

周期结构 FDTD 算法的各向异性 PML 边界条件

康利鸿¹, 刘克成²

(1. 北京遥感信息研究所 北京, 100011; 2. 长沙国防科大 403 教研室, 长沙 410073)

摘 要: 本文建立了一种新的适用于周期 FDTD 计算的边界条件—周期/各向异性 PML 混合边界条件. 计算验证表明, 本文的方法改善了原来单向波边界的缺点, 具有较高的精度, 使周期 FDTD 算法进一步走向成熟.

关键词: 周期结构; FDTD; 边界条件

中图分类号: TN015 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2000) 12-0111-02

Anisotropic PML B. C. in FDTD Calculation of Periodic Structures

KANG Li-hong¹, LIU Ke-cheng²

(1. Beijing Remote Sensing Institute, Beijing 100011, China;

2. Dept. of Electronic Technical, National University Defence of Technical, Changsha 410073, China)

Abstract: In this paper, a new algorithm, periodic/ Anisotropic PML B. C. for periodic FDTD calculation, is introduced. The result show that the new method is better in precision than the old one and eliminate the shortcoming in the old. This work makes periodic FDTD method more convenient and accurate in use.

Key words: periodic structures; FDTD; boundary condition

1 引言

在处理电磁问题时, 经常遇到周期结构问题, 即同样的结构向两侧无限延伸. 周期结构的电磁计算一直得到广泛的关注和研究^[1-4], 研究周期结构算法有助于简化目标的计算, 得到更精确的结果.

最早对周期结构的计算用频域方法: 利用 Floquet 模的原理, 建立起积分方程进行求解. 为了得到时域响应, 需要求出大量频率点上的值进行傅里叶变换, 这是非常低效率的方法. 1991 年, C. H. Chen 等把 FDTD 方法引入周期结构电磁问题^[5], 求解时域响应, 得到了令人满意的结果. 图 1 是周期 FDTD 算法的计算周期结构电磁问题的示意图, 只取了无限周期中的一个进行计算, 边界情况如图 1 所示.

同期结构 FDTD 算法和非周期结构的 FDTD 算法有明显的差异. 在用周期 FDTD 算法解周期问题时, 为了从已知场推出未知场的迭代式能够顺利进行, 需要用 E、H 的替换量来代替 E、H 本身参加迭代, 并把原来的方程改变为替换量的方程. 原来对应 E、H 建立的吸收边界条件要改为替换量的吸收边界条件. 而能否找到新的适于周期算法的边界条件, 是周期 FDTD 算法所面临的问题, 新边界条件引起误差的大小将决定算法的精度. 文献[6]中对周期边界的处理是采用变形的单向波边界条件, 它具有一定的精度, 但是如同经典 FDTD 方法中的单向波边界一样, 精度有限, 尤其在三维问题中, 有时会引起不小的边界反射, 给计算带来很大误差, 甚至于使计算发散. 这在很大程度上限制了周期算法在实际中的应用.

本文所做的工作就是根据 FDTD 算法中各向异性 PML (完全匹配层) 边界及周期算法的原理, 对原来的周期迭代式进行分裂、变形后, 得到了周期/各向异性 PML 混合边界条件. 并在文章的最后进行了数值验证.

2 公式推导

2.1 周期 FDTD 计算方法

如图 1 所示情况, TE_z 波, 波源入射方向与 x 轴成 θ 角. 由于波斜射, 通过如下变换^[6]

$$\tilde{P}_x = \tilde{E}_x e^{-jk_x x} \quad \tilde{P}_y = \tilde{E}_y e^{-jk_x x} \quad \tilde{Q}_z = \tilde{H}_z e^{-jk_x x} \quad (1)$$

将波“拨正”, 即在周期边界上对应点的 \tilde{P}_x 、 \tilde{P}_y 、 \tilde{Q}_z 是相等的, 维持了场周期性. 可以得到关于 \tilde{P}_x 、 \tilde{P}_y 、 \tilde{Q}_z 的“变形 Maxwell 方程”. 变换到时域, 并进行整理得到:

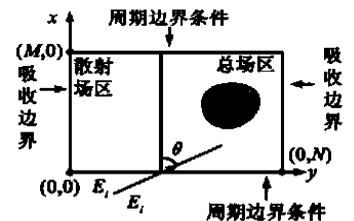


图 1 周期 FDTD 方法计算示意图

$$\begin{cases} \frac{\partial P_x}{\partial t} = \frac{\partial Q_z}{\partial y} \\ \frac{\partial P_y}{\partial t} = \frac{\cos \theta}{\mu_0 \nu} \left(\frac{\partial P_x}{\partial y} - \frac{\partial P_y}{\partial x} \right) - \frac{1}{\nu} \frac{\partial Q_z}{\partial x} \\ \mu_0 \frac{\partial Q_z}{\partial t} = \frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial P_x}{\partial y} - \frac{\partial P_y}{\partial x} \right) - \frac{\cos \theta}{\nu} \frac{\partial Q_z}{\partial x} \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\epsilon = 1 - \cos^2 \theta / (\epsilon_0 \mu_0 v^2)$, 式(2) 离散后就是时域的周期 FDID 迭代式.

2.2 各向异性 PML 技术

各向异性 PML 技术最初是 Sckis 等于 1995 年提出来的^[9], 试验与理论证实它能在获得与 PML 相同效果的同时, 减少内存消耗量, 简述如下.

设有各向异性的损耗介质, 其参数如式(3) 所示. 已经证明^[9]若 $y=0$ 界面是该介质与空气的分界面, 那么一束平面波从任意角度投射于 $y=0$ 界面, 将不会引起任何反射, 而且投射到该介质中的波将会很快衰减到 0. 对垂直于其它轴的分界面, 按坐标变换的法则变换 $\bar{\epsilon}$, 会有同样的结论. 把这种介质置于 FDID 计算区域周围, 应是理想的边界截断.

$$\bar{\epsilon} = \begin{pmatrix} 1 + \gamma_j & & \\ & 1/(1 + \gamma_j) & \\ & & 1 + \gamma_j \end{pmatrix} = \bar{\mu} \quad (3)$$

2.3 周期/各向异性 PML 混合边界条件

考虑图 1 中的周期结构, 在吸收边界处设置各向异性 PML 介质, 则周期结构中的电磁场在两吸边界处也将无反射的传播并很快衰减. 即使对变形后的麦克斯维方程式(2) 来说, 同样也适用, 因为其在物理实质上代表的是电磁场. 下面就推出在各向异性 PML 介质中的周期结构的迭代式.

考虑 $y=0$ 界面. 在各向异性 PML 介质中

$$\begin{cases} (-j \omega + \gamma_x) \tilde{P}_x = 1 + \frac{\partial \tilde{Q}_z}{\partial y} \\ \frac{-j \omega}{1 + \gamma_j(j \omega)} \tilde{P}_y = -jk_x \tilde{Q}_z - \frac{\partial \tilde{Q}_z}{\partial x} \\ \left(-j \omega \mu_0 + \frac{\mu_0}{\mu_y} \right) \tilde{Q}_z = \frac{\partial \tilde{P}_y}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial x} - jk_x \tilde{P}_y \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{令} \begin{cases} \frac{0}{1 + \gamma_j(j \omega)} \tilde{P}_y = \tilde{D}_y \\ \left(-j \omega \mu_0 + \mu_0 \right) \tilde{Q}_z = -j \tilde{B}_z \end{cases} \quad (5)$$

现在可简写式(4)为

$$\begin{cases} (-j \omega + \gamma_x) \tilde{P}_x = \frac{\partial \tilde{Q}_z}{\partial y} \\ -j \tilde{D}_y = -jk_x \tilde{Q}_z - \frac{\partial \tilde{Q}_z}{\partial x} \\ -j \tilde{B}_z = \frac{\partial \tilde{P}_x}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{P}_y}{\partial x} - jk_x \tilde{P}_y \end{cases} \quad (6)$$

由于式(6)中的等式两端都有 j , 即对时间微分项, 所以它还不能进行差分迭代, 为此对 \tilde{D}_y, \tilde{B}_z 进行“分裂”:

$$\text{令} \quad B_z = B_z^a + B_z^b \quad (7)$$

$$\text{其中} \quad \mu \frac{\partial B_z^a}{\partial t} = \frac{\partial P_x}{\partial y} - \frac{\partial P_y}{\partial x}, \quad B_z^b = \frac{\cos \theta}{\mu_y} P_y \quad (8)$$

$$\text{同样令} \quad D_y = D_y^a + D_y^b \quad (9)$$

$$\text{其中} \quad \frac{\partial D_y^a}{\partial t} = -\frac{\partial Q_z}{\partial x}, \quad D_y^b = \frac{\cos \theta}{v} Q_z \quad (10)$$

将式(10)代入式(8)中得到

$$B_z = \frac{1}{\mu} B_z^a + \frac{\cos \theta}{\mu_y} P_y^b \quad (11)$$

由式(6)经以上以“分裂”, 变换到时域, 得到

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_z^a}{\partial t} &= \frac{\partial P_x}{\partial y} - \frac{\partial P_y}{\partial x}, \quad \frac{\partial P_x}{\partial t} + P_x = \frac{\partial Q_z}{\partial y}, \\ \frac{\partial D_y^a}{\partial t} &= -\frac{\partial Q_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial P_y^a}{\partial t} = \frac{\partial D_y^a}{\partial t} + D_y^a \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} B_z &= \frac{1}{\mu} B_z^a + \frac{\cos \theta}{v} P_y^b, \quad \mu \frac{\partial Q_z}{\partial t} + \mu Q_z = \frac{\partial B_z}{\partial t}, \\ D_y &= D_y^a + \frac{\cos \theta}{v} Q_z, \quad \frac{\partial P_x}{\partial t} = \frac{\partial D_y}{\partial t} + D_y \end{aligned} \quad (12b)$$

式(12)是计算区域的吸收边界和处理, 计算区域中心计算式采用式(2) 即可, 均可顺利的写出迭代式, 这就组成了一种新的周期结构 FDID 迭代计算方法.

3 计算结果

为了验证新的边界条件, 采用它来计算无限正弦周期结构(海浪的简化模型) 的散射, 并将得到的结果与文献[10] 中对无限正弦周期结构的分析进行了比较.

图 2、3 是无限周期海浪表面的电流, 海浪的形状及结构参数见图 3. 源设置为连续波, 频率 $f=4\text{GHz}$, 入射角 θ 为 5 度, TM 波(相对于传播方向).

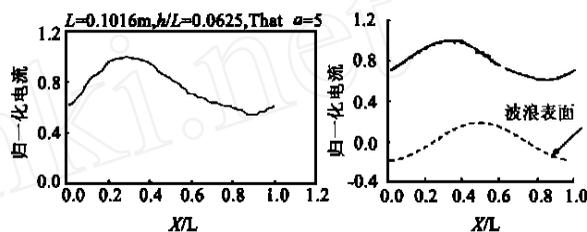


图 2 周期 FDID 方法解海浪表面电流

图 3 Floquet Mode 方法解海浪表面电流(AD 数据)

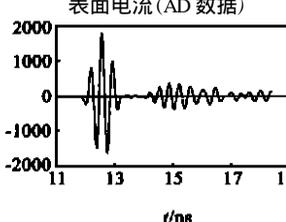
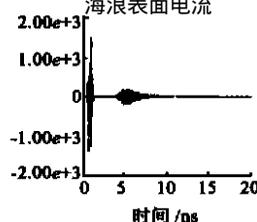


图 4 Floquet Mode 方法解散射场 图 5 本文方法所得散射场

数据见图 3, 其计算方法为 Floquet Mode 与 EFIE-PGF 方法. 图 2 则为用本文所述方法的计算数据图. 可以看到图 2 与图 3 具有较高的一致性.

图 4、5 是无限正弦周期结构的散射场. 图 4 是文献[10] 数据, 图 5 是本文方法所得结果. 可以看出两图具有较高的一致性.

4 结论

本文提出了一种新的周期 FDID 计算的边界条件—周期/各向异性 PMI 混合边界条件. 文中给出了理论推导及结果验证, 表明这是一种非常成功的周期 FDID 计算边界条件, 降低了边界反射, 提高了算法精度.

参考文献:

[1] Ishimaru, A. Electromagnetic wave propagation, Radiation and scattering [M]. Prentice Hall, Englewood Cliffs, Net Jersey, 1991.

式的输出线路,还有待通过同时考虑到谐波增益和效率等其它因素后决定.

参考文献:

- [1] Harper. J. Circuit velocity step taper for suppression of backward-wave oscillation in electron interaction devices. U. S. Patent 3 761 760, September 1973.
- [2] Jung. A. R. 10KW and up from helix t. w. t. IEDM, 24th Technical Digest, December 1978:530 - 532.
- [3] B. Epsztein and G. Kantorowicz. Suppression of backward-wave oscillations in multikilowatt helix TWT s. Proc. 1973 European Microwave Conf.
- [4] C. Hagstrom and O. Nilsson. Start oscillation currents in tapered BWO s. Proc. 1973 European Microwave Conf.
- [5] A. J. Sangster. Backward-wave suppression in a very wide-helix traveling-wave tube using a slow waveguide filter. IEEProc. ,Part. H, February 1991:138(1).
- [6] B. Olle Nilsson and Claes E. Hagstrom. A two-wave theory of traveling-wave tubes and backward-wave oscillations. IEEE Transactions on Electron Devices ,October 1975 ,ED-22(10) :869 - 880.

作者简介:



杨金生 1968年生,1990年毕业于东北师范大学物理系,1996年获理学硕士学位,现为信息产业部电子第十二研究所博士研究生,从事电真空器件的研制工作.

张金玲 1968年生,1990年毕业于内蒙古大学物理系,1993年获理学硕士学位,现从事人工神经网络和电磁场理论方面的教学和科研工作.

(上接第 112 页)

- [2] Beckmann, P. ,and A. Spizzichino. Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surface [M]. Pergamon London ,1936.
- [3] DeSanto, J. A. Scattering from a perfectly reflecting arbitrary periodic surface :An exactly theory [J]. Nov. -Dec. 1981. Radio Science 16:1315 - 1326.
- [4] Jordon A. K. ,et al. Electromagnetic scattering patterns from sinusoidal surfaces [J]. Nov. - Dec. ,1979. Radio Science ,14:1077 - 1088.
- [5] C. H. Chen ,et al. Electromagnetic scattering of waves by random rough surface A finite-difference-time-domain approach [J]. Microwave Opt. Technol. Lett. ,1991. 4(9) :355 - 358.
- [6] M. E. Veysoglu ,et al. A finite-difference-time-domain analysis of wave scattering from periodic surface :oblique incidence case [J]. J. Electromagnetic Waves Applicat. ,1993. 7(12) :1595 - 1607.
- [7] J. A. Roden ,et al. Time-domain analysis of periodic structures at oblique incidence :orthogonal and nonorthogonal FDTD implementation [J]. IEEE T-MTT. ,1998 ,46(4) .
- [8] J. P. B éenger. A Perfectly Matched Layer For the Absorption of Electromagnetic Waves [J]. J. Comput. Phys. 1994 ,114:185 - 200.
- [9] Z. S. Sacks ,et al. A Perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition [J]. IEEE. T-AP. Dec. 1995 ,43 :1460 - 1463.
- [10] A. Norman ,et al. Transient scattering of a short pulse from a conducting sinusoidal surface [J]. J. Electromagnetic Waves Applicat. ,1996 ,10(4) :461 - 487.