

自适应滤波的新方法))) 几何中心法

彭 煊, 曾勇军, 王炳锡, 杨贞斌, 罗兴国

(解放军信息工程大学, 郑州 450002)

摘 要: 自适应滤波器的性能曲面具有某些有益的几何特性, 根据这些特性, 本文提出 FIR 自适应几何中心法 (FIRAGCM), 然后通过转化 IIR 滤波器的性能曲面, 得到全局收敛的 IIRAGCM 算法. 与梯度法不同的是: FIRAGCM 算法无需步长选择, 需要的存储量极少, 并且收敛迅速, IIRAGCM 继承了 FIRAGCM 的全部优点, 并且大幅度提高了收敛精度. 仿真结果表明, 两种算法性能相当优越.

关键词: 自适应滤波; 回声消除; FIRAGCM; IIRAGCM

中图分类号: TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 02-0114-03

A New Method in Adaptive Filtering Geometrical Center Method

PENG Xuan, ZENG Yongjun, WANG Bingxi, YANG Zhenbin, LUO Xingguo

(Information Engineering University, PLA, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The performance surface of an adaptive filter has some useful geometrical characteristics. According to those characteristics, we present an FIR Adaptive Geometrical Center Method (FIRAGCM) firstly in this paper, then we get a globally convergent IIR method based on the AGCM, named IIRAGCM, by transforming the performance surface of an IIR filter. Being different from the gradient algorithm, the FIRAGCM algorithm needs not to choose a step size, requires far less storage, and also has fast convergence. The IIRAGCM algorithm inherits all the advantages of the FIRAGCM one, and the convergence quality is greatly improved. Simulation results illustrate that the performances of the two algorithms are excellent.

Key words: adaptive filtering; echo cancellation; FIRAGCM; IIRAGCM

1 引言

自适应滤波中一直沿用的两类基本方法是: 牛顿法和最速下降法^[1]. 两类方法的共同特点是求梯度, 选步长, 故统称它们为梯度下降法. 该方法的不足之处在于梯度估值易受噪声干扰, 另外还需选择步长, 而步长的大小对算法性能影响很大, 再有就是梯度下降法的收敛不够快. 鉴于此, 人们提出可变步长或最优步长的算法^[2,3], 改善步长对算法性能的影响, 但仿真表明这类算法并不能改善算法的最终性能^[2,3].

仔细观察自适应滤波器的性能曲面, 可以发现曲面有比较规则的几何特性, 利用这些特性, 可以得到一种无需选择步长、收敛极为迅速且要求的存储量也极少的新方法))) 几何中心法.

2 自适应 FIR 几何中心法

参照图 1 的自适应回声消除模型.

定义 $X_k = [x_1, x_2, \dots, x_k]^T$ 为输入信号向量; $W = [w_1, w_2, \dots, w_k]^T$ 为滤波器权向量; $R = E[X_k X_k^T]$ 为自相关矩阵; d_k 为期望信号; y_k 为 EC 输出.

则均方误差 $MSE^{[1]}$ (mean square error) 为:

$$MSE = E[e_k^2] = E[d_k^2] + W^T R W - 2P^T W \quad (1)$$

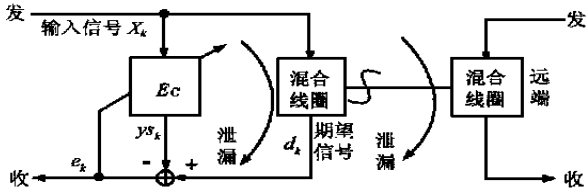


图 1 自适应回声消除模型

只讨论线性组合情况的自适应滤波器, 即性能曲面为二次型 (线性组合不存在局部收敛点)^[1]. 先看二维, 二维 FIR 自适应滤波器的性能曲面是抛物面, 最佳权为抛物面的谷底.

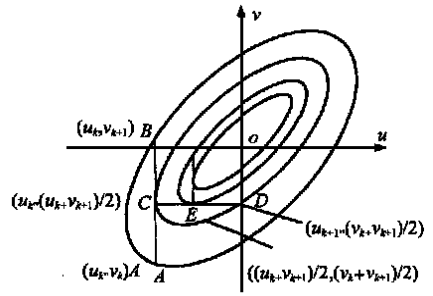


图 2 斜椭圆中心搜索图

面的谷底. 其等高线视图为一个同心椭圆, 抛物面谷底的底面投影即为椭圆中心. 因此, 求解最佳权实际上就变成了求解椭圆中心. 求解方法参见图 2, 为方便起见, 将坐标系的原点设

在椭圆的中心处(否则平移坐标系). 观察式(1), 有限 n 维情况的性能曲面仍然可看作/ 超抛物面^[4], 其等高线可视为/ 超椭圆⁰, 因此可以将二维情况求解最佳权的思想推广到有限 n 维情况.

设 n 维坐标系为 (w_1, w_2, \dots, w_n) , 给出 n 维情况的迭代步骤:

Step1 设第 k 次迭代, $W^{(k)} = (u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{nk})^T$, 记 $(u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{nk})$ 为 A 点, 由式(1)确定 MSE, 由 MSE 确定一个/ 超椭圆⁰, 存在另外一点 $B = (u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{nk}, v_{nk})$ 与 A 共/ 超椭圆⁰, 则弦 AB 的中点 C 为: $(u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{nk}, (u_{nk} + v_{nk})/2)$. C 点也确定一个/ 超椭圆⁰, 也存在另外一点 $D = (u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{nk-2k}, v_{nk-1k}, (u_{nk} + v_{nk})/2)$ 与 C 共/ 超椭圆⁰, 则弦 CD 的中点 E 为: $(u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{nk-2k}, (u_{nk-1k} + v_{nk-1k})/2, (u_{nk} + v_{nk})/2)$. 依次在各坐标方向上求值. 最后得到: $((u_{1k} + v_{1k})/2, (u_{2k} + v_{2k})/2, \dots, (u_{nk} + v_{nk})/2)$.

Step2 记 $((u_{1k} + v_{1k})/2, (u_{2k} + v_{2k})/2, \dots, (u_{nk} + v_{nk})/2)^T$ 为 $W^{(k+1)}$ 重复 step1.

以下证明上述迭代能收敛到最佳权.

证明 假定输入信号平稳. 证明分两步, 首先证明算法收敛, 再证明算法收敛在最小 MSE 值处.

(1) 因为有界单调数列必收敛, 而 MSE 是有下界的, 所以只需证明迭代过程中 MSE 是单调递减的. 先证 w_n 方向.

由上, 分别设 A, B, C 点 MSE 为 MSE_a, MSE_b, MSE_c . 显然有 $MSE_a = MSE_b$.

$$\text{将 } R, W \text{ 和 } P \text{ 矩阵分块, } R = \begin{bmatrix} R_{n-1 @ n-1} & R_{n-1 @ 1} \\ R_{1 @ n-1} & r(n, n) \end{bmatrix}$$

令 $(u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{nk}) = U_{1 @ n-1}$ 简记为 U ;

令 $(p_{1k}, p_{2k}, \dots, p_{nk})^T = P_{n-1 @ 1}$ 简记为 P ;

[大写字母] c 表示分块后矩阵; [小写字母] 表示分块前矩阵元素. $R_{n-1 @ n-1}$ 表示分块后为 $n-1 @ n-1$ 阵, 余类似. $r(n, n)$ 表示 R 矩阵分块前第 n 行 n 列的元素.

$$\text{由式(1): } MSE_a = E[d_k^2] + [U, u_{nk}] \begin{bmatrix} R_{n-1 @ n-1} & R_{n-1 @ 1} \\ R_{1 @ n-1} & r(n, n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [U]^T \\ u_{nk} \end{bmatrix} - 2[P]^T P_{nk} \begin{bmatrix} [U]^T \\ u_{nk} \end{bmatrix} \quad (2)$$

展开式(2), 则

$$MSE_a = \{E[d_k^2] + U R_{n-1 @ n-1} [U]^T - 2[P]^T [U]^T\} + u_{nk} \# R_{1 @ n-1} [U]^T + U R_{n-1 @ 1} u_{nk} + u_{nk}^2 r(n, n) - 2p_{nk} u_{nk} \quad (3)$$

令 $\{E[d_k^2] + U R_{n-1 @ n-1} [U]^T - 2[P]^T [U]^T\}$ 为 $cons_a$, 显然 $cons_a$ 与 u_{nk} 无关. 则

$$MSE_a = cons_a + u_{nk} R_{1 @ n-1} [U]^T + U R_{n-1 @ 1} u_{nk} + u_{nk}^2 r(n, n) - 2p_{nk} u_{nk} \quad (4)$$

同理,

$$MSE_b = cons_b + v_{nk} R_{1 @ n-1} [U]^T + U R_{n-1 @ 1} v_{nk} + v_{nk}^2 r(n, n) - 2p_{nk} v_{nk} \quad (5)$$

$$MSE_c = cons_c + \frac{u_{nk} + v_{nk}}{2} R_{1 @ n-1} [U]^T + U R_{n-1 @ 1} \frac{u_{nk} + v_{nk}}{2}$$

$$+ ((u_{nk} + v_{nk})/2)^2 r(n, n) - 2p_{nk} (u_{nk} + v_{nk})/2 \quad (6)$$

其中 $cons_b, cons_c$ 分别为与 $v_{nk}, (u_{nk} + v_{nk})/2$ 无关量.

易知 $MSE_a = (MSE_a + MSE_b)/2 \setminus MSE_c$ 当且仅当 $u_{nk} = v_{nk}$ 时取等号.

对矩阵进行相应的行(列)变换, 可证明其他坐标方向. 也就是说, MSE 是单调递减的, 那么各次 MSE 所构成的序列是收敛的.

(2) 证明算法收敛在最小 MSE 值处.

令 $\min(MSE) = N_{\min}$, 假定其对应的滤波器权为 $(u_1, u_2, \dots, u_n)^T$, 写成方程为 $\min(MSE) | W^T = (u_1, u_2, \dots, u_n) = N_{\min}$. 设存在另外一点 (v_1, u_2, \dots, u_n) 满足, $\min(MSE) | W^T = (v_1, u_2, \dots, u_n) = N_{\min}$, 显然 $u_1 = v_1$, 否则迭代之后 MSE 变小, 与最小 MSE 矛盾. 其他坐标方向类似. 也就是说当初始权为 (u_1, u_2, \dots, u_n) 时, 滤波器权固定在 (u_1, u_2, \dots, u_n) 处, 即 MSE 收敛在 N_{\min} , 综合(1)和(2), 算法收敛在最小 MSE 值处. 证毕.

从仿真结果来看, FIRAGCM 的性能不错, 但有些场合需要更高的收敛精度, 而 FIRAGCM 算法要提高收敛精度, 必须增加滤波器阶数, 而增加阶数又必然要提高运算量, 这就产生了一对矛盾, 为解决这对矛盾, 很自然就会想到 IIR(无限冲激响应)滤波器. 利用 IIR 滤波器的权系数的高效性, 兼顾了运算量和收敛精度两方面的要求.

3 自适应 IIR 几何中心法))) IIRAGCM

参考下面自适应回声消除的系统框图 3 和图 4, IIR 滤波采用 EE 法^[5]. 如前所述, 这种方法不存在局部收敛点. 图 3 中:

$$e_{EE}(n) = [d(n) - x(n) \frac{B(q^{-1}, n)}{1 - A(q^{-1}, n)}] [1 - A(q^{-1}, n)] \\ = d(n) [1 - A(q^{-1}, n)] - x(n) B(q^{-1}, n) \quad (7)$$

其中: $B(q^{-1}, n) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$; $A(q^{-1}, n) = a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}$; q^{-1} 为后移因子, $na, nb + 1$ 分别为递归阶数和非递归阶数. 图 3 可

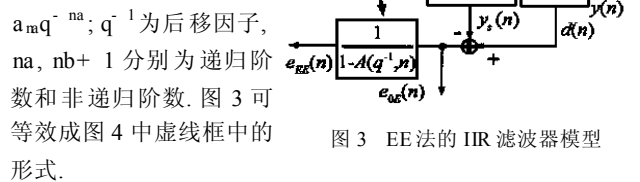


图 3 EE法的 IIR 滤波器模型

等效成图 4 中虚线框中的形式.

0 IIRAGCM 算

法思想

从上图可以看出, AF 可等效为 A, B 两个分立滤波器的组合, 而 A, B 均为 FIR(有限冲激响应)滤波器, 因此, 可以考虑对 A, B 两个滤波器分别应用 FIRAGCM 进行滤波.

参考式(7), 令 $y_a(n) = d(n) [1 - A(q^{-1}, n)]$, 则式(7)可

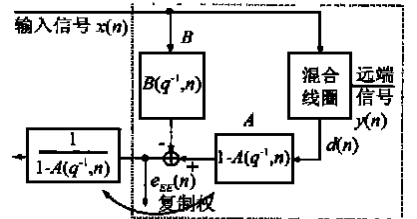


图 4 EE法的 IIR 滤波器等效模型

以写成:

$$e_{\text{IE}}(n) = y_a(n) - x(n)B(q^{-1}, n) \quad (8)$$

令 $y_b(n) = [d(n) - x(n)B(q^{-1}, n)]$, 则式(7)又可以写成:

$$e_{\text{IE}}(n) = y_b(n) - d(n)A(q^{-1}, n) \quad (9)$$

式(8)和(9)为两个 FIR 滤波器, 则 IIR 滤波器性能曲面转化为两个 FIR 滤波器的性能曲面. 也就是说, IIR 滤波器参数的求解转化为两个 FIR 滤波器参数的求解.

式(8)约束的滤波器的均方误差 $E[e_{\text{IE}}^2(n)]$ 为:

$$\text{MSE} = E[y_a^2(n)] + B^T E[X_n X_n^T] B - 2E[y_a(n) X_n^T] B \quad (10)$$

其中, $X_n = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-nb)]^T$; $B = [b_0, b_1, \dots, b_{nb}]^T$.

式(9)约束的滤波器的均方误差 $E[e_{\text{IE}}^2(n)]$ 为:

$$\text{MSE} = E[y_b^2(n)] + A^T E[D_n D_n^T] A - 2E[y_b(n) D_n^T] A \quad (11)$$

其中, $D_n = [d(n-1), d(n-2), \dots, d(n-na)]^T$; $A = [a_1, a_2, \dots, a_m]^T$.

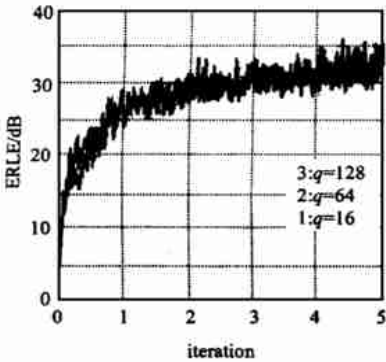


图5 lms 算法学习曲线

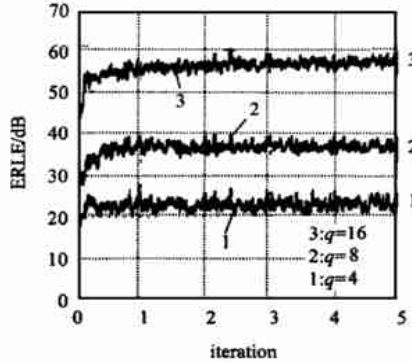


图6 firagcm 算法学习曲线

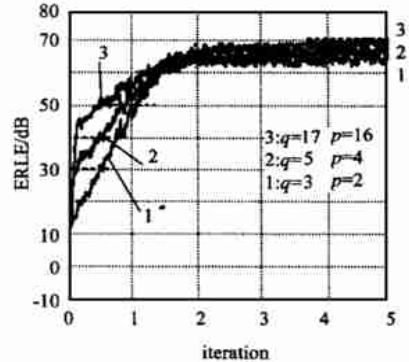


图7 iiragcm 算法学习曲线

三种算法各进行了 5 万次迭代, lms 算法取步长 $L=10^{-4}$, 在每个样本点进行了 10 次迭代, 相当于 50 万次迭代. 从上图可看出, firagcm 收敛速度最快, 比 lms 快两个数量级, iiragcm 则比 lms 快一个数量级; 滤波性能, iiragcm 的 ERLE(Echo Return Loss Enhancement) 性能最好, firagcm 次之, lms 最差; 运算量, 看似几何中心法的运算量很大, 但实际上, 几何中心法只需极短的滤波器长度就能取得不错的滤波性能. 因此综合三种指标, 几何中心法的算法性能是相当优越的.

5 结束语

几何中心法无需进行步长选择, 需要的存储量极少, 而且收敛迅速, 收敛精度高. 另外, 几何中心法的性能仍有潜力, 比如对输入数据进行去相关. 事实上, 几何中心法还可移植到很多算法上, 例如 Steiglitz-McBride 算法, 移植以后, 能大幅度提高算法性能. FIRAGCM 实现简单, IIRAGCM 则兼有 FIRAGCM 和 IIR 滤波的优点, 不过, IIRAGCM 也存在稳定性问题, 因此还需在稳定性上作深入研究. 再有, 几何中心法的性能受 R 估值的准确性影响, 如何更准确估计 R 值得进一步考虑.

式(10)的自相关矩阵 R_1 为 $E[X_n X_n^T]$, 式(11)的自相关矩阵 R_2 为 $E[D_n D_n^T]$. 依次对式(8)和式(9)约束的滤波器应用 FIRAGCM 算法, 即导出 IIRAGCM 算法. 容易证明这种 IIR 滤波性能曲面拆分滤波是收敛的, 证明方法同前.

4 算法仿真

仿真算法由 MATLAB 语言^[6]实现. FIR LMS 算法是梯度下降法的典型代表, 因此给出 IIRAGCM、FIRAGCM 和 FIR LMS 算法三组学习曲线以比较几何中心法性能. 图 5~7 各自给出三条曲线, 分别对应不同滤波器长度(图中 p、q 分别为递归、非递归阶数). 仿真算法输入为 20kbaud QPSK 信号, 滤波器工作在 [40-131.3 40+131.3] kHz 频段上.

回声通道传输函数为

$$H(z) = 1/(1 - 0.19z^{-1})(1 - 0.13z^{-1})$$

定义 $\text{ERLE}(\text{dB}) = 10\log(E[d_k^2]/E[e_k^2])$



彭 煊 1976 年出生, 1996 年于解放军信息工程学院通信工程系获学士学位, 现在解放军信息工程大学通信与信息系统专业攻读硕士学位. 主要从事信号处理研究.



曾勇军 1973 年出生, 1996 年于解放军信息工程学院计算机工程系获学士学位, 现在解放军信息工程大学通信与信息系统专业攻读硕士学位. 主要从事接入网研究.

和 d 之间的一个 MP 组合满足: (a) $\text{num}(MP)$ 最小; (b) $\text{delay}(p_i) \leq D, 1 \leq i \leq \text{num}(MP)$, (c) $b(MP) \leq B$, (d) $\text{num}(MP) \leq N$.

保证带宽,端到端时延和路径间时延抖动问题(BDJP): 给定 B, D 和 D , 寻找 s 和 d 之间的一个 MP 组合满足: (a) $\text{num}(MP)$ 最小, (b) $\text{delay}(p_i) \leq D, 1 \leq i \leq \text{num}(MP)$, (c) $J \leq D$, (d) $b(MP) \leq B$, (e) $\text{num}(MP) \leq N$. 其中变量 J 将在后面详细解释.

3.1.2 算法

假定信源业务流经过令牌漏桶 3R, b4 成型, 其中是平均令牌产生速率, b 是令牌桶尺寸. 链路时延和路径时延可表述如下:

$$\text{lr}(i) = \frac{L_{\max}}{r} + \frac{L_{\max}}{C_i} + \text{prop}_i \quad \& \quad \text{lr}(P) = \frac{b}{r} + \sum_{j \in P} \text{lr}(j) \quad (2)$$

当采用多路径 $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ 时, 规定 b_i 为 b 中流经路径 P_i 的部分, 且满足 $b_i = (r_i/r)b$, 其中 r_i 是会话在路径 P_i 上的预约速率. 于是有: $(b_i/r_i) = (b/r), 1 \leq i \leq \text{num}(MP)$.

算法 BDP: 算法 BDP 与算法 SIP 的不同在于如下所示步骤 1 ~ 2(步骤 3 ~ 4 与算法 SIP 完全一致):

步骤 1 如果 $b_j \leq B$, 设置 $d_j = \frac{L_{\max}}{B} + \frac{L_{\max}}{C_j} + \text{prop}_j$,

否则设置 $d_j = \infty$;

步骤 2 计算 s 和 d 之间的最短时延路径.

若路径不存在或路径时延大于 D , 转步骤 4.

算法 BDP: 变量 J 采用式(1)中的定义, 但其中函数项 $\text{lr}(P_i)$ 采用式(2)中的定义. 算法 2BDJP 与算法 2BDP 区别仅在于如下所示步骤 2(步骤 1, 3 ~ 4 与算法 BDP 完全一致):

步骤 2 如果 $\text{num}(MP) = 0$, 采用 BermanFord 算法, 计算 s 和 d 之间满足问题 2BDJP 要求的可行路径; 如果存在多条可行路径, 选择一条具有如下特征的路径: 时延抖动最小或路径跳数最小. 否则计算 s 和 d 之间第 k 最短路径, 并从中选择满足 $J < D$ 的一个.

如果不存在上述路径, 转步骤 4.

算法复杂性分析: 当最短路由采用 Dijkstra 算法时, 算法 2BDP 的最坏复杂性为 $O((Bm + N) \sum |V| + (B + N) \sum |V|^2)$. 算法 2BDJP 的最坏复杂性为: $O((Bm + (N + m) \sum |V| + (B - 1 + N) k \sum |V|^3))$.

4 结论

本文提出的路由选择方案, 在考虑应用的 QoS 要求基础

上, 通过多路径路由解决了网络中的带宽碎片利用问题, 很好地结合了单路径路由和多路径路由的优点, 是一个实用路由解决方案. 在网络资源可预约条件下, 分析了四个一般性问题, 提出了启发式算法.

尽管算法是基于点到点路由基础上提出的, 算法 BP2.1, BP2.2, BDP 完全适用于组播应用. 未来的工作将集中在: (1) 通过计算机仿真评估文中提出算法的性能; (2) 分析在链路状态不精确^[6]情况下的多路径 QoS 路由.

参考文献

- [1] Nageswara S. V. Rao, et. al., QoS routing via multiple paths using bandwidth reservation. in proceedings of INFOCOM, 1998: 11~ 18
- [2] 谢政, 李建平. 网络算法与复杂性理论. 长沙: 国防科技大学出版社, 1995 年 5 月
- [3] Zheng Wang and Jon Crowcroft. Quality of service routing for supporting multimedia applications. IEEE JSAC, 1996, 14(7): 1228~ 1234
- [4] A. K. Parekh and R. Gallager. A generalized processor sharing approach to flow control in integrated services packet networks: the multiple node case. IEEE/ACM Trans. on Networking, 1994, 2: 137~ 150
- [5] S. Shenker, et. al., Specification of guaranteed quality of service. Internet RFC 2212, IETF, Sep. 1997
- [6] R. Guerin, and A. Orda. QoS based routing in networks with inaccurate information: theory and algorithms. in proceedings of INFOCOM, 1997



张宝贤 出生于 1972 年, 现于北方交大通信与信息工程系攻读博士学位, 主要研究方向是: QoS 路由, 组播通信, 计算机网络.



刘越 出生于 1973 年, 现于北方交大通信与信息工程系攻读博士学位, 主要研究方向: 组播通信, Internet 路由.

(上接第 116 页)

参考文献

- [1] B 维德罗等著, 王永德等译. 自适应信号处理. 1~ 5 章. 成都: 四川大学出版社, 1991
- [2] Christiane Antweiler, Jörn Grunwald and Holger Quack. Approximation of optimal step size control for acoustic echo cancellation. ICASSP 1997, Apr(1): 295~ 298

- [3] 刘晓峰. 一种瞬变步长 LMS 自适应滤波算法. 电子科技大学学报, 1996, 6(25): 444~ 452
- [4] Victor Solo, Xuan Kong. Adaptive Signal Processing Algorithms: Stability and Performance. Part I. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995
- [5] John J Shynk. Adaptive IIR filtering. IEEE ASSP magazine. Apr, 1989: 4~ 21
- [6] 楼顺天, 李博菡. 基于 MATLAB 的系统分析与设计))) 信号处理. 1~ 10 章. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1998