基于离散元胞蚂蚁算法的几何约束求解技术研究

曹春红[1],王利民[2,3],赵大哲[4]

(1.东北大学信息科学与工程学院,辽宁沈阳 110819;2.吉林大学计算机科学与技术学院,吉林长春 130012;
3.计算机软件新技术国家重点实验室,南京大学,江苏南京 210093;4.医学影像计算教育部重点实验室,东北大学,辽宁沈阳 110819)

摘 要: 一个约束描述了一个应该被满足的关系,一旦用户已经定义了一系列的关系,那么在修改参数之后,系统会自动选择合适的状态来满足约束.在将几何约束问题的约束方程组转化为优化模型的时候,引入一种利用元胞演化规律和蚂蚁寻优特点的离散元胞蚂蚁算法.离散元胞蚂蚁算法是一种新型的仿生算法,它利用元胞在离散元胞空间的演化规律和蚂蚁寻优的特点,为解决实际问题提供了一种优化方法.实验表明,该方法可以比较有效的处理几何约束问题.

关键词: 几何约束求解;元胞自动机;蚂蚁算法

中图分类号: TP391.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2011)05-1127-04

The Research Based on the Discrete Cellular Ant Algorithm in the Geometric Constraint Solving

CAO Chun-hong[1],WANG Li-min[2,3],ZHAO Da-zhe[4]

(1.*Collge of Information Science and Engineering*,*Northeastern University*,*Shenyang*,*Liaoning* 110819,*China*;
2.*College of Computer Science and Technology*,*Jilin University*,*Changchun*,*Jilin* 130012,*China*;
3.*State Key Laboratory for Novel Software Techonology*,*Nanjing University*,*Nanjing*,*Jiangsu* 210093,*China*;
4.*Key Laboratory of Medical Imanage Computing of Education*,*Northeast University*,*Shenyang*,*Liaoning* 110819,*China*)

Abstract: A constraint can describe a relation to be satisfied.Once the user defines a series of relations,the system will select a proper state to satisfy the constraints after the parameters are modified.When transferring the geometric constraint equation group into the optimization model,we adopt a discrete cellular ant algorithm (DCAA) by evolutionary rule of cells and characteristics of ant colony optimization.Discrete cellular ant algorithm is a new type of bionic algorithm,which uses the evolution law of cellular in the discrete cellular space and the characteristics of ant optimization,and it provides an optimal way for solving practical problems.The experiment shows that the algorithm can solve the geometric constraint problems efficiently.

Key words: geometric constraint solving;cellular automata;ant algorithm

1 引言

几何约束求解问题是当前基于约束设计研究中的热点问题.一个约束描述了一个应该被满足的关系,一旦用户已经定义了一系列的关系,那么在修改参数之后,系统就会自动选择合适的状态来满足约束,这种思想方法叫做基于约束的模型.如今国内外很多学者运用数值计算理论、人工智能理论、图论、自由度分析理论等对约束求解进行了深入的研究,归纳起来主要有整体求解法、稀疏矩阵法、连接分析法、规约构造法、约束传播法、符号代数法和辅助线法等[1].

几何约束问题的约束方程组可转化为优化模型,因此约束求解问题可以转化为优化问题.为了兼顾算法的快速性和全局性,本文使用了一种离散元胞蚂蚁算法[2].蚂蚁算法是受到对真实蚁群行为的研究的启发而提出的,它是群体智能系统的最成功的例子之一,已被应用到从典型的旅行商问题到通信网络中线路问题等许多类型的问题.蚂蚁这样的视盲动物在寻找从其巢穴到食物源的最短路径时,通过释放带有气味的被称作信息素(pheromone)的分泌物来交流路径信息和决定选择哪条路径.它们作为一个群体所表现出来的行为是一种自催化(autocatalytic)行为.因此,整个过程具有正反馈环的特征:一只蚂蚁选择某一条路径的概率以前选择这一条路径的蚂蚁数量的增大而增大.但是蚂蚁算法依赖于初始值,如果初始值极大地偏离全局最优解,而进入另外一个局部最优解的域,这时就无法找到去全局最

收稿日期:2010-04-15;修回日期:2010-06-11
基金项目:中央高校基本科研业务费专项资金(No.N100404002)

优解的路,而越偏越远.显然,我们需要找到一种方法来跳出局部最优解,进而找到全局最优解.为了兼顾算法的快速性和全局性,我们引入离散元胞蚂蚁算法.元胞自动机是冯诺伊曼最早提出,沃尔夫勒姆等人使其成为一种可模拟复杂结构和过程的模型[3],并已应用于许多实际领域[4~6].离散元胞蚂蚁算法是一种新型的仿生算法,它利用元胞在离散元胞空间的演化规律和蚂蚁寻优的特点,为解决实际问题提供了一种优化方法.实验表明,离散元胞蚂蚁算法可以很好地求解几何约束问题.

2 几何约束求解

从人工智能的角度来看[7],设计问题本质上是一个约束满足问题.在诸多设计约束中,几何约束最具有基础性,它是表达其它设计约束的基础,也是约束管理和求解技术中必须优先解决的问题.求解一个几何约束问题的最终目的是确定几何图形中每一个几何体的具体坐标位置.如果一个几何体的约束度(degree of edge generate,DEG)小于其自由度(degree of freedom,DOF),则该几何体可以通过与之有约束关系的几何体的位置来确定.

对于约束问题可以形式化为(E,C)[8],其中 $E=(e_1,e_2,\cdots\cdots,e_n)$,表示几何元素,如点、线、圆等;$C=(c_1,c_2,\cdots,c_m)$,$c_i$ 表示加在这些几何元素之间的约束.由于一般一个约束对应一个代数方程,因此约束可以表示为

$$\begin{cases} f_1(x_0,x_1,x_2,\cdots,x_n)=0 \\ \cdots \\ f_m(x_0,x_1,x_2,\cdots,x_n)=0 \end{cases} \tag{1}$$

$$X=(x_0,x_1,\cdots,x_n)$$

x_i 为几何元素 e_i 的一些参数值,如 2 维点可以表示为(x_1,x_2).约束求解就是求出 X 满足式(1).

$$\text{令 } F(X_j)=\sum_{1}^{m}|f_i| \tag{2}$$

显然若有 X_j 满足 $F(X_j)=0$,则 X_j 满足式(1).因此约束求解问题可以转化为优化问题,只需求 $\min(F(X_j))<\varepsilon$ 就可以了,ε 是某个阈值.为了提高算法的速度,我们用 f_i 的绝对值的和,而不是平方和来表示约束方程组.由式(2)以及用离散元胞算法求解 $\min(F(X_j))<\varepsilon$ 知道,并不要求 $m=n$,因此该方法显然可以求解欠约束问题和过约束问题.

3 离散元胞蚂蚁算法原理

3.1 元胞自动机原理

元胞自动机是一个时间、空间离散的动力系统.元胞自动机由规则网格中的元胞组成,每个元胞的状态是 k 个有限状态之一.元胞自动机中的元胞状态依据一个已定义的局部规则同步更新.从集合论角度元胞自动机有着严格地描述和定义[9].用数学符号来表示,标准的元胞自动机是一个四元组:

$$A=(L_d,S,N,f)$$

这里,A 代表一个元胞自动机系统;L 表示元胞空间,d 是一正整数,表示元胞自动机内元胞空间的维数;S 是元胞的有限、离散状态集合;N 表示一个邻域内所有元胞的组合(包括中心元胞);f 表示将 S^N 映射到 S 上的一个局部转换函数.可以记为:

$$f:S_t^N\rightarrow S_{t+1}$$

对元胞空间内的所有元胞,独立施加上述局部函数,则可得到全局的演化.

3.2 离散元胞蚂蚁算法原理

以 TSP 问题为例,阐述离散元胞蚂蚁算法的数学描述.$G=(V,E)$为赋权图,V 顶点集,E 为边集,$\mathrm{arc}(i,j)$连结 i 和 j 节点,并且有赋值 $d_{ij}=d(i,j)$.经典的 TSP 问题可写为如下的数学规划模型

$$\min Z=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}d_{ij}x_{ij} \tag{3}$$

$$\mathrm{st}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n}x_{ij}=1, & i\in V \\ \sum_{i=1}^{n}x_{ij}=1, & j\in V \\ \sum_{i\in S}\sum_{j\in S}x_{ij}\leqslant|S1|-1, & \forall S1\subset V,x_{ij}\in\{0,1\} \end{cases}$$

定义 1 给定城市元素的集合 $C=\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}$,则 C 中的任意排序组合的集合为元胞空间,可表为:

$$L=\{CellX=(c_1,\cdots,c_i,\cdots,c_j,\cdots,c_n)\mid c_i\in C,c_i\neq c_j,i,j=1,2,\cdots,n\}$$

其中每一个组合 $CellX$ 为元胞.

定义 2 元胞邻居采用扩展 Moore 邻居类型

$$N_{Moore}=\{CellY\mid \mathrm{diff}(CellY\text{-}CellX)\leqslant r,CellX,CellY\in L\}$$

其中 $\mathrm{diff}(CellY\text{-}CellX)\leqslant r$ 为两个组合排序的差异,若无差异为 0,有差异时,最小为 2.r 为差异的程度,现 r 为 2.

定义 3 蚂蚁的相邻结点的转移概率定义为

$$P_{ij}=\frac{[\tau_{ij}]^{\alpha}[\eta_{ij}]^{\beta}}{\sum_{k}[\tau_{ik}]^{\alpha}[\eta_{ik}]^{\beta}} \tag{4}$$

其中,η_{ij}为边弧(i,j)的能见度(visibility),即 $1/d_{ij}$,τ_{ij}为边弧(i,j)的轨迹强度(intensity),α 为轨迹的相对重要性$(\alpha\geqslant0)$,β 为能见度的相对重要性$(\beta\geqslant0)$.

定义 4 信息素强度更新方程为:$\tau_{ij}^{new}=\rho\tau_{ij}^{old}+\sum k\Delta\tau_{ij}^{k}$,其中,$\Delta\tau_{ij}^{k}$为蚂蚁 k 于边弧(i,j)上留下的

单位长度轨迹信息素数量,

$$\Delta\tau_{ij}^{k}=\begin{cases} Q/d_{ij}, & 若(i,j)在最优路径上; \\ 0, & 其它 \end{cases} \tag{5}$$

Q 为体现蚂蚁所留轨迹数量的一个常数,ρ 体现强度的持久性($0\leqslant\rho<1$).

定义 5 元胞演化规则,依据元胞邻居的定义计算其邻居的目标解,比较元胞和其邻居的差异,选择最好的目标解.

于是,元胞蚂蚁算法主要步骤可用描述如下:

Step 1 $n_c\leftarrow 0$;(n_c 为迭代步数或搜索次数)各 τ_{ij} 和$\Delta\tau_{ij}$的初始化,将 m 个蚂蚁置于 n 个顶点上;

Step 2 将各蚂蚁的初始出发点置于当前解集中;对每个蚂蚁 k ($k=1,\cdots,m$),按概率 p_{ij}^{k}移至相邻结点 c_j,将顶点 j 置于当前解集;

Step 3 计算各蚂蚁的目标函数值 Z_k($k=1,\cdots,m$),记录当前的最好解;

Step 4 按元胞邻居的定义,在邻居范围内演化,记录最好解;

Step 5 按更新方程修改轨迹强度;

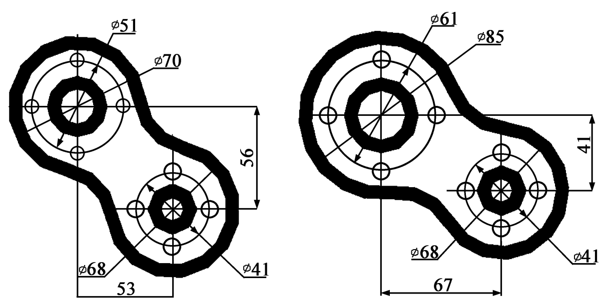
Step 6 对各边弧(i,j),置 $\Delta\tau_{ij}\leftarrow 0$;;$n_c\leftarrow n_c+1$;

Step 7 若 $n_c<$预定的迭代次数且无退化行为(即找到的都是相同解),则转步骤 2;

Step 8 输出目前的最好解.

4 实验结果

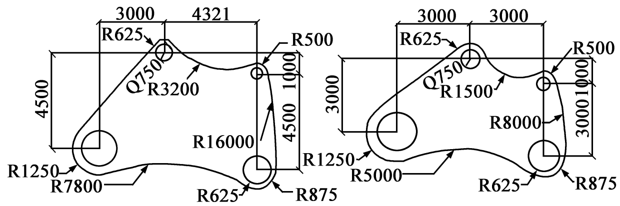
图 1 和图 2 中,(a)是设计的原图,(b)是有部分尺寸或者角度有了变化后用离散元胞蚂蚁算法进行求解得到的新的图形.从图 1 和图 2 可看出,在用户绘完图形后,可以随时修改尺寸值,系统会实时地按照新的尺寸值更新图形,从而能够方便地实现图形的修改和系列零件的创建.通过离散元胞蚂蚁算法可以实现比较准确的几何约束求解.



(a) 原设计图　(b) 变动设计图

图1　设计草图及用离散元胞蚂蚁算法得到的新图形

表 1 是离散元胞蚂蚁算法求解图 1 中几何约束问题的实验结果数据,它和表 2 基本蚂蚁算法求解该几何约束问题的实验结果数据相比,不仅进化代数大大减少,而且在 ρ 固定的情况下,可以反复迭代,不会陷入局部最优,并且求解精度也大大提高.



(a) 原设计图　(b) 变动设计图

图2　另一设计草图及用离散元胞蚂蚁算法得到的新图形

表 1　离散元胞蚂蚁算法求解的实验结果

α	β	ρ	离散元胞蚂蚁算法进化代数
1	1	0.8	48
1	2	0.8	46
2	1	0.8	52
2	1	0.8	44
2	2	0.8	56
2	3	0.8	54
5	5	0.8	44

表 2　基本蚂蚁算法求解的实验结果

α	β	ρ	蚂蚁算法进化代数
2	2	0.5	352
1	2	0.5	342
2	2	0.9	344
5	2	0.9	338

5 结束语

几何约束求解问题一直是参数化设计的核心内容.几何约束求解实现的好坏是参数化设计系统优良的关键.本文将几何约束问题的约束方程组转化为优化模型,因此约束求解问题转化为优化问题.提出了一种求解几何约束问题的离散元胞蚂蚁算法.它利用元胞在离散元胞空间的演化规律和蚂蚁寻优的特点,为解决实际问题提供了一种优化方法.实验表明,离散元胞蚂蚁算法可以很好地求解几何约束问题.

参考文献

[1] 袁波.几何约束求解技术研究与实现[D].北京:清华大学,1999.

[2] 朱刚,马良,高岩.离散元胞蚂蚁及其收敛性[J].科学技术与工程, 2009, 9(5):1115 - 1119.
Zhu Gang, Ma Liang, Gao Yan. Discrete Cellular Ant algorithm and its convergence[J]. Science Technology and Engineering, 2009, 9(5):1115 - 1119.(in Chinese)

[3] Wolfram S. Theory and Application of Cellular Automata Singapore[M]. The World Scientific Publishing Co, Ltd, 1986.

[4] 葛红霞,祝会兵,戴世强.智能交通系统的元胞自动机交通流模型[J].物理学报,2005,54(10):4621 - 4626.
Ge Hongxia, Zhu Huibing, Dai Shiqiang. Cellular automaton traffic flow model considering intelligent transportation system

[J]. Acta Physical Sinica, 2005, 54(10): 4621 – 4626. (in Chinese)

[5] 许力. 对称三值元胞自动机的特征化表示[J]. 电子学报, 2000, 28(11): 106 – 107, 110

Xu Li. Characteristic representation of symmetric ternary cellular automata[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(11): 106 – 107, 110(in Chinese)

[6] 朱刚, 马良. 基于元胞自动机的物流系统选址模型[J]. 上海理工大学学报, 2006, 28(1): 19 – 22.

Zhu Gang, Ma Liang. Location model of logistics system based on cellular automata[J]. University of Shanghai for Science and Technology, 2006, 28(1): 19 – 22. (in Chinese)

[7] 周济, 查建中, 肖人彬. 智能设计[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.

[8] 刘生礼, 唐敏, 董金祥. 两种空间约束求解算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(8): 1011 – 1029.

Liu Shengli, Tang Min, Dong Jinxiang. Two spatial constraint solving algorithms[J]. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphic, 2003, 15(8): 1011 – 1029. (in Chinese)

[9] 谢惠民. 复杂性与动力系统[M]. 上海: 上海科技教育出版社, 1994. 151 – 164.

作者简介

曹春红 女, 1976 生于吉林四平, 副教授, 2005 年在吉林大学获博士学位, 主要研究方向为几何约束求解、CAD、计算机图形学等, 共发表论文 30 余篇.

E-mail: caochunhong@ise.neu.edu.cn

王利民 男, 1974 年出生, 博士, 副教授, 硕士生导师. 主要从事机器学习、数据挖掘、贝叶斯网络、网格数据库等方面的研究工作. 共发表论文 30 余篇.

E-mail: wanglim@jlu.edu.cn