多个体参与交叉的 Pareto 多目标遗传算法

朱学军[1],陈 彤[2],薛 量[1],李 峻[1]
(1. 上海交通大学机械工程学院,上海 200030;2. 上海交通大学电子工程系,上海 200030)

摘 要: Pareto 多目标遗传算法是利用 Pareto 最优的概念发展出的一种求解多目标优化问题的向量优化方法,能够得到 Pareto 最优解集. 由于采用常规的两个体参与交叉的遗传算法,使整个算法耗费在小生境(Niche)算子上的时间太多,导致算法的效率较低. 本文发展出多个体参与交叉的 Pareto 多目标遗传算法,群体中的个体采用真实值表示,使该算法的速度大大提高,同时证明了相应的模式定理,并提出用方差和熵来分析该算法对解群多样性的影响. 最后用算例说明了采用多个体参与交叉的 Pareto 多目标遗传算法与常规算法比较的结果,证明了本文提出算法的优越性.

关键词: 遗传算法; 多点交叉; 模式定理; 多目标优化
中图分类号: O224, TP183 **文献标识码**: A **文章编号**: 0372-2112 (2001) 01-0106-04

Pareto Multiobjective Genetic Algorithm with Multiple-Chromosomes Crossover

ZHU Xue-jun[1], CHEN Tong[2], XUE Liang[1], LI Jun[1]
(1. *School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030, *China*;
2. *Dept. of Electronic Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030, *China*)

Abstract: Pareto multiobjective genetic algorithm is one kind of vector optimization methods derived from concept of Pareto optimal, and the whole Pareto optimal set can be got using this method. Because conventional Pareto GA runs with two chromosomes crossover, it consumes much time on Niche which makes the efficency of this algorithm somewhat low. In this paper, a new Pareto multiobjective GA with multiple-chromosomes crossover is presented, and the individual is expressed with real-valued representations which makes it much faster than conventional algorithms. Based on the proof of corresponding schema theorem, variance and entropy are proposed as measurements of diversity of population in genetic algorithms. The influence that the Pareto MOGA with multiple-chromosomes crossover acts upon variance and entropy is analyzed. At last, one example is presented to compare between method in this paper and traditional methods so as to prove the superiority of this method.

Key words: genetic algorithm; multiple-chromosomes crossover; schema theorem; multiobjective optimization

1 两个体交叉的 Pareto 多目标遗传算法的缺陷

多目标优化设方法经历了一个从确定性搜索算法到随机搜索算法,从本质上仍是单目标优化的目标组合方法到真正意义上的向量优化方法的过程. 文献[2]发展出一种 Pareto 多目标遗传算法,利用遗传算法的随机搜索特性和隐含并行性[3],在简单遗传算法的基础上发展出了两个新的算子: Pareto 解集过滤器和小生境算子;又在模糊集合理论的基础上提出了处理多目标优化设计问题中约束条件的模糊罚函数法;利用 Pareto 最优的概念[1]设计了处理多目标优化问题中群体的分级排序算法,并在此基础上建立了处理连续变量的 Pareto 多目标遗传算法,能够搜索到整个设计空间并求解出 Pareto 最优解集. 后又提出了处理混合离散变量的离散变量圆整算子,使 Paerto 遗传算法能处理多种类型的变量[4].

众所周知,遗传算法的计算效率是其最大的缺陷,原因在于遗传算法采用随机搜索方式,对每一代群体中个体数为 m 个的较简单问题,其效率几乎是传统优化方法的 $1/m$. 在多目标遗传算法中,采用基于排挤的小生境技术来使群体保持每一代都比前一代更靠近 Pareto 最优解集的持续进化状态及群体中的个体保持均匀分布. 由于 Pareto 多目标遗传算法采用了对群体中的每个个体都要进行交叉和变异的操作,使得在每一代中,交叉和变异的使用次数为 $m/2$ 次. 群体的规模越大,交叉和变异算子的计算量就越大,是 Pareto 多目标遗传算法中最耗时的部分之一. 该算法虽然很有效,但从中可以发现遗传算法中两个体交叉的思想是受了模拟自然界生物有性繁殖进化的限制,事实上如果突破这一假定,采用多个体参与交叉的方式,可能会使 Pareto 多目标遗传算法的效率大大提高.

本文提出多个体参与交叉的 Pareto 多目标遗传算法,群体中的个体采用真实值表示,并通过证明相应的模式定理,分析其对解群多样性的影响,初步解释了其具有较高计算效率的原因,最后用算例证明了所提出算法的高效性.

收稿日期:1999-08-23;修回日期:2000-08-14

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2　多个体参与交叉的遗传算法实现方式

遗传算法中起核心作用的算子之一是交叉算子. 由于个体的真实值表示与传统的二进制表示相比,省去了编码及译码的过程,且速度和精度都有很大提高[2],所以本文采用真实值表示的遗传算法进行多个体交叉. 本文提出的多个体参与交叉的方式为:每一次交叉由 b 个个体参与,得到 b 个新个体. 文献[2]中提出了三种针对真实值表示的交叉算子:简单交叉、算术交叉和启发式交叉. 本文仅对算术交叉发展出多个体的形式,称为多个体算术交叉,原因是算术交叉的计算效果是三种交叉算子中最好的.

由两个体算术交叉的原理得到多个体参与的算术交叉的操作方法:对应于选出的 b 个父代个体 $\bar{X}_i\,(1 \le i \le b)$ 每一次从 0 到 1 的均匀分布中取出 b 个随机数 $r_1, r_2, \cdots, r_b$,共生成 b 次,使得产生的 b 个新个体 $\bar{X}_i'$ 为:

$$\bar{X}_i' = \left(\sum_{j=1}^{b} r_j \bar{X}_i\right) / b \tag{1}$$

由于均匀分布的随机数列 $r_1, r_2, \cdots, r_b$ 可能取的个数为无穷多个,产生的新个体可能取值个数也为无穷多个. 由此可见采用新的遗传算法可明显增加解的多样性,从而提高计算效率.

3　多个体参与交叉的遗传算法的模式定理

模式定理是遗传算法的基本定理,它解释了遗传算法的有效性. 若能证明多个体参与交叉的遗传算法的模式定理,将会给这类遗传算法奠定一个坚实的根基.

定理 1　模式定理对多个体参与交叉的遗传算法仍然成立,而且通过调整参与交叉的个体数目对模式的短小性可以有不同要求,有利于快速求得(近)最优解.

证明　假设在给定的时间步 t,一个特定的模式 H 有 m 个代表串包含在群体 $A(t)$ 中,记为 $m = m(H, t)$,用 $f(H)$ 表示在时间步 t 含模式 H 串的平均适应值,则交配池中含 H 的串的数目为 $m(H, t) \cdot n \cdot f(H) / \sum_{j=1}^{n} f_j$. 定义 $\delta(H)$ 为模式 H 的长度,即从第一个确定位到最后一个确定位的数目, l 表示染色体串长,则易知在一点交叉中,模式 H 被破坏的可能性为 $P_d = \delta(H) / (l - 1)$,那么生存概率为 $P_s = 1 - P_d$, a 表示参与交叉的父代个体数目,而多个体参与交叉的生存概率为 $P_s^{(n)} = (P_s^{(2)})^a$,因此在采用两个体一点交叉的遗传算法的下一代中模式 H 的数目为:

$$m(H, t+1) = m(H, t) \cdot n \cdot f(H) \cdot \left[1 - \frac{\delta(H)}{l - 1}\right] \Big/ \sum_{j=1}^{n} f_j$$

而在多个体参与交叉的遗传算法的下一代中模式 H 的数目为: $m(H, t+1) = m(H, t) \cdot n \cdot f(H) \cdot \left[1 - \frac{\delta(H)}{l - 1}\right]^a \Big/ \sum_{j=1}^{n} f_j$

由此可得定理 1.

4　解群多样性的表示

可以从两个方面来理解解群的多样性,一种是解群的空间分布,显然从这个意义上来看,解群的空间分布越大,其多样性越强. 因此本文用方差来描述解群的空间分布情况[5].

定义 1　若第 t 代解群中的个体 x_t^i 由 L 个基因构成,即 $x_t^i = [x_t^{i(1)}, x_t^{i(2)}, \cdots, x_t^{i(L)}]$, $i \in \{1, 2, \cdots, N\}$,定义第 t 代解群的平均个体

$$\bar{x} = [\bar{x}_t^{(1)}, \bar{x}_t^{(2)}, \cdots, \bar{x}_t^{(L)}] \tag{2}$$

其中 $\bar{x}_t^{(l)} = \sum_{i=1}^{N} x_t^{i(l)} / N$,由此定义第 t 代的解群方差为

$$D_t = [D_t^{(1)}, D_t^{(2)}, \cdots, D_t^{(1)}] \tag{3}$$

其中 $D_t^{(l)} = \sum_{i=1}^{N} (x_t^{i(l)} - \bar{x}_t^{i(l)})^2 / N$, $l \in \{1, 2, \cdots, L\}$.

从定义 1 可以看出方差 D_t 是 L 维的行向量,每一个分量表示出了解群在该维坐标上的空间分布. 显然 $D_t^{(l)}$ 越大,则解群在第 l 维坐标上的空间分布就越大.

方差仅反映出了解群的空间偏离程度,还不能完全刻画出解群的多样性. 为此引入描述解群多样性的第二个量-熵[5].

定义 2　若第 t 代解群有 Q 个子集: $S_{t1}, S_{t2}, \cdots, S_{tQ}$ 各个子集所包含的个体数目记为 $|S_{t1}|, |S_{t2}|, \cdots, |S_{tQ}|$ 且对任意 $p, q \in \{1, 2, \cdots, Q\}$, $S_{tp} \cap S_{tq} = \Phi$, $\bigcup_{q=1}^{Q} S_{tq} = A_t$, A_t 为第 t 代解群的集合. 则定义第 t 代解群的熵如下

$$E_t = -\sum_{j=1}^{Q} p_j \log(p_j) \tag{4}$$

其中 $p_j = |S_{tj}| / N$, N 为解群中个体数目.

由定义 2 可知,当解群中所有个体都相同时,即 $Q = 1$,这时熵取最小值 $E = 0$;当 $Q = N$ 时,熵取最大值 $E = \log(N)$. 解群中的个体类型越多,分配得越平均,熵就越大. 对于十进制编码,熵的最大值为 $E_{\max}^{D} = \log(N)$;对于二进制编码熵的最大值为 $E_{\max}^{B} = \log(\min(N, 2^L))$.

一般初始解群的方差和熵都很大,单目标优化问题中当解群的方差和熵都很小时,解群收敛,与单目标优化问题不同的是,多目标优化问题收敛时,由于有小生境算子的作用,得到均匀分布 Pareto 最优解集,此时解群方差很大,而熵很小.

5　多个体参与交叉遗传算法对解群多样性的影响

多个体参与交叉的遗传算法的交叉操作可以描述为随机地从解群 $x_t^1, x_t^2, \cdots, x_t^N$ 中选出 a 个个体,依交换概率 P_c 进行基因重组运算,产生解群 $x_t^1, x_t^2, \cdots, x_t^N$. Xiaofeng Qi[6]证明了当解群数目无穷,交叉操作保证每个坐标的边缘概率密度函数不变,即

$$g_{x_t'}(l)(x^{(l)}) = g_{x_t}(l)(x^{(l)}) \tag{5}$$

其中 $l \in \{1, 2, \cdots, L\}$.

定理 2　无论交叉操作是两个个体参与交叉,还是多个个体参与交叉,都不改变解群的方差, $D_t = D_0$. D_0 是初始解群方差.

证明由式(5),定理 2 显然成立.

可以证明采用多个体参与交叉的遗传算法可明显增加解

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

的多样性,而且这种增加是指数增长的.由定理 2 知道交叉操作不改变解群的方差,交叉操作增加解的多样性事实上是增加了解群的熵.而采用多个个体参与交叉的遗传算法能呈指数快速性增加解群的熵.

定理 3 当 $t\to\infty$ 时,多个体参与交叉的遗传算法的熵与两个体参与交叉的熵相同.

证明 任意数目个体参与交叉后产生的不同类型个体都可以通过两个体多次交叉后产生.易得定理 3.

从定理 2、3 还可以看出,交叉操作不能保证解群的熵在 $t\to\infty$ 时达到最大,熵的变化与初始解群的分布有关,当初始解群的所有个体都相同时,交叉操作不改变解群的熵.

6 多个体参与交叉的 Pareto 多目标遗传算法的总体框架

见图 1,图中的虚框表示对两点交叉的 Pareto 多目标遗传算法的改进部分.原方法中每次从群体中取出两个个体进行交叉、变异及小生境操作,整个群体进化一次需在这个过程中进行 $PN/2$(PN 为群体规模)次交叉、变异及群体分级排序等操作,这也正是常规的多目标遗传算法耗时的根源所在.改用多个体交叉后,在刚才的过程中仅需 PN/r 次操作,其中 r 为每次参与交叉的个体数.采用这种方法,理论上可将上述过程中的计算时间减少到原 $r/2$.从这个结论可以假设每次参与交叉的群体数目越多,这个多目标遗传算法计算的时间越短.但实际计算中还需考虑到计算的收敛性问题,这将在下面的算例中加以研究.

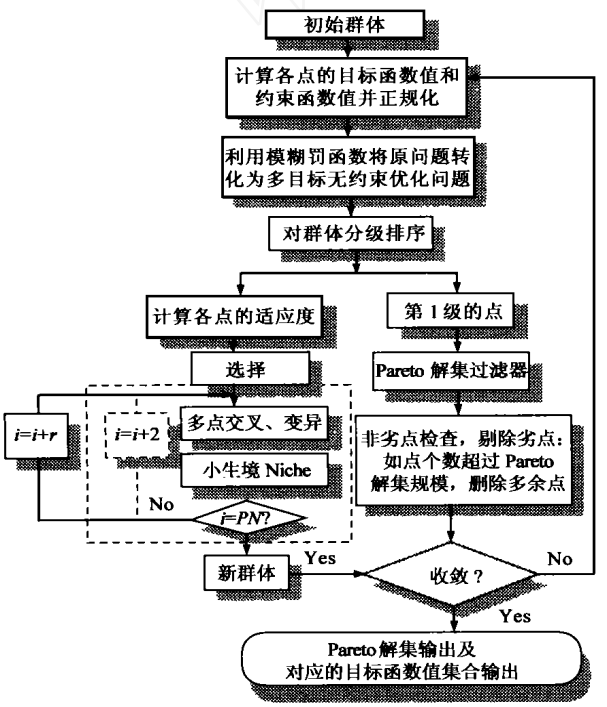

图 1 Pareto GA 总体框架

7 算例

本文采用一个算例来说明多个体交叉的 Pareto 多目标遗传算法的速度和每次参与交叉的个体数之间的关系,以及多个体交叉对计算效率的影响.

算例取自文献[2],为一多目标优化设计,其中需极小化的两个目标为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$.用 Pareto GA 进行多目标优化设计.程序中取初始群体中的个体数为 60,Pareto 解集过滤器的规模为 60,进化次数 100 代,计算出的 Pareto 最优解集中的点的比较如图 2 所示.图 3 是多点交叉遗传算法 100 代不同交叉点数时计算时间的比较.程序用 Matlab 编制,在 Pentium166,32M 内存条件下运行.正如前面预测的那样,计算时间随每次参与交叉的个体数目增加而减少.但当交叉点数超过 5 点时,计算结果表明收敛性下降较多,故不作研究.

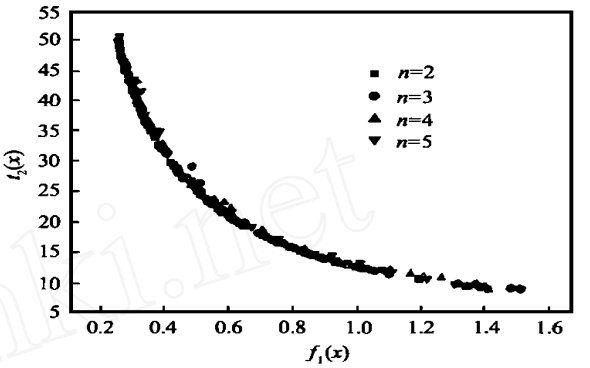

图 2 采用多点交叉时不同交叉点数计算结果的比较

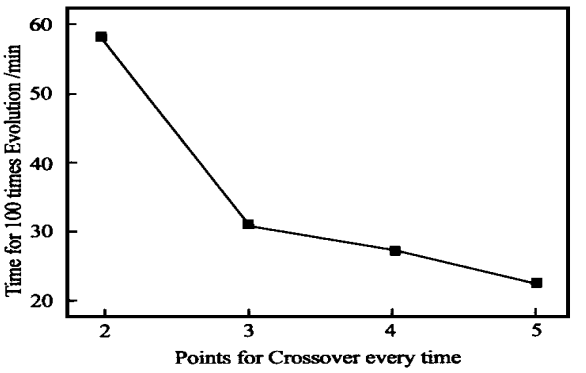

图 3 多个体交叉的遗传算法进化 100 次所用时间与参与交叉个体数间的关系

8 分析与结论

从计算结果可以发现,采用 3 点交叉的计算速度比 2 点交叉提高近一倍,而采用 5 点交叉的计算速度比 2 点交叉提高近两倍;

(1)从速度增长的趋势来看,交叉点数超过 3 点以后,速度增长变得平缓,同时从进化产生的 Pareto 最优解集来看,交叉点数增加后导致收敛性降低,需要更多的进化次数才能收敛至全局最优解集.本文建议计算中交叉点数取 3 或 4 为佳.

(2)本文的理论及计算结果证明了采用多个体交叉确实能在很大程度上提高解群的多样性,并且能增加计算效率.

(3)种群的多样性可以由方差和熵两个量来全面衡量,方差体现了种群在搜索空间中的分布离散程度,熵体现了种群

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

集合中不同类型个体的分布情况.

(4)多个体交叉不改变解群的方差,交叉操作增加解的多样性事实上是增加了解群的熵.

多个体参与交叉的遗传算法可明显增加解的多样性,而且这种增加是指数增长的.

参考文献:

[1] Ben-Tal, Aharon, Characterization of pareto and lexicographic optimal solutions [A]. In: Multiple Criteria Decision Making Theory and Application (G. Fandel and T. Gal, Eds.). Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer-Verlag. Berlin, 1980, 177: 1 - 11.

[2] 朱学军,王安麟,张惠侨. 用 Pareto 遗传算法实现机械/结构系统的多目标优化设计 [J]. 机械科学与技术, 1998, 11(增刊): 51 - 53.

[3] Goldberg, D. E., Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning [M]. Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

[4] 朱学军,攀登,王安麟. 混合变量多目标优化设计的 Pareto 遗传算法实现 [J]. 上海交通大学学报, 2000. 3.

[5] 张晓馈,戴冠中,徐乃平. 遗传算法种群多样性的分析研究 [J]. 控制理论与应用, 1998, 15(1): 17 - 23.

[6] Qi Xiaofeng, Francesco Palmieri. Theoretical analysis of evolutionary algorithms with an infinite population size in continuous space, part Ⅱ: analysis of the diversification role of crossover [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1994, 5(1): 120 - 129.

作者简介:

朱学军　1972 年生,上海交通大学机械工程学院博士. 研究领域为进化计算,健壮设计,质量工程,有限元等. 已在国内外发表文章 15 篇.

陈　彤　讲师,上海交通大学电子工程系博士生. 研究领域为因特网的服务质量,服务区分体系结构,资源分配算法等.

中国电子学会第七届学术年会

征　文　通　知

中国电子学会学术年会是中国电子学会最主要的学术活动之一,每四年召开一次,倍受国内电子信息技术领域专家、学者和企业界的关注. 至今,已连续召开了六届. 第七届学术年会定于 2001 年 6 月在北京召开. 这次年会召开之时正值世纪交替之际,必将为我国电子信息领域内广大科技工作者提供一个回顾和展示即将过去的一个世纪的科研成果,交流新的学术思想、新的学术观点的讲坛,同时也是大家共同展望新世纪美好前景的盛会.

热烈欢迎从事电子信息技术研究、生产、管理的专家、学者、企业家;中国电子学会理事、会员及中国电子学会的各个工作委员会的委员们积极撰稿并参加会议进行交流.

征文范围

我们欢迎所有电子信息技术领域的有创见性的文章,以下几方面的文章为重点.

国民经济信息化建设
通信网络、工程和技术
生物信息技术和工程
消费类电子产品和技术
环境保护和遥感电子技术
微波、毫米波器件、理论和技术
管理工程与其它电子信息技术
电磁波理论工程和技术(天线、电波传播和电磁兼容)
军事电子系统、工程和技术
计算机系统、工程和技术
微电子、元器件、电子材料技术
电子商务和信息安全
改造传统产业中的电子技术问题
电磁测量和计量理论与技术

征文要求

会议采用特邀和广泛征文相结合的方式进行,论文以综述和评述文章为主;论文集将公开出版发行,投稿方式为全文投稿,每篇论文限 6 页. 投稿时请寄送两份激光打印稿,并要求随文附寄软盘,论文请用 WORD 排版. 论文第一页正文前应写:论文题目、作者姓名、工作单位、邮政编码、E-mail、100 字以内的摘要,3～5 个关键词及参考文献(论文排版版式样张附后).

为避免差错,大会不接受电子邮件投递的论文.

时间安排

收论文截止时间:2001 年 3 月 30 日;发录用通知:2001 年 4 月 20 日前;会议时间:2001 年 6 月.

投稿地址

100036　北京 165 信箱,章珠凤,电话:(010) 68283457　Fax:(010) 68283458

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net