

# 基于时频分布的欠定混合矩阵盲辨识

陆风波<sup>1</sup>, 黄知涛<sup>1</sup>, 彭 耿<sup>2</sup>, 姜文利<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073; 2. 海军装备研究院, 北京 102249)

**摘 要:** 针对欠定混合矩阵的盲辨识问题, 提出了基于空间时频分布的盲辨识算法, 首先计算信号的空间时频分布并找出源信号的自源时频点, 然后把所有自源点对应的时频分布矩阵表示成高维矩阵的形式, 再通过联合对角化和特征值分解估计出混合矩阵. 该方法不需要假设源信号是稀疏的或独立的, 此外通过检测能量足够大的自源时频点, 提高了算法的鲁棒性. 仿真结果表明在相同信噪比条件下与已有算法相比, 本文方法提高了混合矩阵的估计精度.

**关键词:** 欠定盲辨识; 空间时频分布; 联合对角化; 特征值分解

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 09-1992-05

## Blind Identification of Underdetermined Mixtures Based on Time-Frequency Distributions

LU Feng-bo<sup>1</sup>, HUANG Zhi-tao<sup>1</sup>, PENG Geng<sup>2</sup>, JIANG Wen-li<sup>1</sup>

(1. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China;

2. Naval Academy of Armament, Beijing 102249, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of underdetermined blind identification, we propose a method of blind identification of underdetermined mixtures based on spatial time-frequency distributions (TFD). First calculate the spatial time frequency distribution of the mixtures, stack the TFD matrices corresponded to the auto-source time frequency points in a new matrix with higher dimensions, and finally estimate the mixing matrix by simultaneous matrix diagonalization and eigenvalues decomposition. The assumption that the sources are sparse or independent is not necessary for the proposed method. Furthermore, we increase the robustness of the method by detecting the auto-source points with enough energy. Simulation results indicate that the proposed algorithm estimates the mixing matrix with higher accuracy compared to the other algorithms at the same SNR.

**Key words:** blind identification of underdetermined mixtures; spatial time frequency distributions; simultaneous matrix diagonalization; eigenvalues decomposition

## 1 引言

盲源分离 (Blind Source Separation, BSS) 就是在未知源信号和混合过程的情况下, 从接收到的混合信号中恢复出源信号的波形. 在实际信号环境中, 由于源信号数目未知, 而接收阵元数目有限, 往往导致混合信号中源信号数目  $N$  大于阵元数目  $M$ , 对这种混合信号的盲分离被称为欠定盲源分离 (Underdetermined Blind Source Separation, UBSS)<sup>[1]</sup>.

目前, 绝大多数欠定盲分离算法采用“两步法”即先估计混合矩阵  $A$ , 然后在  $A$  已知的条件下恢复源信号, 其中混合矩阵估计是欠定盲分离问题的关键. 假设源信号在时域或频域是稀疏的, P Bofill 首先提出了基于势函数聚类的欠定混合矩阵估计算法<sup>[1,2]</sup>, 在此基础上又

出现了基于 K-均值、K-SVD、K-超线等聚类算法的混合矩阵估计方法<sup>[3~6]</sup>; 假设源信号在时频域上不混叠, Alexander 提出 DUET (Degenerate Unmixing Estimation Technique) 算法<sup>[7]</sup>, 通过二维直方图统计来估计混合矩阵, Özgür Yilmaz 改进了 DUET 算法<sup>[8]</sup>, 提高了估计精度; 对于时频域非充分稀疏信号, F. Abrard 提出了基于 TIFROM (Time-Frequency Ratio Of Mixtures) 的欠定混合矩阵盲辨识算法<sup>[9,10]</sup>, Y Q Li 改进了 TIFROM 算法<sup>[11]</sup>, 进一步放宽了信号的稀疏性条件; 假设混合信号在时频域上存在单源区域, A Aissa-El-Bey 等提出了基于单源检测 (Single Source Detection, SSD) 的混合矩阵估计算法<sup>[12~14]</sup>, 先检测出单源区域再通过聚类估计出混合矩阵.

如果源信号不稀疏但相互独立且不服从高斯分

布,那么可以通过欠定独立分量分析来完成混合矩阵的盲辨识<sup>[15~19]</sup>.当阵元数为 2,源信号数为 3 时,P Comon 提出了基于张量分解的欠定混合矩阵盲辨识算法<sup>[15]</sup>;假设源信号的峭度具有相同的符号且不为零,A Ferréol 等提出了基于四阶累积量的欠定混合矩阵盲辨识算法(Four-Order Blind Identification of Underdetermined Mixtures, FOBIUM)<sup>[16]</sup>;L D Lathauwer 等扩展了 FOBIUM 算法,使之能适应源信号峭度符号不相同的情况<sup>[17]</sup>,该方法在样点数较小时估计性能较差;L D Lathauwer 假设源信号是时间相关的,又提出了基于二阶统计量的欠定混合矩阵盲辨识算法(Second-Order Blind Identification of Underdetermined Mixtures, SOBIUM)<sup>[18]</sup>;A. Karfoul 等进一步提出了基于高阶累积量与联合正则分解的欠定混合盲辨识算法<sup>[19]</sup>,在阵元数一定时能够适应更多源信号混合的情况.

本文提出了一种基于空间时频分布(Time-Frequency Distributions Blind Identification of Underdetermined Mixtures, TFDBIUM)的欠定混合矩阵盲辨识算法,先计算信号的空间时频分布并找出源信号的自源时频点,然后把所有自源点对应的时频分布矩阵表示成高维矩阵的形式,最后通过联合对角化和特征值分解估计出混合矩阵  $\mathbf{A}$ .该方法不需要假设源信号是稀疏的或独立的,此外通过检测能量足够大的自源时频点降低了噪声对算法的影响.

## 2 信号模型

假设  $N$  个窄带远场信号  $s_k(t)$  入射到由  $M$  个阵元组成的天线阵上( $M < N$ ),第  $i$  个阵元的接收信号可以表示为

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^N b_{ik}s_k(t)e^{-j2\pi f_k \tau_{ik}} + n_i(t), i=1,2,\dots,M \quad (1)$$

其中  $b_{ik}$ 、 $\tau_{ik}$  分别为信号  $s_k(t)$  到达第  $i$  个阵元的幅度衰减和时间延迟,  $n_i(t)$  为第  $i$  个阵元的输出噪声.  $f_k$  为信号  $s_k(t)$  的频率. 上式可以表示为矩阵形式,即

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) = \sum_{k=1}^N \mathbf{a}_k s_k(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

其中

$\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_N(t)]^T$ ,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), \dots, x_M(t)]^T$ ,  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$ ,  $n_i(t)$  是均值为零,方差为  $\sigma^2$  的复高斯白噪声,且每个阵元的输出噪声是不相关的,即  $E[n_i(t)n_j(t)] = 0, i \neq j$ ;混合矩阵  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_N] \in C^{M \times N}$ ,其中  $\mathbf{a}_{ik} = b_{ik}e^{-j2\pi f_k \tau_{ik}}$ . 欠定盲辨识就是在未知衰减  $b_{ik}$ 、时延  $\tau_{ik}$  及源信号  $\mathbf{s}(t)$  的情况下从信号  $\mathbf{x}(t)$  中估计出混合矩阵  $\mathbf{A}$ .

## 3 空间时频分布(STFD)及自源时频点选择

信号  $x_i(t)$  的 Cohen 类离散时频分布可以表示为

$$D_{x_i x_i}(t, f) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \phi(k, l) x_i(t+k+l) x_i^*(t+k-l) e^{-j4\pi fl} \quad (3)$$

信号  $x_i(t)$  与  $x_j(t)$  的互时频分布可以表示为

$$D_{x_i x_j}(t, f) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \phi(k, l) x_i(t+k+l) x_j^*(t+k-l) e^{-j4\pi fl} \quad (4)$$

其中  $\phi(k, l)$  为核函数,则信号  $x(t)$  的空间时频分布(Spatial Time-Frequency Distributions, STFD)可以表示为

$$\mathbf{D}_{xx}(t, f) = \mathbf{A} \mathbf{D}_{ss}(t, f) \mathbf{A}^H \quad (5)$$

其中,  $\mathbf{D}_{xx}(t, f) \in C^{M \times M}$ ,  $[\mathbf{D}_{xx}(t, f)]_{ij} = D_{x_i x_j}(t, f)$ ,  $\mathbf{D}_{ss}(t, f) \in C^{R \times R}$ ,  $[\mathbf{D}_{ss}(t, f)]_{ij} = D_{s_i s_j}(t, f)$ , 符号  $(\cdot)^H$  表示共轭转置.

令  $\Omega$  为观测信号  $\mathbf{x}(t)$  的时频支撑域,即

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{xx}(t, f) &\neq \mathbf{0}, (t, f) \in \Omega \\ \mathbf{D}_{xx}(t, f) &= \mathbf{0}, (t, f) \notin \Omega \end{aligned} \quad (6)$$

由于高斯白噪声的能量分布在整个时频支撑域上,而源信号的能量仅分布在特定的时频支撑域上,因此可以通过式(7)来选择信号能量足够大的时频点  $(t, f) \in \Omega$ ,从而降低了噪声的影响.

$$\text{如果 } \frac{\|\mathbf{D}_{xx}(t, f)\|_F}{\max_f \|\mathbf{D}_{xx}(t, f)\|_F} > \varepsilon_1, (t, f) \in \Omega \quad (7)$$

其中  $\|\cdot\|_F$  为 F 范数,  $\varepsilon_1$  为门限值(一般取 0.05). 由于信号  $x_i(t)$  ( $1 \leq i \leq M$ ) 是  $N$  个源信号  $s_i(t)$  ( $1 \leq i \leq N$ ) 的线性组合,则  $x_i(t)$  的非线性时频分布中除了每个源信号的时频分布(自项),还有不同源信号之间相互交叉产生的虚假信号(交叉项),把只含有自项的时频点称为自源点(auto-source point),只含有交叉项的时频点称为互源点(cross-source point).

令信号  $\mathbf{x}(t)$  的所有自源时频点的集合为  $\Omega_s$ ,则可以通过式(8)找出信号时频分布的自源时频点<sup>[20]</sup>,即

$$\text{如果 } \frac{\text{trace}(\tilde{\mathbf{D}}_{xx}(t, f))}{\|\mathbf{D}_{xx}(t, f)\|_F} > \varepsilon_2, (t, f) \in \Omega_s \quad (8)$$

其中  $\tilde{\mathbf{D}}_{xx} = \mathbf{W} \mathbf{D}_{xx}(t, f) \mathbf{W}^H$ ,  $\text{trace}(\cdot)$  表示矩阵的迹,  $\mathbf{W} = \mathbf{A}^{-1/2} \mathbf{U}^H$  为白化矩阵,  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{U}$  分别为协方差矩阵  $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H]$  的特征值矩阵和特征向量矩阵,  $\varepsilon_2$  为门限值(一般可以取 0.85). 该方法对于采用不同的核函数的时频分布均有效.

通过式(7)、(8)就可以得到信号  $\mathbf{x}(t)$  的空间时频分布的所有自源点的集合  $\Omega_s$ ,则对任意时频点  $(t^*, f^*) \in \Omega_s$  有

$$\mathbf{D}_{xx}(t^*, f^*) = \mathbf{A} \mathbf{D}_{ss}(t^*, f^*) \mathbf{A}^H = \bar{\mathbf{A}} \mathbf{D}_{ss}(t^*, f^*) \mathbf{A}^H \quad (9)$$

其中,  $\bar{D}_{ss}(t^*, f^*)$  为对角矩阵, 且

$$\bar{D}_{ss}(t^*, f^*) = \text{diag}[D_{s_1 s_1}(t^*, f^*), \dots, D_{s_N s_N}(t^*, f^*)].$$

#### 4 基于时频分布的欠定混合矩阵盲辨识

首先把  $L$  个自源时频点对应的时频分布矩阵  $D_{xx}(t^*, f^*) \in M \times M$  表示成矩阵  $C = (A \odot A^*) \cdot D^T \in M^2 \times L$ , 然后通过联合对角化和特征值分解估计出混合矩阵  $A$ . 为了能够完成欠定混合矩阵的盲辨识, 假设混合矩阵  $A$  和源信号满足以下假设条件:

**假设 1** 混合矩阵  $A \in C^{M \times N}$  的任何  $M \times M$  子矩阵是非奇异的<sup>[3]</sup>;

**假设 2** 对于任意源信号  $s_i(t)$  ( $1 \leq i \leq N$ ), 存在只含有自源项(auto-term)的时频点  $(t^*, f^*)$ .

由式(9)可知, 对于任意自源时频点  $(t^*, f^*) \in \Omega_s$ , 接收信号  $x(t)$  的空间时频分布矩阵可以表示为

$$D_{xx}(t^*, f^*) = A \bar{D}_{ss}(t^*, f^*) A^H \quad (10)$$

令集合  $\Omega_s$  中包含  $L$  个自源时频点, 即  $\Omega_s = \{(t^*, f^*)_k | 1 \leq k \leq L\}$ , 对应的  $L$  个时频分布矩阵为  $\{D_{xx}(t^*, f^*)_k | 1 \leq k \leq L\}$ , 即

$$\begin{aligned} D_{xx}(t^*, f^*)_1 &= A \bar{D}_{ss}(t^*, f^*)_1 A^H \\ &\vdots \\ D_{xx}(t^*, f^*)_L &= A \bar{D}_{ss}(t^*, f^*)_L A^H \end{aligned} \quad (11)$$

定义张量  $D \in C^{M \times M \times L}$  和矩阵  $D \in C^{L \times R}$ , 其中  $D$  的第  $(i, j, k)$  个元素  $d_{ijk} = [D_{xx}(t^*, f^*)_k]_{ij}$  ( $1 \leq i, j \leq M, 1 \leq k \leq L$ ),  $D$  的第  $(k, r)$  个元素  $d_{kr} = [\bar{D}_{ss}(t^*, f^*)_k]_{rr} = D_{s_r s_r}(t^*, f^*)_k$ . 则式(11)可以表示为

$$D = \sum_{r=1}^R a_r \circ a_r^* \circ d_r \quad (12)$$

其中,  $t_{ijk} = \sum_{r=1}^R a_{ir} a_{jr}^* d_{kr}$ ,  $a_r, a_r^*, d_r$  分别为矩阵  $A, A^*$  和  $D$  的第  $r$  个列矢量,  $a_{ir}, a_{jr}^*$  分别为矩阵  $A, A^*$  的第  $(i, r), (j, r)$  个元素, 符号“ $\circ$ ”表示向量的外积,  $(\cdot)^*$  表示共轭.

定义矩阵  $C \in C^{M^2 \times L}$ , 其中  $c_{(i-1)M+j, k} = d_{ijk}$ , 则由文献[21]可知, 式(12)可以表示成矩阵乘积的形式, 即

$$C = (A \odot A^*) \cdot D^T \quad (13)$$

其中,  $A \odot A^* = [a_1 \otimes a_1^*, \dots, a_N \otimes a_N^*] \in C^{M^2 \times R}$ , 符号  $\odot$  表示 Khatri-Rao 乘积,  $\otimes$  表示 Kronecker 乘积.

对矩阵  $C$  进行奇异值分解可得

$$C = U \Lambda V^H \quad (14)$$

其中,  $U \in C^{M^2 \times N}$  为左奇异矩阵,  $V \in C^{L \times N}$  为右奇异矩阵,  $\Lambda \in R^{N \times N}$  为对角矩阵, 把式(13)代入式(14)可得

$$A \odot A^* = U \Lambda V^H (D^T)^{-1} \quad (15)$$

令  $F = V^H (D^T)^{-1} \in C^{N \times N}$ , 则式(15)可以简化为

$$A \odot A^* = U \Lambda F \quad (16)$$

令  $\tilde{A} = A \odot A^*$ , 则  $\tilde{A}$  的第  $i$  个列矢量  $\tilde{a}_i = a_i \otimes a_i^* \in C^{M^2 \times 1}$ , 把列矢量  $\tilde{a}_i$  表示成  $M \times M$  的矩阵  $\tilde{A}_i = [a_{1i} a_i^*, \dots, a_{Mi} a_i^*]$ , 由于  $\tilde{A}_i$  的任意两个列矢量是线性相关的, 则  $\text{rank}(\tilde{A}_i) = 1$ , 且最大特征值对应的特征向量为  $a_i^*$  的估计 (与  $a_i^*$  相差一个复系数). 因此, 只需要估计出矩阵  $F$  就可以完成混合矩阵  $A$  的估计.

为了估计矩阵  $F$ , 定义映射<sup>[21]</sup>  $\Phi: (X, Y) \in C^{M \times M} \times C^{M \times M} \mapsto \Phi(X, Y) = P \in C^{M \times M \times M \times M}$ , 其中  $p_{ijkl} = x_{ij} y_{kl} + y_{ij} x_{kl} - x_{il} y_{kj} - y_{il} x_{kj}$ , 如果  $\Phi(X, X) = 0$ , 则  $\text{rank}(X) \leq 1$ .  $\text{rank}(\cdot)$  表示矩阵的秩.

令  $H = U \Lambda$ ,  $H_r = \text{unvec}(h_r)$ , 其中  $h_k$  为矩阵  $H$  的第  $k$  个列矢量,  $\text{unvec}(\cdot)$  表示把矢量写成矩阵形式, 即  $(H_k)_{ij} = (h_k)_{(i-1)M+j}$ , 则  $H_k$  可以表示为

$$H_k = \sum_{i=1}^N (a_i a_i^H) (F^{-1})_{ik} \quad (17)$$

定义张量  $P_{st}$  为

$$P_{st} = \Phi(H_s, H_t) = \sum_{i,j=1}^N (F^{-1})_{is} (F^{-1})_{jt} \Phi(a_i a_i^H, a_j a_j^H) \quad (18)$$

由于混合矩阵  $A$  的任何  $M \times M$  子矩阵是非奇异, 则张量  $\Phi(a_i a_i^H, a_j a_j^H)$  ( $1 \leq i < j \leq N$ ) 是线性不相关的. 由文献[21]可知, 如果张量  $\Phi(a_i a_i^H, a_j a_j^H)$  是线性无关的, 那么存在  $N$  个线性不相关的对称矩阵  $\{M_i | 1 \leq i \leq N\}$ , 使

$$\sum_{s,t=1}^N (M_i)_{st} P_{st} = 0 \quad (19)$$

并且矩阵  $\{M_i | 1 \leq i \leq N\}$  能够被非正交矩阵  $F$  联合对角化矩阵, 即

$$\begin{aligned} M_1 &= F \Lambda_1 F^T \\ &\vdots \\ M_N &= F \Lambda_N F^T \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $\Lambda_1, \dots, \Lambda_N \in R^{N \times N}$  为对角矩阵. 因此, 通过式(19)可以求出矩阵集合  $\{M_i | 1 \leq i \leq N\}$ , 再进行联合对角化就可以估计出矩阵  $F$ .

对于式(19)文献[18]提出了基于奇异值分解的求解方法, 根据式(21)构造矩阵  $\tilde{P} \in C^{M^4 \times N(N+1)/2}$ , 即

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= (\text{vec}(P_{11}), \dots, \text{vec}(P_{1N}), \text{vec}(P_{22}), \dots, \\ &\quad \text{vec}(P_{2N}), \dots, \text{vec}(P_{(N-1)N})) \end{aligned} \quad (21)$$

其中, 符号  $\text{vec}(P)$  表示把张量  $P$  表示成向量形式, 若  $h = \text{vec}(P)$ , 则  $h_{(i-1)M^3 + (j-1)M^2 + (k-1)M + l} = p_{ijkl}$ . 对矩阵  $\tilde{P}$  进行奇异值分解, 得到  $N$  个等于零的奇异值对应的右奇异向量  $v_1, \dots, v_N$ , 把矢量  $v_i$  表示成上三角矩阵  $\tilde{M}_i$ , 则  $M$  个线性无关矩阵为  $\{M_i = \tilde{M}_i + \tilde{M}_i^T | 1 \leq i \leq N\}$ .

对矩阵集合  $M_i | 1 \leq i \leq N$  进行非正交联合对角化

就可以估计出矩阵  $\mathbf{F}$ , 联合近似对角化就是使下式代价函数最小

$$C_{LS}(\mathbf{F}, \mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_N) = \sum_{k=1}^N \|\mathbf{M}_k - \mathbf{F}\mathbf{A}_k\mathbf{F}^T\|_F^2 \quad (22)$$

其中,  $\mathbf{A}_k (1 \leq k \leq N)$  为对角矩阵, 通过 AC-DC 联合对角化算法<sup>[22]</sup>就可以估计出矩阵  $\mathbf{F}$ , 进而估计出矩阵  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \odot \mathbf{A}^* = \mathbf{H}\mathbf{F}$ , 再对矩阵  $\tilde{\mathbf{A}}_i$  进行特征值分解, 则最大特征值对应的特征向量就是矢量  $\mathbf{a}_i^*$  的估计。

## 5 算法步骤

(1) 根据式(3)、(4)计算出信号  $\mathbf{x}(t)$  的时频分布矩阵  $\mathbf{D}_{xx}(t, f)$ , 再根据式(7)、(8)找出自源时频点的集合  $\Omega_s$ ;

(2) 把  $L$  个自源时频点对应的空间时频分布矩阵  $\mathbf{D}_{xx}(t^*, f^*) \in M \times M$  表示成矩阵  $\mathbf{C} = (\mathbf{A} \odot \mathbf{A}^*) \cdot \mathbf{D}^T \in M^2 \times L$ ;

(3) 对矩阵  $\mathbf{C}$  进行奇异值分解, 得  $\mathbf{A} \odot \mathbf{A}^* = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{F}$ ;

(4) 根据式(21)构造矩阵  $\mathbf{P}$  并通过 SVD 估计出矩阵集合  $\{\mathbf{M}_i | 1 \leq i \leq N\}$ ;

(5) 利用 AC-DC 联合对角化算法<sup>[21]</sup>估计出矩阵  $\mathbf{F}$ , 进而估计出矩阵  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \odot \mathbf{A}^*$ ;

(6) 把矩阵  $\tilde{\mathbf{A}}$  的列矢量  $\tilde{\mathbf{a}}_i$  表示成矩阵  $\tilde{\mathbf{A}}_i$  并进行特征值分解, 则最大特征值对应的特征向量为矢量  $\mathbf{a}_i^*$  的估计 ( $\mathbf{a}_i^*$  为  $\mathbf{a}_i$  的共轭)。

## 6 仿真实验与分析

为了评估混合矩阵的估计性能, 用估计误差  $E_A$  来衡量混合矩阵  $\mathbf{A}$  的估计精度<sup>[14]</sup>,  $E_A$  定义如下:

$$E_A = 10 \log \left( \frac{1}{N} \|\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}\|_F \right) \quad (23)$$

其中,  $N$  为源信号的数目,  $\hat{\mathbf{A}}$  为混合矩阵  $\mathbf{A}$  的估计,  $\mathbf{A}$  的列矢量  $\mathbf{a}_i$  是归一化的, 如果  $\hat{\mathbf{a}}_i$  与  $\mathbf{a}_i$  相差复数尺度因子  $c$ , 先计算尺度因子  $c = [\mathbf{a}_i^H, \hat{\mathbf{a}}_i]$ , 使  $\hat{\mathbf{a}}_i$  与  $\mathbf{a}_i$  有相同的尺度,  $\|\mathbf{A}\|_F$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的 Frobenius 范数.  $E_A$  越小表明混合矩阵  $\mathbf{A}$  的估计精度越高. 下面通过仿真实验来验证本文提出的基于时频分布的欠定盲辨识算法 (TFDBIUM) 的有效性。

源信号为 4 个 LFM 信号, 接收天线为阵元数目为 3, 半径为 1/2 波长的均匀圆阵, 中频信号的起始频率分别为 0.1kHz, 1.25kHz, 2.4kHz, 0.7kHz, 调制斜率分别为 18MHz/s, -16MHz/s, -16MHz/s, 18MHz/s, 信号入射方位角分别为  $3\pi/10$ ,  $3\pi/10$ ,  $2\pi/5$  和 0, 俯仰角分别为  $7\pi/10$ ,  $9\pi/10$ ,  $3\pi/5$  和  $4\pi/5$ , 则此时对应的混合矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.47 - 0.89j & -0.19 - 0.98j & 0.96 - 0.29j & -0.82 - 0.56j \\ -0.27 + 0.96j & 0.2 + 0.98j & 0.58 + 0.81j & -0.97 + 0.27j \\ 0.73 - 0.68j & 0.92 + 0.37j & 0.79 - 0.6j & 0.94 - 0.32j \end{bmatrix}$$

采样频率为 5kSample/s, 采样点数分别为 64、128、256, 信噪比变化范围为 -5 ~ 30dB, 在不同信噪比和样点数的条件下分别进行 500 次 MonteCarlo 仿真. 仿真中时频分布采用伪 Wigner-Ville 分布。

图 1 为样点数为 256 时, 基于时频分布的混合矩阵欠定盲辨识算法 (TFDBIUM)、基于四阶累积量的欠定盲辨识算法 (FOBIUM)<sup>[17]</sup>、基于二阶统计量的欠定盲辨识算法 (SOBIUM)<sup>[18]</sup> 在不同信噪比条件下的估计性能. 由于本文算法已经通过式(7)降低了噪声的影响, 从图中可以看出本文算法估计误差小且信噪比适应能力强, 在相同信噪比条件下估计误差  $E_A$  比其他两种算法小 3dB。

图 2 为信噪比为 10dB, 信号采样点数分别为 64、128、256、512 时三种算法的估计性能, 从图中可以看出三种算法的估计性能都随着样本点数的增加而提高, 在不同样点数的条件下本文提出的 TFDBIUM 算法性能均优于其他 FOBIUM 算法和 SOBIUM 算法。

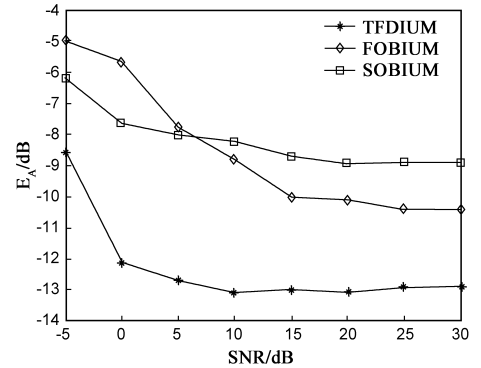


图1 不同信噪比条件下的混合矩阵估计性能

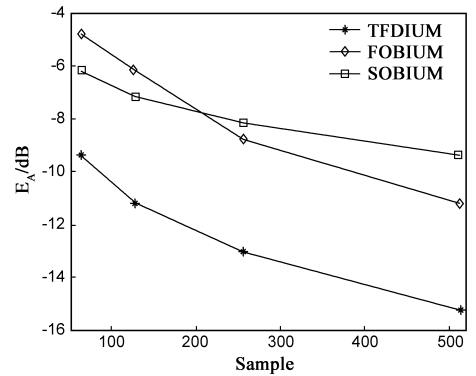


图2 不同样点条件下的混合矩阵估计性能

## 7 结束语

针对欠定混合矩阵的盲辨识问题, 提出了一种基于时频分布的盲估计算法, 该方法不需要假设源信号是稀疏的或独立的, 此外通过检测能量足够大的时频自源点能降低噪声对算法的影响. 仿真结果表明本文提出的基于时频分布的欠定盲辨识算法 (TFDBIUM) 估计精度比基于四阶累积量和二阶统计量的算法高大约 3dB。

## 参考文献

- [1] P Bofill, M Zibulevsky. Underdetermined blind source separation using sparse representations[J]. *Signal Process*, 2001, 81(11): 2353 – 2362.
- [2] P Bofill. Underdetermined blind separation of delayed sound-sources in the frequency domain[J]. *Neurocomputing*, 2003, 55: 627 – 641.
- [3] P Georgiev, F Theis, et al. Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2005, 16(4): 992 – 996.
- [4] 付宁, 乔立岩, 等. 基于改进 K-means 聚类 and 霍夫变换的稀疏源混合矩阵盲估计算法[J]. *电子学报*, 2009, 37(4): 92 – 96.  
FU Ning, Qiao Li-yan, et al. Blind recovery of mixing matrix with sparse sources based on improved K-means clustering and hough transform[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(4): 92 – 96. (in Chinese)
- [5] M Aharon, M Elad, A Bruckstein. K-SVD: an algorithm for designing overcomplete dictionaries for sparse representation[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4311 – 4322.
- [6] Z S He, A Cichocki. K-hyperline clustering learning for sparse component analysis[J]. *Signal Processing*, 2009, 89(6): 1011 – 1022.
- [7] A Jourjine, S Rickard, et al. Blind separation of disjoint orthogonal signals: demixing N sources from 2 mixtures[A]. *Processing of International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*[C]. Turkey: IEEE Press, 2000. 2985 – 2988.
- [8] O Yilmaz, S Rickard. Blind separation of speech mixtures via time-frequency masking[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2004, 52(7): 1830 – 1847.
- [9] F Abrard, Y Deville. A time-frequency blind signal separation method applicable to underdetermined mixtures of dependent sources[J]. *Signal Processing*, 2005, 85: 1389 – 1403.
- [10] M Puigt, Y Deville. Time-frequency ratio-based blind separation methods for attenuated and time-delayed sources[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2005, 19(6): 1348 – 1379.
- [11] Y Q Li, S-I Amari, A Cichocki. Underdetermined blind source separation based on sparse representation[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2006, 54(2): 423 – 437.
- [12] A Aissa-El-Bey, N Linh-Trung, et al. Underdetermined blind separation of nondisjoint sources in the time-frequency domain[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2007, 55(3): 897 – 907.
- [13] 肖明, 谢胜利, 等. 基于频域单源区间的具有延迟的欠定盲分离[J]. *电子学报*, 2007, 35(12): 2279 – 2283.  
XIAO Ming, XIE Sheng-li, et al. Underdetermined blind delayed source separation based on single source intervals in frequency domain[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(12): 2279 – 2283. (in Chinese)
- [14] S G Kim, Chang D Yoo. Underdetermined blind source separation based on subspace representation[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2009, 57(7): 2604 – 2614.
- [15] P Comon. Blind identification and source separation in  $2 \times 3$  underdetermined mixtures[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2004, 52(1): 11 – 22.
- [16] A Ferréol, L Albera, P Chevalier. Fourth-order blind identification of underdetermined mixtures of sources[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2005, 53(5): 1640 – 1653.
- [17] L D Lathauwer, J Castaing, J-F Cardoso. Four-Order cumulant-based blind identification of underdetermined mixtures[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2007, 55(6): 2965 – 2973.
- [18] L D Lathauwer, J Castaing. Blind identification of underdetermined mixtures by simultaneous matrix diagonalization[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2008, 56(3): 1096 – 1105.
- [19] A Karfoul, L Albera, G Birot. Blind underdetermined mixture identification by joint canonical decomposition of HO cumulants[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2010, 58(2): 638 – 649.
- [20] N Lin-Trung, A Belouchrani, et al. Separating more sources than sensors using time-frequency distributions[J]. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2005, 17: 2828 – 2847.
- [21] L D Lathauwer. A link between the canonical decomposition in multilinear algebra and simultaneous matrix diagonalization[J]. *SIAM J Matrix Anal Appl*, 2006, 28(3): 642 – 666.
- [22] A Yeredor. Non-orthogonal joint diagonalization in the least-squares sense with application in blind source separation[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2002, 50(7): 1545 – 1553.

## 作者简介



陆凤波 男, 1982 年 6 月出生于江苏盐城, 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院在读博士研究生, 研究方向为通信信号侦察处理、综合电子战技术。

E-mail: lufengbo2001@163.com

黄知涛 男, 1976 年 9 月出生于湖北荆州, 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院教授、硕士生导师, 出版专著 2 部, 在 IEEE、IEE 等国内外期刊发表论文 80 余篇, 主要研究方向为航天侦察信息处理、雷达/通信信号处理、综合电子战技术等。E-mail: taldden@yahoo.com.cn

彭耿 男, 1980 年出生于湖南岳阳, 现为海军装备研究院工程师, 研究方向为通信侦察、空间信息对抗和电子战仿真等。

姜文利 男, 1967 年出生于山东烟台, 现为国防科学技术大学电子科学与工程学院教授、博士生导师, 研究方向为综合电子战技术、无源定位和空间信息处理等。