

线性阵列互耦矩阵和波达方向的联合估计

刘章孟, 黄知涛, 周一宇

(国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

摘要: 针对线性阵列中因存在互耦效应导致很难直接估计信号波达方向的问题, 结合线性阵列的阻抗特性, 针对均匀线阵提出了一种计算量更小、稳健性更强的互耦矩阵和波达方向的联合估计方法. 并把该方法推广到一般的线性阵列, 解决了互耦条件下线阵的测向问题. 仿真结果验证了这种新的联合估计方法在均匀线阵中的性能改进情况, 以及向一般线阵扩展模型的可用性.

关键词: 阵列信号处理; 阵列测向; 阵列互耦; 联合估计

中图分类号: TN911. 7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372 2112 (2008) 12 2458 06

Joint Estimation of Mutual Coupling Matrix and Direction-of-Arrival in Linear Arrays

LIU Zhang-meng, HUANG Zhi-tao, ZHOU Yi-yu

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: The effect of mutual coupling in linear arrays blocks the estimation of the directions of the incident signals. A new method that focuses on jointly estimating the mutual coupling matrix and direction of arrival (DOA), with less computational cost and better robustness, is proposed by considering the characteristics of the mutual impedances in linear arrays. The new method is then extended to general linear arrays, solving the problem of bearing estimation in narrowband linear arrays in the presence of mutual coupling. Simulation results are presented to demonstrate the improvement in the performance of the new joint estimation method in uniform linear arrays and the availability in general linear arrays.

Key words: array signal processing; direction finding; mutual coupling; joint estimation

1 引言

在高分辨阵列测向方法 MUSIC^[1]、ESPRIT^[2] 提出之后, 一直制约阵列测向理论和实践发展的大运算量和瑞利限终于得到了解决和突破. 自此, 人们开始把注意力转移到影响这类算法工程应用的诸多因素上, 如阵列互耦、阵元位置误差等. 在这类因素中, 阵列互耦是研究较多的一个^[3~11]. 文献[3]通过把阵列等效为一个端口网络, 实现了互耦条件下窄带阵列信号的建模. 文献[4]在该模型的基础上, 提出了一种利用互阻矩阵进行互耦补偿的思想. 该方法的缺陷在于利用了阵元间互阻抗的精确值, 而这一数值通常是不易测量的, 且会随外界环境的变化而改变. 文献[5]提出了另外一种窄带阵列互耦信号的建模方法, 这一模型较大地依赖于阵列的散射性能指标, 因而也很容易受到外界环境的影响, 具有一定的局限性.

为了建立更加准确的阵列互耦模型, 文献[6, 7]进

行了大量的实验, 并提出直接在各阵元的负载上研究考虑互耦前后阵列感应电平的关系, 仿真结果表明该模型的准确度大大优于以往的互阻模型. 近年来, 在阵列互耦方面所做的研究工作^[8, 9]都是以文献[6, 7]中所提出的模型为基础的. 文献[9]基于这一互阻模型, 针对均匀线阵和均匀圆阵提出了一种互阻矩阵和波达方向的联合估计方法, 但该方法在实现过程中, 利用均匀线阵和均匀圆阵互阻矩阵的特殊形式简化了运算, 这一简化在一般线性分布的阵列结构中是无法实现的. 要想将上述联合估计方法应用于一般线性阵列, 必须建立一种新的互耦模型, 并提出相应的测向算法.

本文基于文献[9]提出的互阻矩阵和波达方向联合估计方法, 结合文献[11]对阵列互阻特性的分析结果, 提出了另外一种计算量较小、稳健性更好的联合估计方法, 并把该方法推广到一般的线性阵列. 仿真表明新方法在均匀线阵中的稳健性和测向性能都优于原方法, 向一般线性阵列的扩展模型也有较强的可用性.

2 阵列互耦模型

假设线性阵列是由 M 个相同的偶极子天线组成, 阵子长度和相邻阵元间距均为半波长, 阵子半径远小于信号波长, 阵列沿 x 轴分布, 阵元指向平行于 z 轴, 各阵元在其中心馈电端连接一个阻值相等的终端负载 Z_L .

文献[6~8]中得到了无互耦情况下阵列上的输出电平与互耦条件下阵列输出之间满足如下关系:

$$U = \begin{bmatrix} U_t^1 \\ U_t^2 \\ \vdots \\ U_t^M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{Z_t^{12}}{Z_L} & \cdots & -\frac{Z_t^{1M}}{Z_L} \\ -\frac{Z_t^{21}}{Z_L} & 1 & \cdots & -\frac{Z_t^{2M}}{Z_L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{Z_t^{M1}}{Z_L} & -\frac{Z_t^{M2}}{Z_L} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_t^1 \\ V_t^2 \\ \vdots \\ V_t^M \end{bmatrix} \triangleq ZV \quad (1)$$

其中 U_t^p 是无互耦时辐射源在第 p 个阵元负载上的激励电平, V_t^p 是有互耦时第 p 个阵元负载上的感应电平, Z_t^{pq} ($p \neq q$) 表示第 p 、 q 个阵元间互耦效应在第 p 个阵元处的等效阻抗, 由两阵元的间距决定.

如果已知阵列阻抗的准确数值, 就能借助上述模型进行有效的互耦补偿, 但在实际应用中, 同一阵列各阵元的辐射特性受温度、湿度等外界因素影响较大, 无法实时准确测量^[10]. 因此有必要寻求一种能够避免直接使用阵列阻抗进行互耦补偿的测向算法, 阻抗矩阵和 DOA 的联合估计方法较好地满足了这一要求.

3 阻抗矩阵和 DOA 的联合估计

3.1 均匀线阵中的联合估计方法

如果认为各阵元的阻抗特性受外界影响效果是一致的, 那么互阻抗矩阵 Z 仍然具有式所示的对称 Toeplitz 形式. 假设空间辐射源个数为 K , 波达方向矢量为 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K]^T$, 则有互耦时直接利用子空间方法估计得到的信号导向矢量 $\hat{a}(\theta_k)$ 与信号真实导向矢量 $a(\theta_k)$ 间存在如下关系^[4]:

$$\hat{a}(\theta_k) = Ca(\theta_k) = Z^{-1}a(\theta_k) \quad (2)$$

其中 C 为阵列互耦矩阵, Z 为阵列互阻抗矩阵, 令

$$Z = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \cdots & b_M \\ b_2 & b_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & b_2 \\ b_M & \cdots & b_2 & b_1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{取罚函数 } J(\theta^T, \mathbf{b}^T) = \sum_{k=1}^K \|a(\theta_k) - Za(\theta_k)\|_2^2 \quad (4)$$

其中 $\|\cdot\|_2$ 表示 Euclidean 范数.

取 \mathbf{b} 为对称 Toeplitz 互阻抗矩阵 Z 的第一列, 则对 \mathbf{b} 和 θ 波达方向的估计可对罚函数 $J(\theta^T, \mathbf{b}^T)$ 采用最小二乘的

方法分步迭代实现, 即先假定波达方向 θ^T 已知, 求解 \mathbf{b}^T

$$\bar{\mathbf{b}}^T = \arg \min_{\mathbf{b}} J(\theta^T, \mathbf{b}^T) \quad (5)$$

然后用 $\bar{\mathbf{b}}$ 中元素构成的互阻抗矩阵 \bar{Z} 对观测数据进行互耦补偿, 得到波达方向的估计值

$$\bar{\theta}^T = \arg \min_{\theta} J(\theta^T, \bar{\mathbf{b}}^T) \quad (6)$$

如此迭代, 直至波达方向估计值收敛, 该收敛值就可以作为最终的角度估计结果.

上述方法利用均匀线阵互阻抗矩阵的对称 Toeplitz 形式, 克服了外界环境变化所带来的互阻抗矩阵难以实时精确测量的问题, 其缺点在于受到计算量的制约而很难推广到一般线阵.

3.2 均匀线阵中的一种联合估计新方法

事实上, 由式(1)、(3)可以看出, 阵列端口阻抗与互阻抗矩阵变量之间存在如下关系:

$$-\frac{Z_t^{pq}}{Z_L} = \frac{b_{1p-q}}{b_1} \quad (7)$$

为了说明互阻抗矩阵中变量的变化趋势, 表 1 给出了七阵元均匀偶极子天线阵中第一个阵元与其他各阵元间的互阻抗大小(取 $Z_L = 50\Omega$)^[8].

表 1 七元均匀偶极子天线阵中第一个阵元与其他各阵元的互阻抗值(Ω)

Z_t^{12}	Z_t^{13}	Z_t^{14}	Z_t^{15}	Z_t^{16}	Z_t^{17}
4.0+ j8.7	-1.3- j5.2	0.7+ j3.6	-0.4- j2.7	0.3+ j2.2	-0.2+ j1.9

文献[11]通过分析指出: 对于一般线性阵列, 随着阵元间距的增大, 对应阵元间的互耦效应会明显减弱, 因此忽略互阻抗矩阵左下角和右上角的部分元素, 仍然可以较好地反映阵列的互耦效应. 如果只考虑各阵元与相邻阵元间的耦合作用, 则互阻抗矩阵 Z 变换为三对角对称 Toeplitz 矩阵

$$Z_1 = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ b_2 & b_1 & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \ddots & \ddots & b_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & b_2 & b_1 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^2 b_i E_i \quad (8)$$

$$\text{其中 } E_i(\mathbf{1}, v) = \delta(Z_1(\mathbf{1}, v) - b_i) \quad (9)$$

$$\delta(p) = \begin{cases} 1, & p = 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

波达方向和互阻抗矩阵由对应罚函数的最小值确定:

$$J(\theta^T, \mathbf{b}^T) = \sum_{k=1}^K \|a(\theta_k) - Z_1 \hat{a}(\theta_k)\|_2^2 \quad (11)$$

$$\theta = [\theta_1, \dots, \theta_K]^T, \mathbf{b} = [b_1, b_2]^T \quad (11)$$

$$[\bar{\theta}^T, \bar{\mathbf{b}}^T] = \arg \min_{\theta, \mathbf{b}} J(\theta^T, \mathbf{b}^T) \quad (12)$$

由于罚函数中包含两组未知量 θ^T, \mathbf{b}^T , 因此必须通过交替估计的方法得到它们的最佳解.

(1) 先假设 $\bar{\theta}$ 已知, 求 \mathbf{b}

将 $J(\bar{\theta}^T, \mathbf{b}^T)$ 展开得

$$J(\bar{\theta}^T, \mathbf{b}^T) = K - \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^2 2 \operatorname{Re}[b_i^* \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_i \bar{\mathbf{a}}(\theta_k)] + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 b_i^* b_j \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_i \mathbf{E}_j \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \quad (13)$$

对 b_i^* 求偏导

$$\frac{\partial J(\bar{\theta}^T, \mathbf{b}^T)}{\partial b_i^*} = - \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_i \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) + \sum_{j=1}^M b_j \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_i \mathbf{E}_j \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \triangleq 0, \quad i=1, 2 \quad (14)$$

得到线性方程组

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_1 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

令

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_1 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \end{bmatrix} \quad (17)$$

则 $\bar{\mathbf{b}} = \mathbf{P}^{-1} \mathbf{Q} \quad (18)$

(2) 将 $\bar{\mathbf{b}}$ 反代入罚函数 $J(\bar{\theta}^T, \mathbf{b}^T)$, 通过空域搜索的方法得到角度估计 $\bar{\theta}$, 使得

$$\bar{\theta}_k = \arg \min_{\theta_k} \|\mathbf{a}(\theta_k) - \bar{\mathbf{z}}\mathbf{a}(\theta_k)\|_2^2, \quad k=1, 2, \dots, K \quad (19)$$

如此迭代, 直至波达方向估计结果收敛, 该收敛结果就可以作为最终的角度估计值。

本方法与原方法的区别在于: 通过合理的模型分析, 将互阻矩阵中未知参数的个数由 M 个减少为 2 个,

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \dots & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_L \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_1 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \dots & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_L \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_L \mathbf{E}_1 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_L \mathbf{E}_2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \dots & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_L^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_L \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \end{bmatrix} \quad (23)$$

极大地减小了联合估计过程中的计算量。同时, 未知数个数的减少使算法更容易收敛到全局最优解, 因此也改进了迭代过程的收敛速度和稳健性, 这一方法的另一优势在于向一般线阵的可推广性。

3.3 向一般线阵的推广

直接由原方法扩展得到的一般线阵的互阻矩阵具有如下形式

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_{M+1} & \dots & b_{\frac{M^2-M-2}{2}} \\ b_2 & b_1 & b_3 & \ddots & \vdots \\ b_{M+1} & b_3 & b_1 & \ddots & b_{2M-2} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b_M \\ b_{\frac{M^2-M-2}{2}} & \dots & b_{2M-2} & b_M & b_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

从该互阻矩阵的形式可以看出, 当阵元数目较大时, 一般线阵的互阻矩阵中元素个数将急剧增加 $((M^2 - M + 2)/2)$, 测向计算量明显增大。

将本文所提出的联合估计方法向一般线阵扩展, 得到互阻矩阵的变换形式

$$\mathbf{Z}_1 = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & 0 & \dots & 0 \\ b_2 & b_1 & b_3 & 0 & \vdots \\ 0 & b_3 & b_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & b_M \\ 0 & \dots & 0 & b_M & b_1 \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^M b_i \mathbf{E}_i \quad (21)$$

其中方阵 \mathbf{E}_i 的定义同式(9)。

如果线阵在排列方式上是中心对称 (CS, Central Symmetric) 的, 则

$$\mathbf{Z}_1^{\text{CS}} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & 0 & \dots & 0 \\ b_2 & b_1 & b_3 & 0 & \vdots \\ 0 & b_3 & b_1 & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & b_2 \\ 0 & \dots & 0 & b_2 & b_1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中未知参数个数为 $\left\lceil \frac{M-1}{2} \right\rceil + 1$, $\lceil m \rceil$ 表示不小于 m 的最小整数。

用 L 统一表示上述互阻矩阵中未知参数的个数。在上述各种模型基础上, 仍然采用迭代法估计角度:

(1) 先假设 $\bar{\theta}$ 已知, 求 \mathbf{b}

罚函数对 \mathbf{b} 中各元素的共轭求偏导得到线性方程组

记

$$P_G = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \cdots & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \mathbf{E}_L \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_1 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \cdots & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \mathbf{E}_L \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_L \mathbf{E}_1 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_L \mathbf{E}_2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) & \cdots & \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_L^2 \hat{\mathbf{a}}(\theta_k) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$Q_G = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_1 \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_2 \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_k) \mathbf{E}_L \bar{\mathbf{a}}(\theta_k) \end{bmatrix} \quad (25)$$

则

$$\bar{\mathbf{b}} = P_G^{-1} Q_G \quad (26)$$

(2) 将 $\bar{\mathbf{b}}$ 反代入罚函数 $J(\theta^T, \mathbf{b}^T)$, 通过空域搜索的方法得到角度估计 $\bar{\theta}$, 满足

$$\bar{\theta}_k = \arg \min_{\theta_k} \|\mathbf{a}(\theta_k) - \bar{\mathbf{z}}\mathbf{a}(\theta_k)\|_2^2, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (27)$$

如此迭代, 直至波达方向估计结果收敛, 该收敛结果就可以作为最终的角度估计值。

3.4 计算量分析

本文所提出的方法的一个显著优点在于极大地减小了计算量, 具体体现在估计 $\bar{\mathbf{b}}$ 的过程中。下面定量分析在均匀线阵和一般线阵中运用文献[9]中方法和本文方法时, 每次迭代过程中估计 $\bar{\mathbf{b}}$ 的计算量比较。

表 2 两种方法在均匀线阵中的计算量比较

	原方法		本文方法	
	复乘	复加	复乘	复加
计算 P	$KM^3 - O(M^2)$	$2KM^3 - O(M^2)$	$4KM$	$4K(2M - 3)$
计算 Q	$KM^2 - O(M)$	$\frac{3}{2}KM^2 - O(M)$	$2KM$	$K(3M - 4)$
计算 $\bar{\mathbf{b}}$	$O(M^3) + M^2$	$M^2 - M$	6	3
总计	$O(M^3) + KM^3 + O(M^2)$	$2KM^3 + O(M^2) - O(M)$	$6KM + 6$	$11KM - 16K + 3$

对一般线阵而言, 原方法的互阻模型(20)中所含未知参数个数为 $(M^2 - M + 2)/2$, 各参数对应的系数矩阵 E_i 大多为稀疏阵 (E_1 除外), 因此计算 P_G 和 Q_G 时的计算量均远小于计算 $\bar{\mathbf{b}}$ 过程中对 P_G 求逆的计算量, 总计算量约为 $O(L^3) \approx O\left(\frac{M^6}{8}\right)$ 次复数乘法。本文方法的计算量如表 3。

通过上面的比较不难看出, 本文所提出的方法在计算 $\bar{\mathbf{b}}$ 的过程中的计算量比文献[9]中方法降低了 1~2 个量级, 因而减轻了整个联合估计过程的计算负担。

表 3 本文方法在一般线阵中的计算量

	计算 P_G	计算 Q_G	计算 $\bar{\mathbf{b}}$	总计
复乘	$K(9M - 8)$	$K(3M - 2)$	$O(M^3) + M^2$	$O(M^3) + M^2 + 12KM - 10K$
复加	$4K(M - 1)$	$2K(M - 1)$	$M^2 - M$	$M^2 + (6K - 1)M - 6K$

4 仿真

为了检验本文所提出的联合估计方法在均匀线阵中的测向性能, 以及向一般线阵的扩展模型的可用性, 以下设计三种信号环境进行仿真实验。利用七元均匀线阵的阻抗数据^[9], 比较原方法中对称 Toeplitz 互阻矩阵模型(模型 I)、本文方法在均匀线阵中的三对角对称 Toeplitz 互阻矩阵模型(模型 II)和在中心对称线阵中的三对角中心对称 Toeplitz 互阻矩阵模型(模型 III)的测向性能。另外还借助四元指数分布阵列验证了一般线性阵列互阻模型的可用性。所有方法中用迭代法实现角度估计的过程均以互阻矩阵为出发点进行, 初始互阻矩阵中各元素相对 b_1 进行归一化, 且 $b_i = 10^{i-1}$ ($i = 1, 2, \dots$)。

假设空间辐射信号均为远场条件下相互独立的窄带复正弦信号; 噪声为加性高斯噪声, 与信号源相互独立; 如无特别说明, 阵列为七元均匀线性偶极子阵列, 阵元间距和阵子长度等于半波长, 阵子半径远小于信号波长; 阵列采样为时域无限采样。

(1) 空间一个辐射源, 取 30 次迭代之后的角度估计值作为最终的估计结果。图 1 为三种模型的角度估计偏差随实际波达方向变化的曲线。可以看出, 模型 II、III

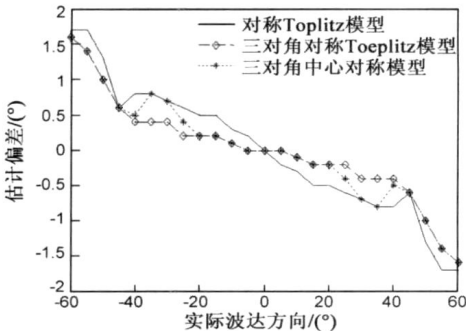


图1 单个信号源时的角度估计偏差

的角度估计偏差均小于模型 I, 且模型 II 的结果更为平滑, 模型 I、II 的性能曲线都有一定程度的波动. 其原因在于三种模型的互阻矩阵中所含未知参量的个数分别为 7、2、4, 未知参数越少的模型越容易收敛到全局最优解, 且性能更稳定.

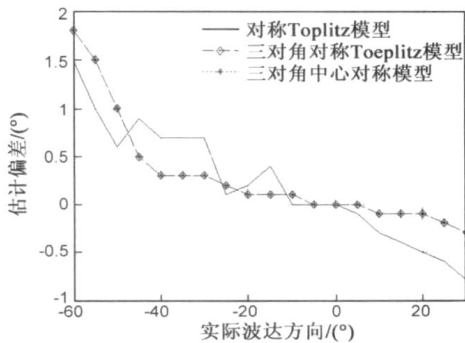


图2 两个信号源时的角度估计偏差

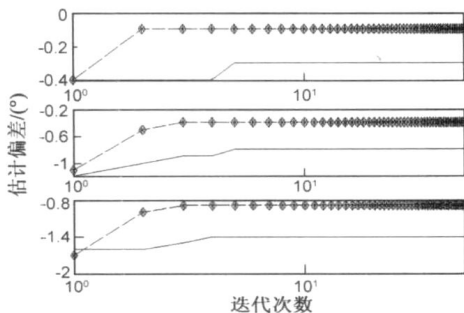


图3 三个信号源时的角度估计偏差

(2) 空间两个辐射源, 角度间隔 30° , 取 30 次迭代之后的角度估计值为最终的估计结果. 图 2 为第一个信号源角度估计偏差随该信号源波达方向变化的曲线. (对第二个信号源有类似的结论.) 从该仿真结果也可以看出, 模型 II、III 的角度估计偏差完全一致, 在大多数情况下小于模型 I, 且性能更稳定.

(3) 空间三个辐射源, 波达方向分别为 5° 、 25° 、 45° . 图 3 为七元均匀线阵中三种模型的角度估计偏差随迭代次数的变化情况, 从上往下依次为 5° 、 25° 、 45° 信号源, 各曲线与模型的对应关系同图 1、图 2. 从图中可以看出, 模型 II、III 的性能一致, 与模型 I 相比, 估计偏差更小, 收敛速度更快. 图 4 为四元指数分布阵列 (阵元分

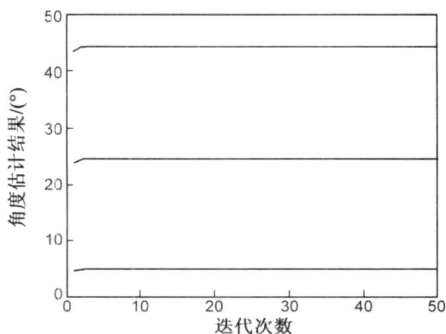


图4 一般线阵模型的角度估计结果

别位于 x 轴上 0、1、3、7 个半波长处) 中使用一般线阵的三对角对称模型进行测向, 所得到的测向结果随迭代次数的变化情况, 其角度估计值也较快地收敛到了真实值附近, 证明了本文方法向一般线阵扩展模型的可用性.

5 结束语

本文通过分析线性阵列阵元间互阻抗的变化规律, 提出了一种新的互阻矩阵和波达方向的联合估计方法, 简化了模型, 降低了计算量, 增强了稳健性; 并把这种联合估计方法推广到一般线性阵列, 解决了互耦条件下线性阵列的测向问题. 分析结果表明新方法的运算效率有了较大提高. 仿真结果也说明, 本文所提出的方法由于所含未知参数较少, 因而具有更快的收敛速度和更好的稳健性; 适用于中心对称线阵的三对角互阻矩阵模型的测向性能也优于文[9]提出的联合估计方法; 由均匀线阵向一般线阵的扩展模型有较强的可用性. 此外, 通过分析本文所提出方法的互阻模型不难看出, 这一方法同样适用于其他阵元排列方式接近线性分布的简单阵列结构, 如 L 形阵等.

参考文献:

- [1] R O Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1986, 34(3): 276– 280.
- [2] R Roy, T Kailath. ESPRIT: estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(7): 984– 995.
- [3] I J Gupta, A A Ksienski. Effect of mutual coupling on the performance of adaptive arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1983, 31(9): 785– 791.
- [4] C C Yeh, M L Leou, et al. Bearing estimations with mutual coupling present[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1989, 37(10): 1332– 1335.
- [5] A Manikas, N Fistas. Modeling and estimation of mutual coupling between array elements[A]. Proceedings of the IEEE Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing[C]. Washington DC, USA: IEEE Computer Society Press, 1994. 553– 556.
- [6] H T Hui. Improved compensation for the mutual coupling effect in a dipole array for direction finding[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2003, 51(9): 2498– 2503.
- [7] H T Hui. A practical approach to compensate for the mutual coupling effect of an adaptive dipole array[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(5): 1262– 1269.
- [8] T T Zhang, H T Hui, et al. Compensation for the mutual coupling effect in a dipole array for direction finding[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(5): 1262– 1269.

pling effect in the ESPRIT direction finding algorithm by using a more effective method [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2005, 53(4): 1552– 1555.

- [9] T T Zhang, Y L Lu, et al. Simultaneous estimation of mutual coupling matrix and DOAs for UCA and ULA [A]. 17th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility [C]. New York: IEEE Press, 2006. 265– 268.
- [10] B Friedlander, A J Weiss. Direction finding in the presence of mutual coupling [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1991, 39(3): 273– 284.
- [11] T Svantesson. The effects of mutual coupling using a linear array of thin dipoles of finite length [A]. Proceedings of the 9th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal and Array Processing [C]. New York: IEEE Press, 1998. 232– 235.

作者简介:



刘章孟 男, 1984 年 2 月出生于湖北天门, 国防科技大学电子科学与工程学院在读博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理.

E-mail: liuzmcn@yahoo.cn

黄知涛 男, 1976 年 9 月出生于湖北荆州, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向: 雷达/通信侦察信号处理、综合电子战系统与技术.

E-mail: taldcn@yahoo.com.cn

周一宇 男, 1948 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 综合电子战系统与技术、无源定位与跟踪技术、空间信息对抗技术等.