

# 改进的稀疏分布存储器模型及其学习能力分析

彭宏京, 陈松灿

(南京航空航天大学计算机科学与工程系, 江苏南京 210016)

**摘 要:** Kanerva 的稀疏分布存储器模型(SDM), 由于其读写规则采用外积法, 因此限制了它的应用. 本文对该模型进行改进, 改变了原来的读写规则, 保留其稀疏分布式存储的特点, 得到一个与小脑模型(CMAC)相似的新模型, 但它不存在分块效应、不需要 HASHING 技术. 理论分析和示例表明了该改进模型的合理性和有效性.

**关键词:** SDM; CMAC; 非线性映射

**中图分类号:** TP391.141 **文献标识码:** A **文章编号:** 037222112 (2002) 050774203

## Analysis on the Learning Ability of Improved Sparse Distributed Memory Model

PENG Hongjing, CHEN Songcan

(Dept. of Computer Science and Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

**Abstract:** Kanerva's sparse distributed memory model (SDM) was initially applied to associative memory, its application is limited for its reading/writing operation by using outer product. SDM is improved in this paper by changing its original rule of reading/writing operation and retaining its characteristics of sparse distributed memory, then a novel improved model that is similar to CMAC will be obtained, in which no block effect appear and Hashing technology is not used. Theoretical analysis and example have shown this improved model effective and reasonable.

**Key words:** SDM; CMAC; nonlinear mapping

## 1 引言

CMAC 由于其局部泛化和收敛速度的优势被广泛应用于机器人控制、函数逼近、联想记忆等领域<sup>[1]</sup>, 但是 CMAC 对输入空间进行分块分层量化, 因此存在分块效应和量化误差. 文献[2]证明了只要输入空间被量化得足够好, 分辨率足够高, 则 CMAC 可以任意精度学习任意非线性映射, 但是带来的问题是量化级越高存储开销越大, 同时由于局部感受野的特点, 实际存储呈现稀疏分布性, 解决的办法是采用 HASHING 技术, 而 HASHING 映射又造成碰撞的发生, 使得 CMAC 的性能下降.

Kanerva 的稀疏分布存储器模型(SDM)<sup>[3]</sup>, 由于其稀疏分布存储、大规模并行处理的能力等特点, 很适合于大维数样本和大样本集类的训练, 在模式识别、联想记忆等方面取得很大的成功. 但由于其读写规则是采用外积法, 因此不一定具有任意非线性映射能力, 起码它难于函数逼近. 要拓广其应用范围的话, 必须修改它的学习规则.

本文通过改变 SDM 原有的读写规则, 保留其稀疏分布式存储的特点, 得到的模型可看成一个三层前向网络. 实际上, 它的输入输出映射与 CMAC 是一致的, 但它不存在 CMAC 的上述不足. 同时还可证明我们的推广模型具有 CMAC 同样的学习能力.

## 2 SDM 模型

一般地, 常规的 RAM 是存储位置的阵列, 其主要特征是在读写数据时, 对每一个输入地址, 仅有一个存储位置被选择. SDM 模型与常规的 RAM 差异主要在于它的稀疏性和分布性. 如图 1 是 SDM 的用于联想记忆的模型. 地址矩阵 A 包含 M 个地址, 这 M 个地址是从  $2^N$  全局地址中稀疏地选择得到的. 当输入地址向量 x 时, 在 A 中的所有与输入地址向量 x 邻近的地址均被选中. 如果视 N 位地址向量为 N 维地址空间中的点, 则被选择的地址点稀疏分布于以输入地址点为中心, 给定海明半径 r 的超球内. 这些被选中的地址置选择向量 S 的相应位为 1, 其余位为 0. 数据就依 S 中的指示分布式地写入矩阵 C 中. 读操作时, 所有被选择的数据位置的内容按位相加, 得到 sum 向量, 最后, 经过一个阈值运算得输出数据.

联想记忆的 SDM 采用的是外积法, 限制了它的应用, 它的非线性映射能力也缺乏理论基础.

## 3 SDM 的改进模型及其学习能力分析

将原 SDM 模型抽象为一个前向网络(如图 2). 隐含层节点的个数是原 SDM 预置地址个数(实际上, 预置地址矩阵的大小可看成对输入空间的离散化程度), 隐含层神经元依照某种原则(比如, 是否位于输入样本的某个超球内)被激活或不

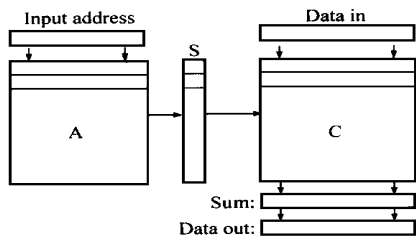


图1 SDM的联想记忆模型

被激活而输出1或0。输入层到隐含层的连接权值固定为0或1,不随学习而改变,隐含层到输出层的联接权值是可调的,输出层的输出是隐含层输出的加权求和,抛弃了原来的外积法学习规则。

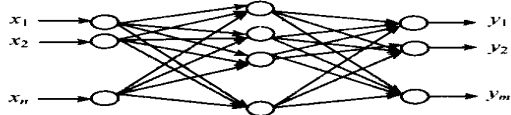


图2 SDM模型的三层前向网络描述

因此,输入输出关系可描述为:

$$y_i = \sum_{j=1}^M w_{ji} h_j \quad (1)$$

$$h_j = \begin{cases} 1, & + a_j - x < r \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

这里,  $M$  是预置地址的个数,即隐含层神经元的个数,  $h_j$  为隐含层神经元的输出,  $a_j$  是预置地址向量( $j = 1, M$ ),  $w_{ji}$  是第  $j$  个隐含层神经元到第  $i$  个输出层神经元的连接权值。

由于SDM中预置地址矩阵可看成对输入空间的离散化,因此它的非线性映射能力和推广能力完全取决于输入空间的离散化程度和输入对存储单元(隐含层神经元)的激活数量以及不同输入激活的存储单元的重叠程度。如同CMAC,重叠的发生使得两个输入输出样本对之间相互影响,但对推广性来说,重叠又是必要的。

原SDM采用式(2)的激活规则,实际上也可以采用  $r$  近邻规则(本文所采用的规则),即在  $x$  的  $r$  个最近邻的单元被激活。一旦所有输入样本激活规则确定下来,接下来就是(1)式的线性优化求  $w_{ji}$  的问题了。

学习采用简单的误差修正法,被激活的神经元相应的权值调整方法为:

$$w_{ji} = w_{ji} + B \frac{(d_{pi} - y_{pi})}{r} \quad (3)$$

$d_{pi}$  ( $i = 1, m$ ) 是期望的输出,  $B$  是学习率,  $p$  是样本标号。

仿照[2]可证明改进的SDM(ISDM)有CMAC同样的学习能力。

定理 任给一个  $R^n \times R^m$  由输入输出样本对组成的训练集,如果输入空间被离散化(即预置地址矩阵中的地址向量的选择)成使得对任意两个输入样本激活隐含层神经元不完全相同,则ISDM模型总能以任意精度学习该训练集。

证明过程详见文[2]。这里扼要说明证明的思路。事实上,

$$c_j = H^* H = \sum_i H_i(t) H_i(t) \quad (4)$$

$$H_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{如果样本 } i \text{ 激活第 } t \text{ 个地址单元} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

再记  $A = [H_1(t) H_2(t), H_N(t)]^T$ , 则(4)的矩阵形式  $C = A A^T$ , 这里  $N$  指训练样本数量,  $T$  表示转置。ISDM学习的目标就是试图找到权阵  $W$  满足:  $AW = D$ ,  $D$  是目标输出向量。如果能证明  $C$  是正定阵, 则  $W = A^T (A A^T)^{-1} D$ , 换句话说, 定理的条件保证了  $W$  得以恢复, 并且可以通过逐步迭代获得, 即ISDM网络是收敛的。权阵初始化为零而获得的权向量范数最小, 至于不同初始化对网络的影响的详细分析见文[2]。

ISDM模型有许多与CMAC相似的性质, 如局部泛化能力, 收敛速度快等特点, 分析详见文献[2, 4], 其中的许多结论都可以平行地移至ISDM中来。它们在结构上的差异主要表现在对输入空间的离散化方式上, CMAC是规则的分层分块离散化输入空间, 而ISDM可视为对输入空间按预置地址点进行离散, 结果都是将输入输出对的映射关系稀疏分布式地存储, 而泛化能力都是由不同输入样本激活相同地址单元, 即重叠单元的数量来体现。CMAC当随着分辨率的提高需要过大的存储开销时, 使用HASHING技术。由于ISDM沿用SDM稀疏分布式存储的结构, 要达到理想的学习效果, 由上述定理知, 预置地址矩阵的选择是关键, 经典的方法是随机均匀预置。本文作者之一在文献[5]中指出面向问题的预置思想, 对地址向量的选择有指导意义。

另外, 原SDM主要应用于联想记忆, 对输入样本进行二进制编码, ISDM模型在不同的应用场合, 可采用任何其它的编码方法, 如在函数逼近中, 可以直接是实数(实数向量)输入, 而(2)中采用欧氏距离度量。

#### 4 示例

用ISDM来实现如下的非线性映射:

$$f(s, t) = \sin(Ps) \cos(Pt) \quad (5)$$

$$s \in [-1, 1], t \in [-1, 1].$$

我们按  $s = s_t = 0.1$  等间隔取点, 由式(5)得到400组输入输出样本对来训练ISDM。随机均匀选择  $M = 500$  个点作为预置地址向量, 每个输入样本激活其各自的最近邻的  $r$  个地址向量, 通过式(3)调整相应的权值(权值初始化为0)。为了显示网络的泛化能力, 对未训练过的数据, 网络的输出结果如图3(b), 图3(a)是由(5)算出的期望结果。再定义样本点集的

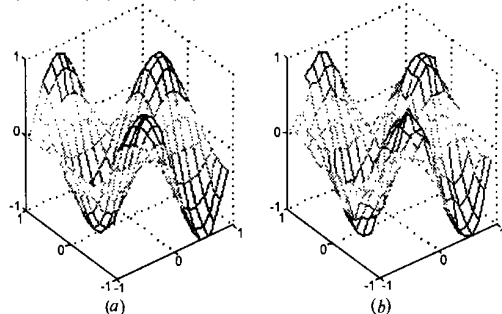


图3 (a)期望的三维图形 (b)估计的三维图形

误差绝对值的和  $err = E |d(k) - y(k)|$ , 网络的表现列于表 1 中, 表中关于 CMAC 的数据参考文献[ 6] . 可知, ISDM 可看成一种有效的函数逼近网络.

5 结论

本文给出了 SDM 的一个改进模型, 并证明了其学习收敛性, 通过例子说明了该模型的合理性和有效性, 还在结构上与 CMAC 进行了比较, 为该模型的进一步应用提供了基础.

表 1 实验结果

	网络结构	err( 训练集)	err( 测试集)
ISDM	r= 8, M= 500; B= 0.25	141 8703	1416850
	r= 8, M= 500; B= 0.80	151 4638	1913801
	r= 5, M= 500; B= 0.25	141 4148	1519571
	r= 8, M= 900; B= 0.25	161 1598	1418405
CMAC	5e8b	33	281 52
	9e8b	2115	161 62

参考文献:

[ 1] W T Miller, F H Glanz, L G Kraft. CMAC: an associative neural network alternative to backpropagation [ J] . PROC IEEE, 1990, 78 ( 10) : 1561- 1567.

[ 2] Yiu2fai Wong, Athanasios Sideris. Learning convergence in the cerebellar model articulation controller [ J] . IEEE Trans on Neural networks, 1992, 3( 1) : 115- 121.

[ 3] P Kanerva. Sparse Distributed Memory [ M] . Cambridge: MIT press, 1988.

[ 4] Chun2shin Lin, Ching2Tsan Chiang. Learning convergence of CMAC technique [ J] . IEEE Trans on Neural networks, 1997, 8( 6) : 1281 - 1292.

[ 5] 陈松灿, 等. 面向问题的稀疏分布式记忆模型 [ J] . 航空学报, 1992, 13( 12) : 665- 669.

[ 6] Chun2Shin Lin, Ching2Tsan Chiang. Integration of CMAC technique and weighted regression for efficient learning and output differentiability [ J] . IEEE Trans on systems, man, and cybernetics2part B: cybernetics, 1998, 28( 2) : 231- 237.

作者简介:



彭宏京 男, 1965 年生于江西省道川县, 博士生, 研究方向为模式识别与智能系统.

陈松灿 男, 1962 年生, 博士生导师, 主要从事模式识别与智能系统研究.