

基于磁偶极子模型的目标定位和参数估计

唐劲飞, 龚沈光, 王金根

(海军工程大学兵器工程系, 湖北武汉 430033)

摘 要: 在分析了目标的磁偶极子模型之后, 指出该模型是两个函数的组合, 目标参数包含在两个函数的参数里。提出了函数组合法, 能够将这两个函数分离, 求出目标的位置及磁矩。进行了仿真计算。文章进一步分析了函数组合法的实质, 因而可将它扩展到解一类定位和参数估计问题。

关键词: 磁偶极子; 定位; 函数组合法; 非线性最小二乘法

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 04-0614-03

Target Positioning and Parameter Estimation Based on Magnetic Dipole Model

TANG Jin-fei, GONG Shen-guang, WANG Jin-gen

(Dept. of Weaponry Eng., Naval Univ. of Engineering, Wuhan, Hubei 430033, China)

Abstract: After analyzing the dipole model of target, this paper points out that the magnetic dipole signal is a combination of two kinds of functions, and the target parameter is contained in the parameter of these functions. It develops the function construction method for breaking the combination of functions into independent parts, thus determines the target location and magnetic moment in a step by step way. Finally simulations results are presented. The paper goes on to explain the mathematical essence of the method of combined functions, thus the method can be further applied to a broader class of problems.

Key words: magnetic dipole; positioning; function construction method; the non-linear least square method

1 引言

航空磁探测的目的是用搭载于飞行器上的磁探仪接收目标的磁场信号, 通过对接收的磁场信号进行处理, 解算出目标的位置、磁矩、和飞行器的距离等参数的一种技术。磁探仪接收的目标信号是飞行器速度、方向的函数, 还是目标物理、几何特性的函数。由于目标参数多, 取值连续, 参数对信号的调制复杂, 使一般的匹配滤波器法^[3]和非线性最小二乘法效率较低。本文将目标的远场等效为磁偶极子场, 采用一种新方法求解目标参数, 该方法可以较好地解决问题。

2 飞行器接收到的磁偶极子磁场信号分析

为了减少问题的复杂性, 假设飞行器直线平飞, 它在经过目标上空时, 磁偶极子是静止的。

磁偶极子的磁场可以表示为^[1,2]:

$$H = [3(m \cdot r)r - r^2 m] / (4r^5) \quad (1)$$

式中: m 为目标的磁矩矢量, $r = xi + yj + zk$ 为由目标指向磁探仪的位置矢量, $r = |r|$ 。

在航空磁探测问题中, 考虑到目标线度远小于飞机和目标的距离, 因而将目标远场磁信号近似为磁偶极子远场。设飞机直线平飞, 它在经过目标上空时, 目标静止。飞机-目标系统

示意图如图1。y轴方向为飞机飞行方向, 垂直向上为z轴, 飞机上时刻为0时飞机的位置在包含y轴的水平面的投影为xy平面的原点, 若飞机在0时刻正好在飞机航迹与目标最短距离点上, 则目标在x轴上。飞机的飞行高度为 z_0 , 速度为 v , x轴坐标为 x_1 。从示意图中可以看出, 飞机到目标的最短距离为 $\sqrt{x_0^2 + z_0^2}$, 设为 r_0 。将上述表达式代入磁偶极子磁场公式, 经过化简可得:

$$H_t = (c_{t0} + c_{t1}t + c_{t2}t^2) / (v^2 t^2 + r_0^2)^{5/2} \quad (2)$$

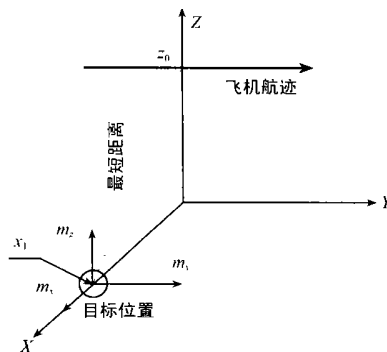


图1 目标-飞行器系统示意图

以上论述是在目标坐标系中进行的,实际工作时要转换到飞行器坐标系。初始时刻飞行器和目标最短距离点之间有一个距离,飞机飞过该距离需时间 t_0 。由式(1)和以上论述,三轴磁场信号均可以表示为:

$$H_i = (c_{i0} + c_{i1}(t - t_0) + c_{i2}(t - t_0)^2)(p(t - t_0)^2 + 1)^{-5/2} \quad (3)$$

式中: $p = v^2/r_0^2$, $i = x, y, z$, $j = 0, 1, 2$, c_{ij} 为由飞机三轴磁矩和位置决定的常数。

式(3)即为建立的模型,它将 6 个目标参数(位置、磁矩)变换为 11 个信号参数(p, t_0, c_{ij})。信号处理的目的是求出信号参数 p, t_0, c_{ij} ,再得到目标的位置和磁矩。

3 函数组合法求解参数

由前述可知,每个方向的磁场可以分成两部分,一部分是 $(t - t_0)$ 的二次多项式;另一部分是 $(p(t - t_0)^2 + 1)^{-5/2}$ 。这两个函数的乘积是比较复杂的函数。如果可以对这三个方向的磁场进行处理,将两个部分分开,将极大地简化问题。

定理 设三个连续函数 $f(x), g(x), h(x), x \in [a, b]$, 若存在 $t_1, t_2 \in [a, b]$, 使 $f(t_1)g(t_2) - f(t_2)g(t_1) = 0$, 则可以找到两个常数 k_1, k_2 , 使函数 $k_1f(x) + k_2g(x) + h(x)$ 在 t_1, t_2 产生两个零点。 k_1, k_2 是方程

$$\begin{bmatrix} f(t_1) & g(t_1) \\ f(t_2) & g(t_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} h(t_1) \\ h(t_2) \end{bmatrix}$$

的解。

上面定理的证明是非常简单的,这里略去。三个函数的线性组合和模型函数的形式一样,第一部分仍是二次函数,它的零点就是线性组合后的函数的零点,也是合成二次方程的根。二次方程的根确定后,该函数的形式,除了一个比例系数外,就完全确定。用三个方向磁场合成的函数除以产生的二次函数,可得:

$$R(t) = (k_1 c_{x2} + k_2 c_{y2} + c_{z2})(p(t - t_0)^2 + 1)^{-5/2}$$

$R(t)$ 处理起来将比原来的磁场函数处理起来容易得多。

得到 $R(t)$ 后,在其中选择一段用最小二乘拟合进行 p 和 t_0 的估计。求出 p, t_0 后,可得模型函数的第二部分 $(p(t - t_0)^2 + 1)^{-5/2}$ 。将三个方向磁场函数和它相除,得到三个二次函数。采用和以上相同的最小二乘二次拟合法,可以求出每个二次函数的三个系数 $c_{i0}, c_{i1}, c_{i2} (i = x, y, z)$ 。到这里已经求出了 c_{ij}, p, t_0 共 11 个信号参数,这 11 个信号参数是目标位置(3 参数)、磁矩(3 参数)的函数。因此可列出 6 个未知数、11 个方程的方程组,据此求出这 6 个参数。

4 仿真计算

仿真中采用已知的目标模型磁矩数据对磁场进行了模拟。实验参数为: $m_x = 1489854.99 \text{ Am}^2$, $m_y = -46409.58 \text{ Am}^2$, $m_z = 421618.15 \text{ Am}^2$, $z_0 = 300 \text{ m}$, $v = 100 \text{ m/s}$, $x_0 = -5.547 \text{ m}$, $y_0 = 70.49 \text{ m}$, $t_0 = 20 \text{ s}$ 。实验产生了距离 t_0 为 $\pm 20 \text{ s}$ 的数据,磁场强度如图 2。取 12s 到 18s 之间的数据,在 14s 和 16.6s 产生零点。算得的 $k_1 = 0.4205$, $k_2 = -3.137$ 。合成磁场函数如图 3(a) 所示,它产生了预定的零点。合成的磁场函数除合成二次函数如

图 3(b) 所示。在图 3(b) 中选择一段估计,求得 $t_0 = 19.7 \text{ s}$, $r_0 = 320.5 \text{ m}$ 。结果和原始参数符合较好。

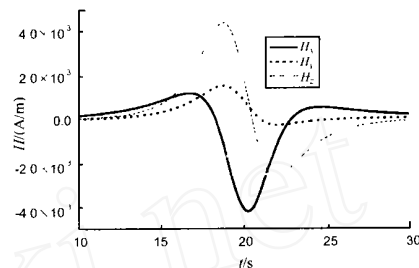


图 2 三个方向的磁场强度

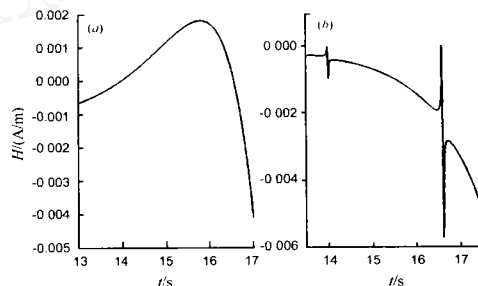


图 3 (a) 合成磁场函数图像; (b) 合成磁场除合成二次函数的图像

5 本文方法的数学实质及推广

本文数学模型可推广为:多个传感器,接收同一“类”的信号,接收的信号均可以分为两个函数的乘积。第一函数的未知参数随传感器的不同而不同,但参数对加法保持线性;第二函数对所有的传感器相同,且考察时间内函数值不为 0。信号处理的目的是求出这些未知参数。本文的方法推广后就可以解这类问题。在矢量场的问题中,不乏这类问题的例子,如电偶极子。在论述中,大写的函数为模型函数,相应的小写函数为该模型函数的实验数据。令

$$Y_i(t) = A(k_i, t) B(p, t)$$

式中 Y_i 表示对应于不同传感器的不同的模型函数。 k_i 为不同的模型函数对应的待估参数向量, p 也是待估计的参数。

这类问题要可解必须满足前面所说的三个条件。若这三个条件后都满足,构造新函数:

$$G(t) = \frac{k_i Y_i(t)}{B(p, t)} = A(k_i, t) = \frac{k_i Y_i(t)}{B(p, t)}$$

分别令 $G(t_j)$ 和 $g(t_j) (j = 1, 2, \dots, n)$ 为零,可得:

由 $G(t_j) = 0 \Rightarrow A(k_i, t_j) = 0$ 。这是一个关于 k_i 的一个方程组,若 $m = n$,即点数(j)和待估计参数的数目相等,那么可以求出 k_i 。求出 k_i 后,可以产生 $A(k_i, t)$ 和 $a(k_i, t)$ 。这一步根据第一部分函数的零点构造一个合成的第一部分函数,相当于本文中产生二次函数的过程。

$$\text{由 } g(t_j) = 0 \Rightarrow \frac{k_i Y_i(t_j)}{B(p, t_j)} = 0$$

这是一个关于 k_i 的方程组,当实验曲线的条数和每条曲

线待估计参数相等时,解为任意常数与一固定向量的积.这一步在本文中相当于产生合成磁场的过程.

在求出了 k_i 和 k 后,可得:

$$B(p, t) = \frac{G(t)}{A(k, t)} \Rightarrow b(p, t) = \frac{k_i y_i(t)}{a(k, t)}$$

对 $b(p, t)$ 进行参数估计可得参数 p 的估计值,然后将 p 回代又可估计出 i . 到此问题得到解决.

6 讨论和总结

函数组合法的优点是计算量小,速度快;在当每个方向磁场函数的二次函数没有零点时,照样可以求解方程;而且只要磁探仪的精度和计算机的计算能力足够,可以在和目标“相遇”之前就可以求解出磁偶极子的参数,因而它的实时性比较好,这对某些应用是至关重要的.

由本文定理可知,本文方法不能解决的问题是三个方向磁场中的任意一个没有零点,且磁场二次函数中系数成比例的情况.这种情况只能由非线性最小二乘法解决^[4],它的经典方法是 Gauss-Newton 法.由于磁偶极子模型函数特殊,不能保证任意初值迭代都成功,可能搜索到一个局部最小点上.它的缺陷是对迭代初值敏感,计算量大.

本文的函数组合法有几个方面需要改进.一是该方法实际是点估计法,因此该方法对点误差比较敏感.二是本方法是顺序求解的,先求解几个关键参数(p, t_0)再求解其它参数,因此前面几个参数的求解误差将影响后面参数的求解.减小对点误差的敏感性和研究噪声干扰下的修正算法,是下一步的工作.

参考文献:

- [1] 叶平贤,龚沈光.舰船物理场[M].北京:兵器工业出版社,1992.
- [2] 谢处方,饶克谨.电磁场与电磁波[M].北京:人民教育出版社,1979.
- [3] Warren A. Detection of moving magnetic dipoles by 3-D matched filter techniques [R]. PB96-173364.
- [4] 现代工程数学手册编委会.现代工程数学手册[M].湖北:华中工学院出版社,1986.

作者简介:



唐劲飞 男,1973年7月生于安徽省巢湖市,现为海军工程大学在读博士生,研究兴趣为主/被动目标识别,数字调制与编码技术,自适应信号处理.



龚沈光 男,1939年7月出生于上海市,1962年毕业于哈军工,现任海军工程大学教授,博士生导师,出版专著2部,获国家科技进步奖、军队科技进步奖、全国科学大会奖等各项奖共14项,主要研究领域为:舰船物理场,非触发引信,现代信号处理等.