$  为以下形式

$$Q_{2n} = \begin{bmatrix} I_n & jI_n \\ \Pi_n & -j\Pi_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

相应地,将观测数据矩阵分块为  $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$ , 式中  $X_1$  和  $X_2$  具有相同的维数. 将式(8)代入式(7),得到

$$\Gamma(M) = \begin{bmatrix} \text{Re}(X_1 + \Pi X_2^*) & -\text{Im}(X_1 - \Pi X_2^*) \\ \text{Im}(X_1 + \Pi X_2^*) & \text{Re}(X_1 - \Pi X_2^*) \end{bmatrix} \quad (9)$$

对上式进行奇异值分解,也就获得了观测数据矩阵的奇异值分解. 确定主奇异值的个数  $d$  后,得到了与主奇异值特征向量  $u_1, u_2, \dots, u_d$ , 它们张成信号子空间  $U_s = [u_1, u_2, \dots, u_d]^T$ . 将  $U_s$  的前  $d-1$  行构造子矩阵  $U_1$ , 后  $d-1$  行构造子矩阵  $U_2$ , 构造新矩阵

$$\Psi = (U_1^H U_1)^{-1} U_1^H U_2 \quad (10)$$

式中  $\Psi$  称为  $U_s$  的相似变换矩阵,可以证明<sup>[7]</sup>, 它和  $U_s$  具有相同的特征值. 对  $\Psi$  进行特征值分解,获得了信号子空间信号的频谱分布,也就获得了散射点在该分辨单元内的散射位置.

### 3 用盖氏圆盘法确定散射中心数目

以上方法隐含着一种假设:散射点的数目  $P$  是已知的,这样才能确定阵元数  $m$  和主奇异值数  $d$ ,完成后续计算. 但在实际成像过程中,各个分辨单元的散射中心数目是难以事先知晓的,只能通过假设来设定,这样带来一个问题:若  $P$  值设定比真实值小,将会丢失散射点,使得图像失真;若  $P$  值设定过大,不但大大增加了计算负担,也会将噪声误认为散射中心,造成图像质量的下降. 因此,如果能确定散射中心的数目,不但能减小计算量,也能提高图像质量. 散射中心数目的确定与阵列信号处理中的信源数估计相类似,可以采用阵列信号处理中的信源数估计方法来实现散射点数目的估计. 在信源数估计方法中,盖氏圆盘法<sup>[9]</sup>适用于小样本的情况,而且对信噪比不太敏感,适用于 ISAR 成像的情况.

直接采用盖氏圆盘理论估计散射源数目时,常会出现信号和噪声的盖氏圆严重重叠的情况,使得该方法失效. H T Wu<sup>[10]</sup>等人提出先对信号的协方差矩阵进行酉变换的方法,先将协方差矩阵  $C$  写成如下形式

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & c \\ c^H & c_{mm} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中  $c_{mm}$  为  $C$  中最后一行的最后一列元素,  $c$  和  $c^H$  分别为行向量和列向量,  $C_1$  为子矩阵. 对  $C_1$  进行特征值分解后,构造如下的酉变换矩阵

$$U = \begin{bmatrix} U_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中  $U_1$  为  $C_1$  的特征向量矩阵,进行酉变换  $S = U^H C U$ , 得到

$$S = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 & \rho_1 \\ & & & & \dots \\ 0 & & \lambda_m & 0 & \rho_p \\ 0 & & \sigma_n^2 & & 0 \\ \rho_1^* & \dots & \rho_p^* & 0 & \dots & c_{mm} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_P$  为  $C_1$  的特征值。根据盖氏理论, 信号对应的盖氏半径  $r_i = |\rho_i| (i = 1, 2, \dots, P)$ , 而噪声对应的盖氏半径  $r_i = 0 (i = P + 1, P + 2, \dots, m)$ 。实际估计得到的噪声半径一般不为 0, 因此, 直接根据式 (13) 还无法估计散射源数目, 这时, 可采用盖氏圆盘估计法 GDE (Gerschgorin Disk Estimator) 作为判决准则

$$GDE(k) = r_k - \frac{D(N)}{m-1} \sum_{i=1}^{m-1} r_i \quad (14)$$

式中  $k$  在 1 到  $m-1$  的范围之内,  $D(N)$  为与样本数有关的调整因子, 在 0 到 1 之间取值, 当  $N \rightarrow \infty$  时,  $D(N) \rightarrow 0$ 。对于本文的情况, 由于积累脉冲数一般不太多,  $D(N)$  的取值以趋 1 为宜。  $k$  由小变大, 若  $k = k_0$  时  $GDE(k)$  第一次出现非正值, 则散射源数估计为  $P = k_0 - 1$ , 这就是基本的 GDE 方法。为达到更好的估计效果, 还可采用改进的盖氏圆盘法 (MGDE) 和新的改进的盖氏圆盘法 (NMGDE)<sup>[17]</sup>。本文采用的是 MGDE 法。综上所述, 将本文提出的方法归纳如下:

步骤 1: 对各个分辨单元, 构造复观测数据矩阵, 然后计算信号的协方差矩阵  $C$ ;

步骤 2: 通过式 (12) 构造酉变换矩阵  $U$ , 对  $C$  进行酉变换, 得到变换后的矩阵  $S$ ;

步骤 3: 根据 MGDE 准则判定散射源数, 得到散射源数估计  $P$ ;

步骤 4: 根据式 (6) 构造中心复共轭对称矩阵  $M$ , 根据式 (7) 定义映射, 得到所需的实矩阵  $\Gamma(M)$ ;

步骤 5: 对  $\Gamma(M)$  进行奇异值分解, 确定主奇异值个数  $d = P$ , 构造信号子空间  $U_s$ ;

步骤 6: 通过式 (10) 构造  $U_s$  的相似变换矩阵  $\Psi$ , 对  $\Psi$  进行特征值分解, 得到信号子空间频谱分布, 得到散射点位置估计;

步骤 7: 采用最小二乘方法估计各散射点的散射强度, 完成成像处理。

## 4 实验验证

### 4.1 仿真实验

仿真目标结构如图 1 所示, 整个目标由 16 个散射点构成, 目标尺寸  $4 \times 5\text{m}$ 。目标尖顶的散射点 RCS 为  $2\text{m}^2$ , 其它散射点均为  $1\text{m}^2$ 。弹道与仿真目标在同一平面内, 弹道仿真请参见文献 [12, 13], 飞行时目标  $x$  轴与速度方向一致, 雷

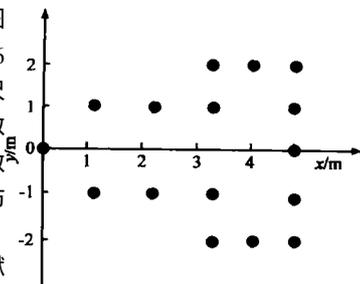


图 1 仿真目标散射点结构

达发射线性调频信号, 中心频率  $10\text{GHz}$ , 带宽  $1\text{GHz}$ , 脉宽  $128\mu\text{s}$ 。成像期间累积 128 个脉冲, 相对转角为  $3.9^\circ$  (俯仰向), 由以可知目标的径向和横向分辨率分别为  $15\text{cm}$  和  $22\text{cm}$ 。目标最强点回波信噪比为  $14\text{dB}$ 。根据以上参数和回波信噪比产生宽带回波, 对回波进行 STRETCH 处理<sup>[14]</sup>。

距离维成像依然采用 FFT 算法, 采用包络相关对齐法进行距离像对齐, 采用特显点聚焦法进行相位校准<sup>[15]</sup>。分别采用 FFT 算法, ESPRIT 算法及本文提出的酉 ESPRIT 算法, 获得的成像结果如图 3 所示。

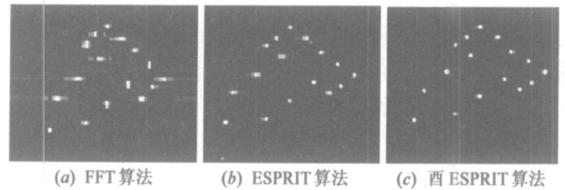


图 2 不同成像算法所获得的 ISAR 图像

由图 2 可看出, 在三种成像算法中, FFT 算法的效果最差, 而酉 ESPRIT 成像算法的效果最好。为定量比较酉 ESPRIT 算法与 ESPRIT 算法的优劣, 在给定回波信噪比下, 进行 100 次蒙特卡洛实验。图 3 列出了在不同信噪比下两种算法对散射点位置和强度的平均估计误差。

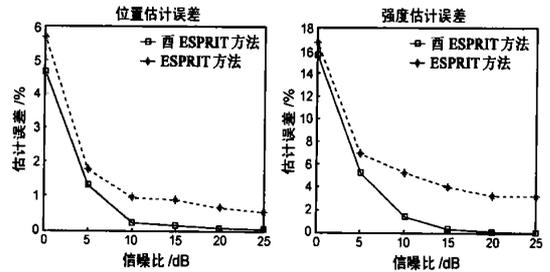


图 3 两种算法在不同信噪比下的估计精度

由图 3 可以看出, 在相同的信噪比条件下, 酉 ESPRIT 方法的位置和强度估计精度均要高于 ESPRIT 方法。另外, 由于通过构造中心复共轭对称矩阵减小了运算量, 酉 ESPRIT 方法运算效率更高: 在同样的运算条件下, ESPRIT 成像所需的时间为  $5.67\text{s}$ , 而本文方法所花的时间为  $3.89\text{s}$ , 运算速度提高了  $31\%$ 。

### 4.2 实测数据成像结果

实测数据所选取的为雅克-42 飞机的外场实验数据。先进行横向定标, 获得的成像数据矩阵为  $256 \times 256$  的矩阵。在经过距离对齐和相位校准后, 分别采用三种不同的方法进行成像。图 4(a)、(b)、(c) 分别 FFT 算法、ESPRIT 算法和酉 ESPRIT 算法获得的成像结果。为进行比较, 使用酉 ESPRIT 方



图 4 实测数据成像结果

法时,只采用一半的回波(相当于成像积累角减小一半)。

从图4不难看出,超分辨方法相对FFT方法有较明显的优势,相比之下,酉ESPRIT算法所成像的形状更为清晰,这是由于该算法不但提高了分辨率而且抑制了噪声点的干扰。由4(c)可以看出,在成像积累角减小一半的情况下,该算法依然能得到较满意的图像。这说明该方法能在更小的转角内实现成像(相应于更少的脉冲积累),这提高了成像的实时性。

## 5 结束语

改善成像质量和提高计算效率是ISAR成像的重要研究内容。在多数情形下,两者是一对矛盾。ESPRIT超分辨成像方法虽比传统的FFT算法性能优越,但还有改进的空间。本文针对其不足提出了酉ESPRIT超分辨成像方法:通过盖氏圆盘理论确定散射中心数目,保证了该方法不会丢失成像信息又有效抑制了噪声;合成的成像数据矩阵提高了图像的分辨率;构造中心复共轭对称矩阵有效降低了运算量。仿真实验和实测数据也验证了该方法的有效性,因此,本文提出的方法达到了改善成像质量和提高成像效率的双重效果。本文将该方法应用于方位维超分辨,在实际中也可应用于距离维超分辨,这将进一步提高成像质量。

## 参考文献:

- [1] Zhu Z D, et al. Super resolution range doppler imaging [J]. IEEE Proceeding F, 1995, 142(1): 25- 32.
- [2] R M Nuthalapati. High resolution reconstruction of ISAR images [J]. IEEE Trans on AES, 1992, 28(2): 462- 472.
- [3] Odendall J W, Barnard E, et al. Two dimensional super resolution radar imaging using the MUSIC algorithm [J]. IEEE Trans on AP, 1994, 42(10): 1386- 1391.
- [4] 朱兆达, 叶葵如, 邬小青. 一种超分辨距离多普勒成像方法 [J]. 电子学报, 1992, 20(7): 1- 6.  
Zhu Z D, Ye Z R, Wu X Q. An approach to superresolution range doppler imaging [J]. Acta Electronica Sinica, 1992, 20(7): 1- 6. (in Chinese)
- [5] 吴强, 王国林, 许荣庆. ESPRIT超分辨ISAR成像 [J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(7): 33- 36.  
WU Qiang, QANG Guoling, XU Rongqing. ESPRIT Super resolution ISAR imaging [J]. Systems Engineering and Electronics, 1999, 21(7): 33- 36. (in Chinese)
- [6] 黄培康. 雷达目标特征信号 [M]. 北京: 宇航出版社, 1993. 12.
- [7] 张贤达. 现代信号处理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. 6.
- [8] Haardt M, Nossek J A. Unitary ESPRIT: How to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational

burden [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(5): 1232- 1242.

- [9] H T Wu, J F Yang, F K Chen. Source number estimators using transformed Gerchgorin disks [A]. Proc ICASSP [C]. Adelaide, Australia: IEEE, 1994. 261- 264.
- [10] H T Wu, J F Yang, F K Chen. Source number estimators using transformed gerchgorin radii [J]. IEEE Trans on SP, 1995, 43(6): 1325- 1333.
- [11] H T Wu, C L Chen. A new Gerschgorin radii based method for source number detection [A]. Proc 10th IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing [C]. Pennsylvania: IEEE, 2000. 104- 107.
- [12] 张毅. 弹道导弹弹道学 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999. 3.
- [13] 冯德军, 王雪松, 等. 弹道目标中段雷达成像仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2004, 16(11): 2511- 2516.  
FENG De jun, WANG Xue song, et al. Simulation of radar imaging of ballistic target in midcourse [J]. Journal of System Simulation, 2004, 16(11): 2511- 2516. (in Chinese)
- [14] Caputi W J. Stretch: a time transformation technique [J]. IEEE Trans on AES, 1971, 7(2): 269- 278.
- [15] C C Chen, H C Andrews. Target motion induced radar imaging [J]. IEEE Trans on AES, 1980, 16(1): 2- 14.

## 作者简介:



冯德军 男, 1972年11月出生于湖南湘潭, 2002年毕业于海军工程大学, 获工学硕士学位, 现为国防科技大学电子科学与工程学院博士研究生, 主要研究兴趣为雷达信号处理与电子对抗, 已发表论文20余篇。  
E-mail: fdj117@sina.com.



王雪松 男, 教授, 博导, 国防科技大学电子工程学院训练部副部长, 中国电子学会高级会员, 遥感遥测遥控分会委员。1972年10月生于内蒙古包头市, 1999年于国防科技大学获博士学位, 已发表论文120余篇, 获第四届全国优秀博士学位论文, 合作出版专著3部, 获国家科技进步2等奖1项, 军队科技进步一等奖3项。  
研究兴趣为: 雷达信号处理与目标识别, 综合电子战等。  
E-mail: wxs1019@vip.sina.com.

陈志杰 女, 1965年生于辽宁绥中, 国防科技大学训练部信息中心计算中心高级工程师, 1993年毕业于国防科技大学电子技术系, 获硕士学位。目前主要从事信号处理、多媒体开发与应用方面的教学与研究工作。