

单次快摄的局部散射源中心波达方向估计方法

万 群¹, 彭应宁¹, 杨万麟²

(1. 清华大学电子工程系, 北京 100084; 2. 电子科技大学电子工程学院, 四川成都 610054)

摘 要: 利用均匀线阵单次快摄数据矩阵的行列式空间不变性, 提出了一种新的局部散射源中心波达方向估计方法. 该方法给出了参数估计的闭式解, 无需计算样本协方差矩阵或数据矩阵的特征分解, 具有简单快速的优点.

关键词: 单次快摄; 局部散射源; 中心波达方向; 行列式空间不变性

中图分类号: TN971.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 06-0809-03

Nominal Direction of Arrival Estimation for Locally Scattered Source Using Single Snapshot Data

WAN Qun¹, PENG Ying-ning¹, YANG Wan-lin²

(1. Dept. of Electronic Engineering, Tsinghua Univ., Beijing 100084, China;

2. College of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: A method is proposed to estimate nominal direction of arrival for locally scattered source using uniform linear array. Unlike the existed estimators based on subspace techniques, the proposed method gives closed form estimates of both parameters based on spatial invariance of determinant of Toeplitz matrix formed by single snapshot data. Because calculation of eigenvalue decomposition is not needed and only single snapshot data is used, the presented method is more applicable to real time tracking of locally scattered source.

Key words: single snapshot; locally scattered source; nominal direction of arrival; spatial invariance of determinant

1 引言

局部散射源常出现在雷达、声纳和移动通信等多径环境, 估计中心波达方向(NDOA, Nominal Direction Of Arrival)对无线定位和波束形成具有重要意义. 常规子空间方法由于未考虑信号源的角分布特性, 往往不能得到准确的参数估计. 在信号源角分布具体形式已知时, 可以利用最大似然方法、最小二乘估计方法、加权最小二乘估计方法或广义子空间方法(如DISPE和DISPARE)改善局部散射源参数估计, 但一般需要多维参数搜索^[1~3]. 为简化算法复杂性, 在角分布标准偏差较小时, 可以利用协方差矩阵的未知参数解耦的特性, 采用扩展型子空间方法、协方差矩阵匹配技术或信号子空间旋转不变技术得到较准确的NDOA估计, 并且不要求信号源角分布函数的具体形式已知^[4~8]. 由于简化算法一般需要计算协方差矩阵的特征分解, 运算量仍然较大. 另外, 这些算法考虑的都是多次快摄数据的情况.

本文首先介绍局部散射源信号模型, 再推导单次快摄数据矩阵的行列式空间不变性, 然后指出当空间角分布扩展较小时, 信号协方差矩阵的有效秩为2, 入射信号近似为2个点信号源的情况, 最后利用单次快摄数据矩阵的行列式空间不变性, 提出一种新的局部散射源NDOA估计方法. 与上述方法相比, 该方法直接给出了参数估计的闭式解, 无需计算样本协

方差矩阵或数据矩阵的特征分解, 具有简单快速的优点.

2 局部散射源信号模型

假设由个阵元组成的均匀线阵接收的基带信号矢量为 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_M(t)]^T$, 其中 $[]^T$ 表示矢量转置. 假设窄带辐射信号, 局部散射源由 N 条多径组成, 将频率平坦 Rayleigh 衰落信道的标量模型推广到矢量情况, 可得

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t) \sum_{n=1}^N \mathbf{a}(\theta_n) a_n(t) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{s}(t)$ 为辐射信号, $\mathbf{a}_n(t)$ 和 $\mathbf{a}(\theta_n)$ 分别为第 n 条多径信号的随机复增益因子和相对于中心波达方向 θ_0 的角偏差, $\mathbf{a}(\theta) = [1 \ e^{j2\pi \sin \theta} \ \dots \ e^{j2\pi(M-1)\sin \theta}]^T$ 为来波方向等于 θ 、相邻阵元间隔等于 d (以波长为单位)时点源的阵列响应矢量. 假设不同路径的 $\mathbf{a}_n(t)$ 相互独立, 满足零均值、 $E(|\mathbf{a}_n(t)|^2) = 1/N$ 的圆对称分布^[2,3,6~8].

局部散射信号模型又可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t) \sum_{n=1}^2 \mathbf{a}(\theta_n) d_n(t) = \mathbf{s}(t) \mathbf{v}(t, \theta_0, \theta_1) \quad (2)$$

其中随机的连续分布 (θ_1, θ_2) 是非相干的, 满足

$$E(\mathbf{a}(\theta_1) \mathbf{a}^*(\theta_2)) = p(\theta; \theta_0) (\delta(\theta_1 - \theta_2))$$

称 $p(\theta; \theta_0)$ 为信号源空间角功率密度函数. 当多径数 N 足够大时, 式(1)和式(2)近似等效, 并且由中心极限定理知, 随机

量 $v(t, \theta_0)$ 近似为零均值复高斯分布, 协方差矩阵为

$$E(v(t, \theta_0) v^*(t, \theta_0)) = R_v(\theta_0) \\ = \frac{1}{2} p(\theta_0) a(\theta_0 + \frac{\Delta}{2}) a^*(\theta_0 - \frac{\Delta}{2}) d \quad (3)$$

满足式(3)的信号模型又被称为非相干分布式信号源模型^[2].

局部散射源模型常常假设 $s_n(t)$ 、 $s_n(t)$ 或 $(s_n(t), t)$ 和 $v(t, \theta_0)$ 随时间变化的速度远远大于 θ_0 和 Δ 的变化速度, 多径数 N 很大, 例如 $N=30$. 由于 $N \gg M$, 所以 Toeplitz 矩阵 $R_v(\theta_0)$ 一般是满秩的, 但主要的大特征值却较少.

3 行列式空间不变性

考虑 P 个点源情况, $P < M$. 记均匀线阵的单次快摄影数据 $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_M]^T$, 第 m 个阵元的接收信号为

$$x_m = \sum_{n=1}^P s_n e^{j(m-1)\theta_n} + n$$

其中正实数 s_n 为瞬时信号幅度, θ_n 为信号随机相位, n 为信号空间频率. 假设 $M \geq 2P-1$, 由这些单次快摄影数据构成 P 阶 Toeplitz 方阵

$$X(k) = \begin{bmatrix} x_{P+k-1} & x_{P+k} & \dots & x_{2P+k-2} \\ x_{P+k-2} & x_{P+k-1} & \dots & x_{2P+k-3} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ x_k & x_{k+1} & \dots & x_{P+k-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 $k=1, 2, \dots, M+2-2P$. 容易验证式(4)可以分解为

$$X(k) = AV(k)A^H$$

其中 P 阶方阵 A 为 Vandermonde 矩阵, 元素为 $a_{mn} = e^{j(m-1)\theta_n}$, P 阶方阵 $V(k)$ 为对角矩阵, 对角元素为

$$v_m(k) = s_m e^{j(m(P+k-2)+m)\theta_m}$$

$m, n=1, 2, \dots, P, []^H$ 表示矩阵的共轭转置.

由 Vandermonde 矩阵的行列式计算公式^[9], 得

$$\det(A) = \prod_{m,n=1, m < n}^P (e^{j\theta_m} - e^{j\theta_n})$$

其中 $\det()$ 表示矩阵的行列式. 对角矩阵 $V(k)$ 的行列式为

$$\det(V(k)) = \prod_{m=1}^P s_m e^{j(m(P+k-2)+m)\theta_m}$$

记方阵 $X(k)$ 的行列式为 $D(k)$. 由矩阵 A 和 V 的行列式及式(3)并经过简化得

$$D(k) = \det(X(k)) = \det(AV(k)A^H) \\ = \prod_{m=1}^P s_m e^{j(m(P+k-2)+m)\theta_m} \\ \times \prod_{m,n=1, m < n}^P 4 \sin^2 \left(\frac{\theta_m - \theta_n}{2} \right) \quad (5)$$

由式(5)可见, $D(k)$ 的模与 k 无关. 我们称数据方阵 $X(k)$ 的这一特性为行列式空间不变性.

4 单次快摄的局部散射源 NDOA 估计方法

本节首先指出当空间角扩展较小时, 信号协方差矩阵的有效秩为 2, 入射信号近似为 2 个点信号源的情况. 然后利用单次快摄影数据方阵的行列式空间不变性推导 NDOA 估计的闭式解.

定义空间频率 $\theta = 2 \sin(\theta)$. 引入空间频率参数主要是为了简化理论分析和参数估计算法. 阵列响应矢量又可以表

示为 $a(\theta) = [1 \ e^{j\theta} \ \dots \ e^{j(M-1)\theta}]^T$. 由 $\sin(\theta_0 + \frac{\Delta}{2})$ 的一阶 Taylor 级数近似, 得

$$2 \sin(\theta_0 + \frac{\Delta}{2}) \approx 2 \sin(\theta_0) + 2 \cos(\theta_0) \frac{\Delta}{2} = \theta_0 + \Delta \cos(\theta_0)$$

可见, 当空间角(频率)扩展较小时, 空间频率偏差具有与角偏差相似的概率分布函数 $p(\theta; \theta_0)$, 角扩展(标准偏差)

$2 \sin(\theta_0)$. 阵列响应矢量 $a(\theta_0 + \frac{\Delta}{2})$ 的 2 阶 Taylor 级数展开近似为

$$a(\theta_0 + \frac{\Delta}{2}) \approx a(\theta_0) + \Delta d + \frac{\Delta^2}{2} h$$

其中

$$d = \frac{\partial a(\theta)}{\partial \theta} \bigg|_{\theta=\theta_0} \\ h = \frac{\partial^2 a(\theta)}{\partial \theta^2} \bigg|_{\theta=\theta_0}$$

记 $a = a(\theta_0)$, 将上式代入式(3)得

$$R_v(\theta_0) \approx aa^* + \frac{\Delta^2}{2} (ah^* + ha^* + 2dd^*) \\ + \frac{1}{2} ((a + \Delta d + \frac{\Delta^2}{2} h)(a + \Delta d + \frac{\Delta^2}{2} h)^* \\ + (a - \Delta d + \frac{\Delta^2}{2} h)(a - \Delta d + \frac{\Delta^2}{2} h)^*) \\ + \frac{1}{2} AA^* \quad (6)$$

其中矩阵 $A = [a(\theta_0 + \frac{\Delta}{2}) \ a(\theta_0 - \frac{\Delta}{2})]$. 由式(6)可见, 当空间角(频率)扩展较小时, 信号协方差矩阵的有效秩为 2, 入射信号近似为 2 个点信号 DOA 分别为 $\theta_0 + \frac{\Delta}{2}$ 和 $\theta_0 - \frac{\Delta}{2}$ 时的情况.

下面假设阵元数 $M > 4$, 利用单次快摄影数据构成 2 阶 Toeplitz 方阵. 将 $P=2$ 代入式(4), 得

$$D(k) = x_{k+1}^2 - x_k x_{k+2} \quad (7)$$

$k=1, 2, \dots, M-2$. 将 $P=2$ 代入式(5)得

$$D(k) = 4 \sin^2 \left(\frac{\theta_{k+1} - \theta_{k+2}}{2} \right) e^{j(\theta_{k+1} + \theta_{k+2})} \quad (8)$$

由于当空间角(频率)扩展较小时入射信号近似为 2 个点信号波达方向分别为 $\theta_1 = \theta_0 + \frac{\Delta}{2}$ 和 $\theta_2 = \theta_0 - \frac{\Delta}{2}$ 时的情况, 所以由式(8)的相位信息得

$$\theta_0 = \frac{\theta_{k+1} + \theta_{k+2}}{2} = \frac{1}{2} \angle \left(\frac{D(k+1)}{D(k)} \right) \quad (9)$$

其中 $\angle()$ 表示复数的相位角, $k=1, 2, \dots, M-3$. 由式(7)和式(9)得局部散射源 NDOA 近似为

$$\theta_0 \approx \sin^{-1} \left(\frac{\theta_0}{2} \right) = \sin^{-1} \left(\frac{\angle \left(\frac{x_{k+2}^2 - x_{k+1} x_{k+3}}{x_{k+1}^2 - x_k x_{k+2}} \right)}{4} \right) \quad (10)$$

其中 $k=1, 2, \dots, M-3$.

存在测量噪声时, 采用式(9)右端的平均作为中心空间频率的估计以抑制测量噪声, 再代入式(10), 得到局部散射源 NDOA 估计为

$$\theta_0 \approx \sin^{-1} \left(\frac{\angle \left(\frac{x_{k+2}^2 - x_{k+1} x_{k+3}}{x_{k+1}^2 - x_k x_{k+2}} \right)}{4(M-3)} \right) \quad (11)$$

由于 $\angle()$ 的值域为 $[-\pi, \pi]$, 可能出现相位缠绕问题.

为避免相位模糊, 要求 $|\theta_1 + \theta_2| < \pi$, 即 $|\theta_0| < \pi/2$. 所以 $|\sin(\theta_0)| < 1/2$, 即 $|\sin(\theta_0)| < 1/4$. 这在一般条件下都能满足, 例如 $\theta_0 = \pi/2$ 时, 要求 $|\theta_0| < 30^\circ$.

5 仿真实验与比较

假设均匀线阵相邻阵元间隔为半波长, 阵元数 $M=9$, 多径数 $N=30$, 局部散射源 NDOA 为 0° , 测量噪声为空间白噪声. 下面各图给出的都是 5000 次独立单次快摄仿真实验的统计结果.

图 1 给出了分布源角扩展为 3° , 角分布为均匀分布时, 不同信噪比 (SNR) 情况下, 分别由常规 ESPRIT 方法, 扩展型 ESPRIT (S-ESPRIT) 方法和本文提出的基于行列式空间不变性 (SIOD, Spatial Invariance Of Determinant) 得到的 NDOA 估计的均

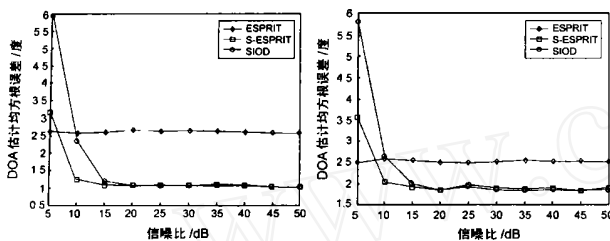


图 1 不同 SNR 时中心 DOA 估计误差 (高斯分布)

图 2 不同 SNR 时中心 DOA 估计误差 (均匀分布)

图 3 给出了信噪比为 20dB, 角分布为均匀分布时, 不同角扩展情况下, 分别由上述 3 种方法得到的 NDOA 估计的均方根误差. 图 4 给出了相同条件下角分布为高斯分布时的结果. 可见, (1) 三种方法的估计误差都与分布源角扩展成正比; (2) SIOD 与 S-ESPRIT 方法的估计性能十分接近; (3) 在角扩展较大时二者明显优于前者.

在计算量方面, ESPRIT 和 S-ESPRIT 方法都需要计算矩阵的特征分解, 而 SIOD 方法的估计结果可以由闭式解 (11) 直接得到. 在上述情况下, 为计算中心波达方向估计, ESPRIT 和 S-ESPRIT 方法所需的浮点运算次数约为 1,200, 而 SIOD 方法的浮点运算次数约为 300.

6 结论

本文利用单次快摄数据矩阵的行列式空间不变性, 给出了局部散射源中心波达方向估计的闭式解, 不仅简单快速, 并具有与扩展型子空间方法近似的估计性能. 虽然不能得到渐近一致估计, 但可以为渐近一致的搜索型估计算法 (如最大似然估计方法, 加权伪子空间方法等) 提供较准确的初始估计.

参考文献:

- [1] Valaee S, Champagne B, Kabal P. Parametric localization of distributed sources [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1995, 43(9): 2144 - 2153.
- [2] Lee Y U, Choi J, Song I, Lee S R. Distributed source modeling and direction-of-arrival estimation techniques [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(4): 960 - 969.
- [3] Trump T, Ottersten B. Estimation of nominal direction of arrival and angular spread using an array of sensors [J]. Signal Processing, 1996, 50

方根误差 (RMSE). 其中常规 ESPRIT 方法假设 1 个点目标, 信号子空间维数估计为 1 的情况, 由这个点目标波达方向估计得到散射源 NDOA 估计; S-ESPRIT 假设 2 个点目标, 信号子空间维数估计为 2 的情况, 由这 2 个点目标波达方向估计的平均值得到散射源 NDOA 估计. 图 2 给出了相同条件下角分布为高斯分布时的结果. 可见, (1) 提高信噪比始终不能改善常规 ESPRIT 方法的估计性能; (2) SIOD 与 S-ESPRIT 方法的估计性能十分接近, 并且在信噪比较大时明显优于前者; (3) 当信噪比大于 15dB 时, 提高信噪比也不能明显改善后两种方法的估计性能, 即不能得到渐近一致估计, 这主要是因为 2 点源近似引起的偏差; (4) 在信噪比门限 (10dB) 以下, SIOD 和 S-ESPRIT 方法估计性能出现恶化.

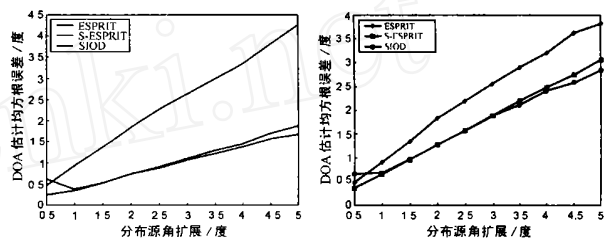


图 3 不同角扩展时中心 DOA 估计误差 (高斯分布)

图 4 不同角扩展时中心 DOA 估计误差 (均匀分布)

(1 - 2): 57 - 69.

- [4] 万群, 杨万麟. 基于盲波束形成的分布式目标波达方向估计方法 [J]. 电子学报, 2000, 28(12): 90 - 93.
- [5] Wan Q, Peng Y N. Low-complexity estimator for four dimensional parameters under a re-parameterized distributed source model [J]. Proc IEEE-F, 2001, 148(6): 313 - 317.
- [6] Besson O, Stoica P. Decoupled estimation of DOA and angular spread for a spatially distributed source [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2000, 48(7): 1872 - 1882.
- [7] Bengtsson M, Ottersten B. Low-complexity estimators for distributed sources [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2000, 48(8): 960 - 969.
- [8] Shahbazzanahi S, Valaee S, Bastani M H. Distributed source localization using ESPRIT algorithm [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2001, 49(10): 2169 - 2178.
- [9] Horn R A, Johnson C A. Matrix Analysis [M]. UK: Cambridge University Press, 1985.

作者简介:



万 群 男, 1971 年生于江西, 现为清华大学电子工程系博士后, 研究领域包括高分辨率阵列信号处理, 分布式信号源参数估计, 定位算法等.

彭应宁 男, 1939 年生于四川, 清华大学博士生导师、教授, 研究方向包括高速实时数字信号处理, 超分辨阵列信号处理, 空时二维自适应信号处理及多传感器数据融合等领域.