

雷达低角跟踪环境下的最大似然波达方向估计方法

赵永波, 张守宏

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室, 陕西西安 710071)

摘 要: 在时空级联最大似然算法的基础上, 本文结合雷达低角跟踪的特点, 提出一种新的目标仰角估计算法。该算法利用事先得到的目标距离信息和天线高度信息来得到目标直达波信号和多径信号之间的仰角关系, 然后再对时空级联最大似然算法的似然函数进行一维搜索。与时空级联最大似然算法相比, 新算法不仅运算量大大下降, 而且还具有较好的性能。理论分析和计算机仿真结果都证实了新算法的优越性。

关键词: 最大似然估计; 波达方向; 低角跟踪

中图分类号: TN957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2004) 09-1520-04

Maximum Likelihood DOA Estimation in Radar Low Angle Tracking Environment

ZHAO Yongbo, ZHANG Shouhong

(National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: Based on the temporal-spatial sequential Maximum Likelihood (ML) algorithm, a new algorithm for estimating the elevation angle of a target in radar low angle tracking environment is presented. According to the range of the target and the height of the antenna, the new algorithm first gets the relation of the direct and specular signals in elevation. Then a one-dimensional search are done on the likelihood function. Compared to the temporal-spatial sequential ML algorithm, the new algorithm not only has a low computation complexity, but also has a good performance. The theoretical analysis and computer simulation results demonstrate the merits of the new algorithm.

Key words: maximum likelihood estimation; direction of arrival; low angle tracking

1 引言

低角跟踪是目前雷达技术面临的重要难题之一^[1~4]。造成雷达低角跟踪困难的主要原因是与目标直达波相干的地(海)面反射的多径信号的存在。在过去的几十年中人们对这个问题的进行了大量的研究, 并提出了若干改进方法, 但实际上雷达的低角跟踪性能并未从根本上得到改善。其实, 雷达低角跟踪问题得以解决的根本措施是提高雷达的仰角分辨率, 因此人们又把重点放在了利用阵列超分辨技术来解决雷达低角跟踪的问题上。众所周知, 阵列超分辨技术以 MUSIC 算法^[5]和最大似然算法^[6]最为代表, 但 MUSIC 算法的最大缺陷是不能直接处理相干信号源的情况, 所以在雷达低角跟踪问题中, 人们主要讨论最大似然算法。为了提高波达方向估计性能, 文[7~9]和文[10]分别利用雷达信号和通信信号的时域特性提出了时空最大似然算法和已知信号波形最大似然算法。为了减少这两种算法的运算量, 文[7]和文[11]又分别提出了时空级联最大似然算法和大样本解耦最大似然算法。本文的研究工作是在时空级联最大似然算法基础之上进行的。

虽然时空级联最大似然算法的运算量比时空最大似然算

法有所下降, 但在雷达低角跟踪情况下它仍需要进行二维搜索, 运算量仍然可观, 使其应用受到限制。其实, 在对目标进行波达方向估计时, 首先要完成对目标的检测, 这样目标的距离信息就可得到, 再加上天线的高度信息, 我们很容易得到目标直达波信号和地面(或海面)反射多径信号之间的仰角关系, 这样只要对时空级联最大似然算法的似然函数进行一维搜索即可, 从而能大大减少运算量, 这便是本文提出的新算法。理论分析表明, 新算法在性能上也优于时空级联最大似然算法, 尤其是当直达波信号和多径信号的相位差较小时。计算机仿真结果也证实了新算法的优越性。

2 信号模型和时空级联最大似然算法

雷达低角跟踪环境下的几何模型框图如图1所示, 图中 h_r 为雷达架高, h_t 为目标高度, R_d 为目标相对雷达的直线距离, 而 R_m 为目标由地(海)面反射的多径距离, 由雷达信号理论知, 在通常情况下直达波信号和多径信号的多普勒频率近似相等, 且有 $R_d \approx R_m$, 而且直达波信号和多径信号都在天线波束主瓣之内。所以, 估计目标仰角的问题就类似于分辨两个非常靠近的相干源的问题。设阵列为一由 N 个无向阵元组

里省略了证明的推导过程,详细的推导过程可参考文献[13].

定理 1 在上述时空二维信号模型下,对于较大的时域快拍数 M ,时空级联最大似然算法波达方向估计的偏差和方差分别为

$$\text{Bias}(\hat{\gamma}) = E\{\hat{\gamma} - \gamma\} = 0 \quad (10)$$

$$\text{Var}(\hat{\gamma}) = E\{[\hat{\gamma} - E(\hat{\gamma})][\hat{\gamma} - E(\hat{\gamma})]^T\} = \frac{R_n^2}{2} \text{Re}^{-1}\{\#\#_{\text{sp}}^H D^H P_A^L D \#_{\text{sp}}\} + \frac{R_n^4}{2} \text{Re}^{-1}\{\#\#_{\text{sp}}^H D^H P_A^L D \#_{\text{sp}}\} \text{Re}\{(D^H P_A^L D) P(A^H A)^{-T}\} \text{Re}^{-1}\{\#\#_{\text{sp}}^H D^H P_A^L D \#_{\text{sp}}\} \quad (11)$$

其中 $E\{\#\}$ 为求数学期望, $\text{Re}\{\#\}$ 为求实部, P 为 Hadamard 积, R_n^2 为作 FFT 处理后每个阵元的噪声功率,即 $E\{n(f_{di})n^H(f_{di})\} = R_n^2$, $n(f_{di}) = \sum_{m=0}^{M-1} n(m) \exp(-j2\pi m f_{di})$, $\#_{\text{sp}} = \text{diag}$

$$(Sp_1, Sp_2), P_A^L = I - P_A, Sp_i = \sum_{m=0}^{M-1} S_i(m) \exp(-j2\pi m f_{di}), D = [d(H_1), d(H_2)], d(H) = \frac{9}{9H} a(H).$$

与文[14]的分析一样,式(11)中波达方向估计的方差为两部分之和,随着阵元数 N 或信噪比 $|Sp_i|^2/R_n^2$ (FFT 处理后) 的增大,两部分都趋于零,但第二部分趋于零的速度要远快于第一部分.因此在阵元数或信噪比足够大的情况下,又考虑到估计的偏差为零,时空级联最大似然算法波达方向估计的均方误差为

$$\text{Mse}(\hat{\gamma}) \approx \frac{R_n^2}{2} \text{Re}^{-1}\{\#\#_{\text{sp}}^H D^H P_A^L D \#_{\text{sp}}\} \quad (12)$$

定理 2 在上述时空二维信号模型下,对于较大的时域快拍数 M ,新时空级联最大似然算法波达方向估计的偏差和方差分别为

$$\text{Bias}_N(H_1) = E\{H_1 - H_1\} = 0 \quad (13)$$

$$\text{Var}_N(H_1) = E\{[H_1 - E(H_1)][H_1 - E(H_1)]^T\} = \frac{R_n^2}{2} \text{Re}^{-1}\{S_p^H D_N^H P_A^L D_N S_p\} + \frac{R_n^4}{2} \text{Re}^{-2}\{S_p^H D_N^H P_A^L D_N S_p\} \text{Re}\{\text{sum}[(D_N^H P_A^L D_N) P(A^H A)^{-T}]\} \quad (14)$$

其中 $\text{sum}\{\#\}$ 为对所有元素求和, $S_p = [Sp_1, Sp_2]^T$, $D_N = \frac{9}{9H_1} A_N$. 同前面的分析一样,在阵元数或信噪比足够大的情况下,新时空级联最大似然算法波达方向估计的均方误差为

$$\text{Mse}_N(H_1) \approx \frac{R_n^2}{2} \text{Re}^{-1}\{S_p^H D_N^H P_A^L D_N S_p\} \quad (15)$$

为了分析问题方便,我们不妨设阵列为中心对称阵,且以中心点为阵列参考点.令 $h = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = D^H P_A^L D$ 和 $h_N = \begin{bmatrix} h_{N11} & h_{N12} \\ h_{N21} & h_{N22} \end{bmatrix} = D_N^H P_A^L D_N$, 则很容易知道 h 和 h_N 都为实对称矩阵.经过公式推导,我们不难得到时空级联最大似然算法和新算法对直达波方向估计的均方误差分别为

$$\text{Mse}(H_1) \approx \frac{R_n^2}{2|Sp_1|^2} \frac{h_{22}}{h_{11}^2 \cos^2(\gamma)} \quad (16)$$

$$\text{Mse}_N(H_1) \approx \frac{R_n^2}{2|Sp_1|^2} \frac{1}{h_{N11} + Q^2 h_{N22} + 2Q h_{N12} \cos(\gamma)} \quad (17)$$

由上面两式可以看出,时空级联最大似然算法对直达波方向估计的均方误差在 $\gamma = P/2$ 时最小,在 $\gamma = 0$ 或 P 时最大,而新算法对直达波方向估计的均方误差在 $\gamma = 0$ 时最小,在 $\gamma = P$ 时最大.当 $\gamma = 0$ 时,直达波信号和多径信号相干叠加,此时雷达接收到的信号功率最大(经波束形成后),即有效的信噪比最大,最有利于雷达进行探测,而此时时空级联最大似然算法的方向估计均方误差却最大,即性能最差,这并不是我们所期望的结果.但是新算法则在雷达有效信噪比最大时性能最好,符合我们期望的结果.该结论与文[3]中的结果相一致,但文[3]只是在假设直达波信号方向和多径信号方向关于水平方向对称的条件下进行的,而在实际情况中直达波信号方向和多径信号方向往往不满足这个假设条件.当 $\gamma = P/2$ 时,上面两式容易得出 $\text{Mse}(H_1) \approx \text{Mse}_N(H_1)$, 且随着 γ 由 $P/2$ 向 0 逐步靠近, $\text{Mse}(H_1)$ 逐渐增加,而 $\text{Mse}_N(H_1)$ 逐渐减少,所以当 $0 < \gamma < P/2$ 时,新算法的性能要优于时空级联最大似然算法的性能,尤其是在 $\gamma = 0$ 时.通常情况下,低角跟踪时雷达工作在 $0 < \gamma < P/2$ 的条件下,因为此时雷达的有效信噪比较大,雷达能有效探测到目标,而当 $P/2 < \gamma < P$ 时,雷达的有效信噪比较小(特别是米波雷达,反射系数的幅度较大,往往接近于 1),雷达探测目标较困难,更谈不上对目标进行波达方向估计了.为了保证 $0 < \gamma < P/2$ 的条件,雷达往往采用多频或变频方式工作.

由以上的分析表明,新算法在性能上要优于时空级联最大似然算法,再加上具有较小的运算量,因此特别适合于实际系统中应用.

5 计算机仿真实验

为了验证本文提出的新算法的有效性和理论分析的正确性,我们给出一些计算机仿真结果,并对时空级联最大似然算法和本文提出的新算法进行性能比较.在计算机仿真中,假设阵列为 10 个阵元的等距线阵,阵元间距为半波长,雷达天线(中心点)的高度为 80m,目标距离为 100km,其多普勒频率为 500Hz,采样周期为 1ms, $Q = 0.9$. 为了方便起见,假设多普勒频率无估计误差(其实多普勒频率的估计误差仅使 FFT 处理后的阵元信噪比稍受影响,因此对时空级联最大似然算法和新算法的性能都影响不大).在计算机仿真所得结果中,实线和虚线分别为时空级联最大似然算法和新算法的理论均方根误差(即按式(12)和(15)进行计算的结果),符号 \circ 和 $*$ 分别对应于两种算法的实验值,每一个实验值是由 200 次独立实验结果统计得到.

假设时域快拍数 M 为 128,单次快拍的阵元信噪比为 0 分贝,目标的高度为 4000m,两种算法估计的目标仰角的均方根误差随直达波信号和多径信号(在阵列中心处)的相位差 γ 变化的曲线如图 2 所示.从图中我们可以看出理论值和实验值除了在 $\gamma = P$ 附近之外都很好吻合,在 $\gamma = 0$ 时,时空级联最大似然算法的性能最差,新算法的性能最好,这与前面的分析相一致.而在 $\gamma = P$ 附近理论值和实验值不符是由理论

推导时作近似所用的假设条件不满足造成的. 由图可见, 新算法的性能要比时空级联最大似然算法的性能好得多, 尤其是在 γ 值较小的区域.

假设 $\gamma = 0.12\pi$, 其他参数与图 2 中相同, 图 3 给出了两种算法的均方根误差随单次快拍阵元信噪比变化的结果. 可以看出, 理论值和实验值吻合很好, 新算法优于时空级联最大似然算法. 假设 $\gamma = 0.12\pi$, 单次快拍的阵元信噪比为 0 分贝, 图 4 和图 5 分别给出了目标高度为 4000m 时两种算法的均方根误差随快拍数 M 变化和快拍数 M 为 128 时均方根误差随目标高度变化的曲线. 由图可见, 随快拍数或目标高度的增加两种算法的均方根误差逐渐变小, 理论值和实验值相互吻合, 新算法具有优于时空级联最大似然算法的性能.

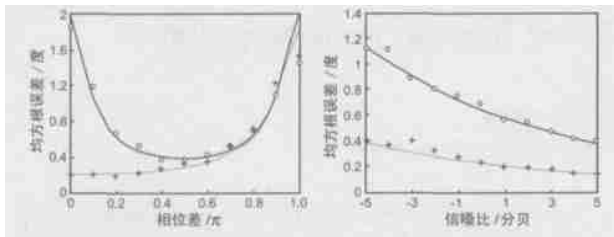


图 2 均方根误差随直达波信号和多径信号的相位差变化曲线

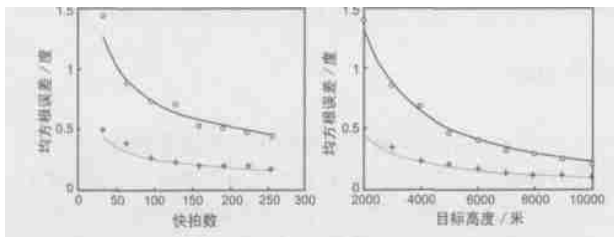


图 4 均方根误差随快拍数变化曲线

图 5 均方根误差随目标高度变化曲线

6 结论

本文在时空级联最大似然算法的基础上, 结合雷达低角跟踪的特点, 提出一种新的目标仰角估计算法. 该算法利用事先得到的目标距离信息和天线高度信息来得到目标直达波信号和多径信号之间的仰角关系, 然后再对时空级联最大似然算法的似然函数进行一维搜索, 所以新算法的运算量远远小于时空级联最大似然算法的运算量. 理论分析表明, 新算法在性能上也优于时空级联最大似然算法, 尤其是当直达波信号和多径信号的相位差较小时. 计算机仿真结果证实了新算法的有效性和理论分析的正确性.

参考文献:

[1] SHERMAN S M. Complex indicated angles applied to unresolved radar targets and multipath[J]. IEEE Trans, 1971, AES- 7(1):160- 170.

- [2] WHITE W D. Low angle radar tracking in the presence of multipath [J]. IEEE Trans, 1974, AES- 10(6): 835- 852.
- [3] TRUNK G V, et al. Bounds on elevation error estimates of a target in multipath[J]. IEEE Trans, 1979, AES- 15(6): 883- 887.
- [4] ZOLTOWSKI M, et al. Beam-space ML bearing estimation incorporating low angle geometry[J]. IEEE Trans, 1991, AES- 27(3): 441- 458.
- [5] SCHMIT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans, 1986, AP- 34(3): 276- 280.
- [6] ZISKIND I, et al. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection[J]. IEEE Trans, 1988, ASSP- 36(10): 1553 - 1560.
- [7] 贾永康, 保铮. 利用多普勒信息的波达方向最大似然估计方法[J]. 电子学报, 1997, 25(6): 71- 76.
- [8] 贾永康, 保铮. 时空二维信号模型下的波达方向估计方法及其性能分析[J]. 电子学报, 1997, 25(9): 69- 73.
- [9] 贾永康. 阵列信号处理稳健性研究))) 利用信号时域特性及其它信息[D]. 西安: 西安电子科技大学, 1996.
- [10] LI J, et al. Maximum likelihood angle estimation for signals with known waveforms[J]. IEEE Trans, 1993, SP- 41(9): 2850- 2861.
- [11] LI J, et al. Computationally efficient angle estimation for signals with known waveforms[J]. IEEE Trans, 1995, SP- 43(9): 2154- 2163.
- [12] ZHAO Y, et al. A new simplified temporal-spatial maximum likelihood algorithm for DOA estimation[A]. 6th International Conference on SP [C]. Beijing: Posts & Telecom Press, 2002. 174- 177.
- [13] 赵永波, 张守宏. 米波雷达测高方法研究[R]. 西安: 西安电子科技大学电子工程研究所, 2003.
- [14] STOICA P, et al. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound: further results and comparisons[J]. IEEE Trans, 1990, ASSP - 38(12): 2140- 2150.

作者简介:



赵永波 男, 1972 年 10 月出生于河南省新乡市, 博士, 副教授, 获国家科技进步二等奖和国防科技进步一等奖各 1 项, 在国内外发表学术论文 20 余篇, 主要研究方向为阵列信号处理、雷达信号处理等.



张守宏 男, 1938 年 6 月出生于安徽省六安市, 现为西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室教授, 博士生导师, 中国电子学会会士, 主要研究方向为雷达系统与检测等.