

一种性能更优的差分酉空时码正交旋转信号星座

李 君,曹海燕,韦 岗
(广州华南理工大学电信学院,广东广州 510640)

摘 要: 由于差分酉空时码信号星座点之间的分集乘积是影响系统的重要因素. 本文利用代数理论构造出一种正交旋转的差分酉空时码的信号星座集,使得原循环群星座成为新正交旋转星座的一个搜索子集,以扩大信号星座点之间的分集乘积,其误码率性能将比原循环群星座差分酉空时码有 2dB 多的增益.

关键词: DUSTM; 分集乘积; 信号星座; 正交旋转

中图分类号: TN911 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2005) 10-1770-04

A Better Orthogonal Rotation Constellation for Differential Unitary Space-Time Modulation

LI Jun, CAO Hai-yan, WEI Gang

(College of Electronic & Information Engineering, South China University of Technology Guangzhou, Guangdong 510640, China)

Abstract: An orthogonal rotation constellation for Differential Unitary Space-Time Modulation (DUSTM) with traditional cyclic constellation as a searching subset, is proposed for any transmit antennas to larger the diversity product, which is the key property to the performance of the DUSTM. Using this constellation, the symbol error rate performance is improved about 2dB coding gain over traditional cyclic constellation which is a diagonal unitary matrix consisting of Fourier coefficients.

Key words: DUSTM; diversity product; constellation; orthogonal rotation

1 引言

近年来,酉空时编码调制(USTM, Unitary Space-Time Modulation)^[1]得到了越来越多的关注和发展. 在 USTM 提出之前的空时码都要求接收端能准确地估计出信道状态信息(CSI), 而 USTM 则无需信道状态信息亦能进行有效的译码. 文献[2, 3]将传统的差分编码调制扩展到多天线系统中, 提出了差分酉空时编码调制(DUSTM, Differential USTM). 在 DUSTM 中, 每个时刻发射的信号矩阵是前一个时刻发射的信号矩阵和当前时刻的数据矩阵(信号星座中的元素)的乘积. 由于数据矩阵之间的分集乘积(diversity product)是误码性能优劣的重要因素^[4]. 较大的分集乘积对应较好的误码性能. 因此, DUSTM 的信号星座的设计就是尽可能的扩大其元素之间的分集乘积. 而现在, 几乎所有的 DUSTM 信号星座都是基于文献[4, 5]提出的由傅里叶系数组成的对角循环群阵. 本文将利用代数理论对傅里叶系数对角阵进行正交旋转变换, 构造出一种正交旋转的差分酉空时码的信号星座集以扩大信号星座点之间的分集乘积, 其误码率性能在高信噪比下将比文献[4, 5]提出的循环群星座的差分酉空时码有 2dB 的增益.

2 差分酉空时编码调制(DUSTM)

设一无线通信系统具有 M 根发射天线, N 根接收天线. 假设信道衰落是平坦衰落, 在 T 个符号周期内保持不变, s_m^t 表示 t 时刻由第 m 根天线发射的符号. S 表示 T 个符号周期内由 M 根天线发送的信号矩阵. 为得到最大分集增益, $T = M$. 本文考虑最小长度码字 $T = M$. 于是差分酉空时编码的信号星座集是大小为 L 的酉矩阵集合^[2, 3], $\{V_\ell | V_\ell^H V_\ell = I_M, \ell = 0, 1, \dots, L-1\}$, 其中上标 H 表示共轭转置, I_M 为 $M \times M$ 的单位阵. 中的每一个 V_ℓ 都是 $M \times M$ 的酉矩阵, 称为数据矩阵, 且 $V_\ell = V_0^L$. 在要发送的信息比特流中, 每 b 个比特为一个数据单元, 每个数据单元映射为信号星座中的某一个数据矩阵 $V_\ell, \ell \in \{0, 1, \dots, L-1\}$, 所以 $L = 2^b$. 设发送信号矩阵序列 $\{S_j\}, j = 1, 2, \dots, S$ 为第 j 时刻发送的信号矩阵. 差分发送方式为 $S_j = V_{\ell_j} S_{j-1}, S_0$ 为不包含任何信息的初始化单位阵 $I_M, V_{\ell_j} \in \{V_\ell | \ell \in \{0, 1, \dots, L-1\}\}$. 在发送端发送信号 S 时, 则用矩阵形式表示接收信号为:

$$Y = \sqrt{S} H + W \quad (1)$$

其中, Y 为 $M \times N$ 接收信号矩阵; S 为 $M \times M$ 发送信号矩阵; H 为 $M \times N$ 复衰落系数矩阵, 其元素 $[H]_{m,n} = h_{mn}$ 为每维均值为 0, 方差为 0.5 的复高斯随机变量, 是第 m 根发射天线到第 n 根接收天线的信道复衰落系数; W 为 $M \times N$ 噪声矩阵, 其元素 $[W]_{t,n} = w_{tn}$ 为每维均值为 0, 方差为 0.5 的复高斯随机变量. 为每根接收天线的平均信噪比. 在不知道信道矩阵 H 条件下, 信道传递概率密度函数为^[4-6]:

$$p(Y|S) = \frac{\exp\{-\text{tr}(Y^H(I_T + SS^H)^{-1}Y)\}}{2^N \det^N(I_T + SS^H)} \quad (2)$$

其中, tr 表示为矩阵的迹. 因此接收端根据前一时刻的接收信号矩阵 $Y_{-1} = \sqrt{S_{-1}}H + W_{-1}$ 和当前时刻接受信号矩阵 $Y = \sqrt{S}H + W$, 利用式(2)进行无信道信息条件下的最大似然译码可得:

$$\hat{X} = \arg \min_V \|X - VX_{-1}\|_F^2 \quad (3)$$

其中 $\|\cdot\|_F^2$ 为 F 范数 (Frobenius norm), 定义为 $\|A\|_F = \sqrt{\text{tr}(A^H A)}$. 所以当发送的数据矩阵为 V_ℓ , 而错判为 V_ℓ , $V_\ell \neq V_\ell$ 的成对错误概率为:

$$P_{\ell\ell} = P\{\min_{V_\ell \neq V_\ell} \|Y - V_\ell Y_{-1}\|^2 < \min_{V_\ell \neq V_\ell} \|Y - V_\ell Y_{-1}\|^2 | V_\ell\}$$

$$= \frac{1}{2} \prod_{m=1}^M \left[1 + \frac{2}{1 + 2} \rho_m(V_\ell - V_\ell) \right]^{-N} \quad (4)$$

其中 $\rho_m(V_\ell - V_\ell)$ 是矩阵 $(V_\ell - V_\ell)$ 的第 m 个奇异值. 所以信号星座的误码性能在高信噪比下主要由分集乘积 (diversity product) 决定:

$$\rho = \min_{\ell \neq \ell} \prod_{k=1}^M \rho_k = \frac{1}{2} \min_{\ell \neq \ell} |\det(V_\ell - V_\ell)|^{1/M}$$

$$= \frac{1}{2} \min_{m=1}^M \rho_m(V_\ell - V_\ell) \quad (5)$$

其中 $|\cdot|$ 为取模运算. 因此为使误码率降低, 就应使信号星座内的数据矩阵之间的分集乘积尽可能的大. 文献^[4,5]提出了现在普遍采用的具有循环群结构信号星座, 它的元素是由傅里叶系数组成的对角矩阵, $V_\ell = V_1^\ell$, V_1 定义为:

$$V_1 = \text{diag}\{e^{jLk_1}, e^{jLk_2}, \dots, e^{jLk_M}\} \quad (6)$$

其中 $L = 2/L$, $k_1, k_2, \dots, k_M \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ 是使 ρ 最大的一组数. 下文为了书写方便, L 都将简写为 L .

3 正交旋转信号星座

由代数理论可知, 对一正交基施行正交变换将得到另一正交基^[7]. 于是我们可以对式(6)定义的信号星座施行正交变换. 文献^[7]指出, $\begin{bmatrix} \cos(\cdot) & -\sin(\cdot) \\ \sin(\cdot) & \cos(\cdot) \end{bmatrix}$ 和 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\cdot) & -\sin(\cdot) \\ 0 & \sin(\cdot) & \cos(\cdot) \end{bmatrix}$ 分别为 2 维和 3 维的正交旋转线性变换, 更高维的可以由它们组合而成. 于是本文提出一种新的信号星座, 称为正交旋转星座, 定义为:

$$V_\ell = [R_M(\cdot)]^\ell \begin{bmatrix} e^{jk_1} & & & \\ & e^{jk_2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{jk_M} \end{bmatrix} \quad \ell = 0, 1, \dots, L-1 \quad (7)$$

其中 $k_1, k_2, \dots, k_M \in \{0, 1, \dots, L-1\}$, $R_M(\cdot)$ 为正交旋转矩阵, 定义为:

$$R_M(\cdot) = \begin{cases} \begin{bmatrix} R_2(k_1) & & & \\ & \ddots & & \\ & & R_2(k_m) & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}, & M \text{ 为偶数} \\ \begin{bmatrix} R_3(k_1) & & & \\ & R_2(k_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_2(k_m) \end{bmatrix}, & M \text{ 为奇数} \end{cases} \quad (8)$$

其中 $k_1, k_2, \dots, k_m \in \{0, 1, \dots, L-1\}$, $m = \lfloor M/2 \rfloor$, 为不超过 $M/2$ 的最大整数, $R_2(\cdot)$ 和 $R_3(\cdot)$ 分别为前面所指出的 2 维和 3 维正交旋转变换矩阵, 可以验证 $R_M(\cdot)$ 具有以下性质:

- (1) $[R_M(\cdot)]^\ell = [R_M(\ell)]$
- (2) $[R_M(\cdot)]^H R_M(\cdot) = I_M$

我们可以通过搜索 k_1, k_2, \dots, k_m 和 k_1, k_2, \dots, k_M 使其成为最优信号星座集. 由(7)(8)两式可以看出当 $k_1, k_2, \dots, k_m = 0$ 时, 正交旋转星座与循环信号星座相同. 因此循环信号星座是正交旋转星座的一个搜索子集.

4 两种信号星座的分集乘积的分析

下面我们将论述在某些情况下我们可以搜索到比对角星座更优的旋转信号星座. 从式(5)可以看出, 为使分集乘积尽可能的大, 也就是要使得 $|\det(V_\ell - V_\ell)|$ 尽可能的大, 两者是等效的, 所以在下面的讨论中, 我们将以 $|\det(V_\ell - V_\ell)|$ 代替分集乘积来讨论, 称 $|\det(V_\ell - V_\ell)|$ 为行列式距离. 首先我们讨论当 $M=2$ 时的情况. 则两种信号星座分别为:

$$V_\ell = \begin{bmatrix} e^{jk_1} & 0 \\ 0 & e^{jk_2} \end{bmatrix}^\ell \quad \text{对角星座} \quad (9)$$

$$V_\ell = \begin{bmatrix} \cos(k) & -\sin(k) \\ \sin(k) & \cos(k) \end{bmatrix}^\ell \begin{bmatrix} e^{jk_1} & 0 \\ 0 & e^{jk_2} \end{bmatrix}^\ell \quad \text{旋转星座} \quad (10)$$

则对于对角信号星座有:

$$\det|V_\ell - V_\ell| = \left| \det \left(\begin{bmatrix} e^{jk_1 \ell} & 0 \\ 0 & e^{jk_2 \ell} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e^{jk_1 \ell} & 0 \\ 0 & e^{jk_2 \ell} \end{bmatrix} \right) \right|$$

$$= |1 - e^{jk_1 \ell}| |1 - e^{jk_2 \ell}|$$

$$= |1 + e^{j(k_1+k_2)\ell} - (e^{jk_1 \ell} + e^{jk_2 \ell})| = |a - b| \quad (11)$$

其中 $\ell = \ell - \ell$, 向量 $a = 1 + e^{j(k_1+k_2)\ell}$, 向量 $b = e^{jk_1 \ell} + e^{jk_2 \ell}$.

对于旋转信号星座有:

$$|\det(V_\ell - V_\ell)| = \left| \det \left(\begin{bmatrix} \cos(k\ell) & -\sin(k\ell) \\ \sin(k\ell) & \cos(k\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{jk_1 \ell} & 0 \\ 0 & e^{jk_2 \ell} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \cos(k\ell) & -\sin(k\ell) \\ \sin(k\ell) & \cos(k\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{jk_1 \ell} & 0 \\ 0 & e^{jk_2 \ell} \end{bmatrix} \right) \right|$$

$$= \left| \det \left(\begin{bmatrix} \cos(k\ell) & -\sin(k\ell) \\ \sin(k\ell) & \cos(k\ell) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{jk_1 \ell} & 0 \\ 0 & e^{jk_2 \ell} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \right|$$

$$= |1 + e^{j(k_1+k_2)\ell} - \cos(k_1\ell)(e^{jk_1\ell} + e^{jk_2\ell})|$$

$$= |a - b| \tag{12}$$

其中 $\cos(k_1\ell) \in [-1, 1]$. 由此可以看出, 式(11)和式(12)所表示的都是两个向量间的距离, 式(12)是一组距离族, 且包括(11). 于是我们要论证的就是对于任意的向量 a 与 b , 是否存在 $\ell \in [-1, 1]$ 使得 $|a - b| = |a - b|$? 下面我们通向量图作进一步的分析. 对任意的向量 a 与 b , 当他们的夹角 $\phi < \pi/2$ 时, 如图 1 所示, $a = \vec{OA}, b = \vec{OB}$, 所以 $|\vec{AB}| = |a - b|$, $\triangle ABC$ 组成等腰三角形, $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|, \vec{OD} = -b, P$ 为 BD 间的任意点, 因为 $\ell \in [-1, 1]$, 则 $\vec{OP} = \ell b$. 于是 $|\vec{AP}| = |a - \ell b|$. 则当 $\ell \in [-1, |\vec{OC}|/|\vec{OB}|]$ 时, P 在 CD 段内, 因此 $|\vec{AP}| = |a - \ell b| > |a - b| = |\vec{AB}|$. 当 $\ell = 1$ 和 $\ell = |\vec{OC}|/|\vec{OB}|$ 时, $|a - \ell b| = |a - b|$. 但是当 $\phi > \pi/2$ 时, 如图 2 所示, 同样的分析得出不存在 $\ell \in [-1, 1]$ 使得 $|\vec{AP}| = |a - \ell b| > |a - b| = |\vec{AB}|$, 但至少 $\ell = 1$ 可以使得 $|a - \ell b| = |a - b|$ 成立. 当 $\phi = \pi/2$ 时, $\ell = -1$ 亦能使得 $|a - \ell b| = |a - b|$ 成立.

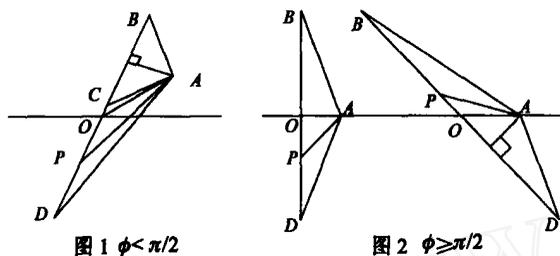


图 1 $\phi < \pi/2$

图 2 $\phi \geq \pi/2$

由式(11), (12)可以得到, 对于任意的发射天线数 M , 对角信号星座的行列式距离为:

$$|\det(\mathbf{V}_\ell - \mathbf{V}_\ell)| = \begin{cases} |a_1 - b_1| |a_2 - b_2| \dots |a_m - b_m| & M \text{ 为偶数} \\ |1 - e^{jk_1\ell}| |a_1 - b_1| |a_2 - b_2| \dots |a_m - b_m| & M \text{ 为奇数} \end{cases} \tag{13}$$

正交旋转信号星座行列式距离为:

$$|\det(\mathbf{V}_\ell - \mathbf{V}_\ell)| = \begin{cases} |a_1 - b_1| |a_2 - b_2| \dots |a_m - b_m| & M \text{ 为偶数} \\ |1 - e^{jk_1\ell}| |a_1 - b_1| |a_2 - b_2| \dots |a_m - b_m| & M \text{ 为奇数} \end{cases} \tag{14}$$

其中 $\cos(k_i\ell)$, $a_i = 1 + e^{j(k_{2i-1} + k_{2i})\ell}$, $b_i = e^{jk_{2i-1}\ell} + e^{jk_{2i}\ell}$, $i = 1, 2, \dots, m, m = \lfloor M/2 \rfloor$. 为得到具有最大分集乘积的星座集可以对 $k_1, k_2, \dots, k_m \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ 和 $k_1, k_2, \dots, k_m \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ 进行穷搜索, 使得旋转信号星座的分集乘积大于等于对角星座的分集乘积. 根据前面发射天线数为 2 时两种信号星座分集乘积的分析, 我们可以得出两信号星座分集乘积对比的结论: 当对参数 $k_1, k_2, \dots, k_m \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ 和 $k_1, k_2, \dots, k_m \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ 施行穷搜索时, 必存在某些值使得旋转星座矩阵的分集乘积大于等于对角星座矩阵的分集乘积. 如果向量 $a_i = 1 + e^{j(k_{2i-1} + k_{2i})\ell}$ 与向量 $b_i = e^{jk_{2i-1}\ell} + e^{jk_{2i}\ell}$, $i = 1, 2, \dots, m$ 得夹角 $\phi < \pi/2$ 时, 则存在 $k_1, k_2, \dots, k_m \in \{0, 1, \dots, L-1\}$ 使得旋转星座矩阵的分集乘积大于等于对角星座矩阵的分集乘积. 也就是说我们可以搜索到比对角星座性能更优的旋转星座.

5 仿真结果

现将本文提出的正交旋转信号星座应用于 DUSTIM 中. 假设只有一根接收天线, $N = 1$. 发射天线 M 分别为 3 和 4, L 分别为 16 和 32. 信道衰落系数则分别在连续的 6 个和 8 个符号周期内保持不变, 对此系统进行仿真. 图 3 显示了发射天线为 3, 4, 信号星座状态数 L 为 16 的两种信号星座误码性能的对比. 由图 3 可以看出, 在高信噪比时, 正交旋转信号星座比循环信号星座的误码性能有 2dB 左右的增益. 图 4 显示了发射天线为 3, 4, 信号星座状态数 L 为 32 的两种信号星座误码性能的对比. 分析图 4 能得到类似于图 3 的结论. 在接收天线为 4, L 为 32 时, 正交旋转信号星座误码性能较之循环星座有 3dB 左右的增益. 这些性能的改善源自于正交旋转星座的扩大了循环星座的分集乘积, 表 1 显示了两种信号星座的分集乘积的数值对比.

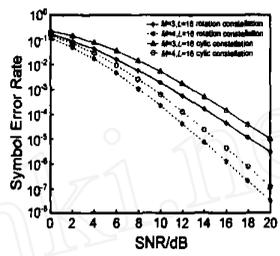


图 3 $M=3, M=4$ and $L=16$ 的误码性能

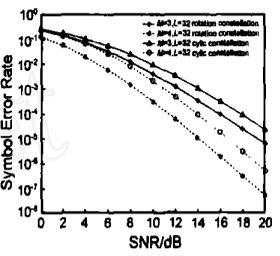


图 4 $M=3, M=4$ and $L=32$ 的误码性能

表 1 两种信号星座的分集乘积对比

M	L	循环群信号星座	正交旋转信号星座	M	L	循环群信号星座	正交旋转信号星座	
2	4	0.70711	0.70711	5	64	0.32325	0.40553	
	8	0.5946	0.70711		128	0.24806	0.35736	
	16	0.38268	0.5946		16	0.45645	0.57344	
	32	0.24936	0.38268		32	0.4081	0.47588	
3	64	0.19852	0.30703	6	64	0.34383	0.4151	
	128	0.149786	0.260587		128	0.28057	0.36389	
	8	0.51337	0.57624		7	16	0.50664	0.5946
	16	0.44834	0.54432			32	0.44834	0.50693
32	0.33421	0.41895	64	0.36767		0.44834		
64	0.27653	0.32779	128	0.29763		0.36767		
4	128	0.21985	0.26255	7	16	0.50139	0.53283	
	8	0.5946	0.70711		32	0.47618	0.50139	
	16	0.54525	0.61527		64	0.37581	0.45038	
	32	0.38268	0.54525	128	0.33475	0.37707		

6 结论

本文利用代数理论对循环 DUSTIM 信号星座施行了正交旋转变换, 得到正交旋转信号星座, 使得循环星座成为新正交旋转星座的一个搜索子集, 扩大了信号的分集乘积, 从而得到

了误码性能的改善. 理论分析和仿真数据都显示了正交旋转星座的分集乘积均大于循环星座, 误码性能有 2dB 多的增益, 在发射天线为 4, L 为 32 时性能有 3dB 多的增益. 充分表明了正交旋转星座较之循环星座具有更优的性能.

参考文献:

- [1] B M Hochwald, T L Marzetta. Unitary space-time modulation for multiple-antenna communication in Rayleigh flat fading[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2000, 46(2) :543 - 564.
- [2] B L Hughes. Differential space-time modulation[A]. Wireless Communication and Networking Conf[C]. New Orleans, USA: IEEE, 1999. 22 - 29.
- [3] B L Hughes. Differential space-time modulation[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2000, 46(7) :2567 - 2578.
- [4] B M Hochwald, W Sweldens. Differential unitary space-time modulation [J]. IEEE Trans Inform Theory, 2000, 48(12) :2041 - 2052.
- [5] B M Hochwald, T L Marzetta, T Richardson, W Sweldens, T Urbanke. Systematic design of unitary space-time constellation[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2000, 46(6) :1962 - 1973.
- [6] Meixia Tao, R S Cheng. Trellis-coded differential unitary space-time modulation over flat fading channels[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2003, 51(4) :587 - 596.
- [7] Michael Artin, Algebra[M]. Beijing: China Machine Press, 2004. 123 - 126.

作者简介:



李 君 男, 1977 年 2 月 25 日生于江西省南昌市, 华南理工大学电信学院 2002 级博士研究生, 主要研究方向为宽带无线通信和信道编码理论. E-mail: unique.lee@sohu.com.



曹海燕 女, 1976 年 10 月 9 日生于安徽省枞阳县, 华南理工大学电信学院 2003 级博士研究生, 主要研究方向为宽带无线通信和信道编码理论. E-mail: caohy2001@sohu.com.



韦 岗 男, 1963 年 1 月生于广西宾阳, 华南理工大学电信学院教授, 博士生导师, 国家自然科学基金委员会信息学部评委中国电子学会信息论委员会委员, 长期从事无线通信和编码理论的研究. E-mail: ecgwei@scut.edu.cn.

WWW.CNKI.NET