

# 匹配付里叶变换的噪声抑制与滤波

王盛利, 张光义

(南京电子技术研究所, 江苏南京 210013)

**摘 要:** 本文讨论了匹配付里叶变换对噪声的影响, 通过理论和仿真分析表明, 匹配付里叶变换可以扩展有色噪声的带宽, 减小所匹配信号的带宽, 从而提高信号的检测性能。由于信号和噪声不同的匹配付里叶域的分布不同, 则可在不同的匹配付里叶域进行滤波, 进一步提高检测性能。仿真表明, 在信噪比为 -20dB 的条件下, 线性调频信号通过多次不同的匹配付里叶域滤波, 可得到信号比噪声高 15dB 以上的效果。

**关键词:** 匹配付里叶域滤波; 线性调频; 有色噪声; 滤波

**中图分类号:** TN911

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112 (2001) 12-1683-02

## Restraining and Filtering Noise in the Match Fourier Transform

WANG Sheng-li, ZHANG Guang-yi

(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing, Jiangsu 210013, China)

**Abstract:** In this paper, the affects of the match Fourier transform on noise are discussed. Theoretical analyses and simulations indicate that the match Fourier transform can enlarge the bandwidth of the coloured noise and compress the bandwidth of the matched signal, which improves the performance of detecting signal. Because the distribution of signal and noise is dissimilar in the different match Fourier field, so the filter can be made in the different match Fourier field to get better performance. The simulations show that under the condition of S/N = -20dB, if the chirp signal is filtered time after time in the different match Fourier field, the signal may be over 15dB more than noise.

**Key words:** the match Fourier transform; chirp signal; coloured noise; filter

### 1 引言

匹配付里叶变换是一种处理非平稳信号的有效方法。由于同一信号在不同匹配付里叶变换的正交基上频谱不同, 仅有匹配付里叶变换的正交基与信号匹配时, 输出才达到最大。

一个白噪声通过一个带滤波器之后成为有色噪声, 这种有色噪声在付里叶频域中的分布范围与在不同匹配付里叶频域的分布范围是不一样的; 在付里叶频域中的一些能量的有色噪声, 在匹配付里叶频域中, 噪声能量会分布在更大的范围。故在有色噪声中含有非线性调制信号时, 匹配付里叶变换可使信号的能量集中在比较小的范围, 有色噪声能分布在比较大的范围, 这也就是匹配付里叶变换对非平稳信号有比较好的性能的原因。

匹配付里叶变换是如何抑制噪声的呢? 通过不同的匹配付里叶频域滤波之后, 信号的检测性能是否得到改善呢?

### 2 匹配付里叶频域噪声特性

在付里叶频域中, 噪声可以看作许多点频, 它们之间的幅度和相位是不相关的。为了研究匹配付里叶变换噪声抑制, 我们以线性调频信号为例, 研究付里叶频域中的点频在匹配付里叶频域中变化规律, 由此也可了解由许多点频组成的噪声在由付里叶频域到匹配付里叶频域变化规律。

若信号形式表示为:  $f(t) = a_i e^{j i^{(t)}} + n(t)$ , 其中  $(t)$  为单调有界函数, 匹配付里叶变换可表示为:

$$F(\omega) = \int_0^T f(t) e^{-j \omega t} dt \quad (1)$$

由此, 我们可假设离散的线性调频信号模型为:

$$s(n) = e^{j2 f_{d0} T n} + e^{j2 f_{b1} T^2 n^2} \quad (2)$$

其离散匹配付里叶变换为:

$$s(k) = 2 T^2 \sum_{n=0}^{N-1} s(n) n e^{-j2 k T^2 n^2} \quad (3)$$

通过大量仿真研究, 可以发现: (1)  $f_{d0}$  越小, 则其峰值越大, 这说明了对于噪声来说, 低频段的噪声要比高频段的噪声对检测性能的影响要大; (2) 峰值出现的位置在  $f_{d0}/2$  略大处; (3) 在  $f_{d0} = 1\text{Hz}$  时, 其曲线比较平滑; 随着  $f_{d0}$  的增大, 曲线出现振荡,  $f_{d0}$  越大, 振荡频率也越高; 在峰值的左边曲线是平滑的, 在峰值的右边, 距峰值越近, 振荡频率越高。

我们以线性调频信号为例, 设线性调频参数  $f_{b1} = 100\text{Hz/s}$ , 加入 20dB 的白噪声,

则其付里叶频谱图中的噪声谱完全覆盖了线性调频信号; 若让信号在付里叶频域通过一个矩形低通滤波器, 即滤除了高频段噪声谱, 则其匹配付里叶频谱图如图 1 所示, 这里我们可以看到线性调频信号谱要比噪声谱高出近 >4dB。

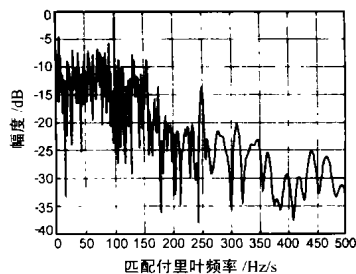


图 1 匹配付里叶频率/(Hz/s)

### 3 匹配付里叶域滤波

在式(1)中,若  $t = t^p$ , 式中的  $p$  可以是整数,也可以是分数.  $p$  取的不同,则噪声的功率在不同的匹配付里叶频域的分布也是不相同的,特别是有色噪声,这种在不同的匹配付里叶频域中分布的不相同性可以用来滤除部分噪声功率. 对于线性调频信号来说,我们可以在付里叶频域中滤除部分噪声功率,再在  $1 < p < 2$  的匹配付里叶频域中滤除部分噪声功率. 此处理可进行多次,然后在  $p = 2$  的匹配付里叶频域检测信号. 处理的结构框图如图 2 所示:

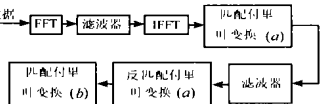


图 2

图中的“匹配付里叶变换(a)”和“反匹配付里叶变换(a)”为  $1 < p < 2$ . 即将  $t = t^p$  代入式(1)有:

$$S(k) = pT^p \sum_{n=0}^{N-1} s(n) n^{p-1} e^{-j2\pi kT^p n^p} \quad (4)$$

它的反匹配付里叶变换的形式为:

$$s(m) = \sum_{k=0}^{M-1} S(k) e^{-j2\pi kT^p m^p} \quad (5)$$

当  $p = 1.7$  时, 式(4)和式(5)可表示为:

$$S(k) = 1.7 T^{1.7} \sum_{n=0}^{N-1} s(n) n^{0.7} e^{-j2\pi kT^{1.7} n^{1.7}} \quad (6)$$

$$s(m) = \sum_{k=0}^{M-1} S(k) e^{-j2\pi kT^{1.7} m^{1.7}} \quad (7)$$

若仍选取线性调频参数  $f_{b1} = 100\text{Hz/s}$ , 在没有加入噪声时的信号通过一截止频率为  $200\text{Hz}$  的矩形低通滤波器之后, 信号的频谱变窄, 信号的主要能量集中在匹配付里叶频率点 50 到 120 之间, 故可设计一在此范围内的矩形带通滤波器, 信号通过此滤波器之后的  $p = 2$  的“匹配付里叶变换(b)”频谱图如图 3(a)所示, 从图中我们可以看到 25dB 以上匹配付里叶谱宽仅占一很窄带宽的性能。

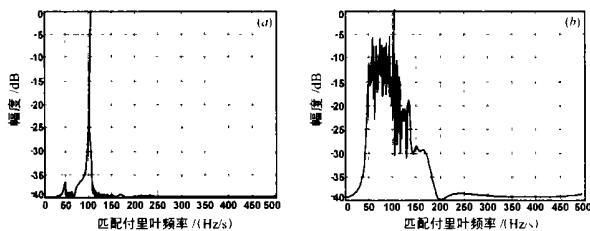


图 3

当加入 20dB 噪声时, 按前述处理方法, “匹配付里叶变换(b)”频谱图如图 3(b)所示. 在图 3(b)中, 我们可以看到线性调频信号谱要比噪声谱高出近 6 dB 左右, 它与图 1 相比, 性能改进近 2 dB, 由此可知, 经不同的匹配付里叶域的滤波, 可以更好的抑制噪声, 改进信号的检测性能。

### 4 “滑窗”滤波

在实际中遇到的信号中, 不仅有线性调频分量, 还有频率分量, 它的一般表达式为:

$$f(n) = \sum_i a_i e^{j2\pi(k_{d1} \frac{n}{N} + k_{s1} (\frac{n}{N})^2)} + N(n) \quad (8)$$

由于不知道其频率分量的大小, 所设计的滤波器不能保证信号的能量完全通过, 若让信号通过一中心频率变化的带通滤波器, 以保证信号的能量完全通过某一滤波器. 设滤波器带宽为  $2B$ , 中心频率为  $k_1 + B$ , 则其滤波器可以表示为  $g(k_1, n)$ , 称  $g(k_1, n)$  为“滑窗”滤波器. 故信号通过“滑窗”滤波后, 其信号  $s(k_1, n)$  可表示为:

$$s(k_1, n) = g(k_1, n) * f(n) \quad (9)$$

在文献[4]中介绍了处理线性调频信号有二种处理方式, 则处理“滑窗”滤波后信号的二步离散匹配付里叶变换为:

$$F_s(k_1, k_2) = \sum_{n=0}^{N-1} s(k_1, n) e^{-j2\pi(k_1 \frac{n}{N} + k_2 (\frac{n}{N})^2)} \frac{n}{N} \quad (10)$$

处理“滑窗”滤波后信号的二阶离散匹配付里叶变换为:

$$F_r(k_1, k_2) = \sum_{n=0}^{N-1} s(k_1, n) e^{-j2\pi(k_1 \frac{n}{N} + k_2 (\frac{n}{N})^2)} (\frac{n}{N} + \frac{k_1}{2k_2}) \quad (11)$$

若设信号的  $i =$

$1; k_{d1} = 20, k_{s1} = 20$ , 信噪比为 -20dB, 采样的点数为 1024 点, 观察的时间宽度为 1s. 图 4 为在付里叶频域加了“滑窗”滤波后信号的二阶离散匹配付里叶变换处理的结果. 通过

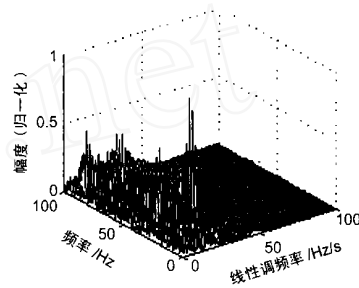


图 4

仿真: 二阶离散匹配付里叶变换要比二步离散匹配付里叶变换处理的效果好。

### 5 结束语

从前文的理论和仿真分析表明, 噪声在不同的匹配付里叶频域, 其噪声功率分布是不同的, 特别是有色噪声, 可以明显看出其分布是不同的. 从分析中我们可以了解到, 有色噪声的低频段对信号检测影响要比高频段更明显, 这是由于低频段噪声在匹配付里叶频域有比较小的带宽, 能量集中, 表现为噪声幅度大, 而高频段噪声在匹配付里叶频域有比较大的带宽, 能量相对分散, 而表现为噪声幅度小。

由于噪声在不同的匹配付里叶频域的分布不同, 则可在不同匹配付里叶频域内进行滤波, 以提高信号的检测性能, 仿真分析也表明, 经多次不同匹配付里叶频域滤波要比仅在付里叶频域滤波的信号谱更突出。

### 参考文献:

- [1] Wang Shengli, Zhu Li. Changeable sampling processing for chirp signals in the SAR [A]. Fourth International Conference on Signal Processing [C], October 12 - 16, 1998, Beijing, CHINA: 1473 - 1476
- [2] 王盛利等. 一种改进变抽样率处理方法 [J]. 航空学报, Sep. 2000, 21(5): 465 - 467.
- [3] 王盛利等. 一种改进抽样率处理方法 [J]. 信号处理, 1999, 15(4): 325 - 328.
- [4] 王盛利等. 一种新的变换—匹配付里叶变换 [J]. 电子学报, 2001, 29(3): 403 - 405.