

# 频点自跟踪自适应频率估计器性能研究

梁国龙, 杨 春, 王德俊

(哈尔滨工程大学水声工程学院, 黑龙江哈尔滨 150001)

**摘 要:** 基于二阶自适应陷波滤波器的频率估计器是工程上常用的单频信号频率估计器, 其前提是参考信号相对输入信号频偏较小. 随着频偏的增大, 自适应频率估计的偏差和方差也随之增大. 本文分析了自适应频率估计器的性能及频偏的影响, 得出了自适应频率估计方差下限的公式及达到此下限的条件. 提出了频点自跟踪自适应频率估计器. 仿真与理论结果均表明相同条件下该估计器较自适应频率估计器明显减小了估计偏差和方差, 在中等信噪比下估计方差可减小到自适应频率估计方差的百分之一. 只要信噪比不甚低, 频点自跟踪频率估计是无偏的且估计方差接近理论下限.

**关键词:** 频点自跟踪; 自适应频率估计; 频偏; 方差; 下限

**中图分类号:** TN99, TN97 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 07-1204-05

## Research on Properties of Frequency Auto-Tracking Adaptive Frequency Estimator

LIANG Guo-long, YANG Chun, WANG De-jun

(College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** Frequency estimator which based on two-order adaptive notch filter is the one frequently used for sinusoid on engineering, with a precondition that there is a small frequency bias of reference signal to input signal. With frequency bias increasing, estimated bias and variance of adaptive frequency estimator (AFE) enlarge. In this paper properties of AFE and influences of frequency bias are analyzed, and formula on estimated variance lower bound is derived, and condition which is required by the bound is got. Frequency auto-tracking adaptive frequency estimator (FATAFE) is brought forward. Simulation and theoretical results show that under the same conditions FATAFE decreases obviously estimated bias and variance relative to AFE, and under medium signal to noise ratio condition estimated variance of FATAFE can be declined to one percent of that of AFE. FATAFE realizes unbiased estimation and its estimated variance approaches to theoretical lower bound if only signal to noise ratio is not very low.

**Key words:** frequency auto-tracking; adaptive frequency estimator; frequency bias; variance; lower bound

## 1 引言

频率估计是一个经典命题, 对单频信号的频率估计更是得到了广泛关注并进行了卓有成效的研究. 一些精度较高、计算简便的频率估计算法, 在工程上仍比目前的非线性高分辨谱估计技术拥有更广泛的应用领域. 如 Lank 等<sup>[3]</sup>提出的线性预测频率估计器, 以及在此基础上加 Kay<sup>[4]</sup>窗的线性预测频率估计器. 后者与 Treter<sup>[5]</sup>提出的线性回归频率估计器等价, 且在中高信噪比下可达 CRLB, 是一种计算高效的频率估计器. 过零检测<sup>[2,9]</sup>及其内插修正算法, 运算量小, 容易实现, 是多普勒计程仪最常用的频率估计方法. 根据 Griffiths<sup>[6]</sup>提出的自适应瞬时频率估计器, 梁国龙推导了一种适于单频信号频率测量的、基于二阶自适应陷波滤波器结构的自适应瞬时频率估计器<sup>[2]</sup>, 算法简单, 兼有可同时进行检测、窄带滤波、估计

信号幅度、相位等优点. 此外进行频率估计还有准正交采样法<sup>[2]</sup>, 余弦函数法, 复互协方差法<sup>[9,10]</sup>等.

以上诸方法中准正交采样法要求采样率为信号载频的四倍. 过零检测类方法对噪声比较敏感, 随着信噪比降低性能急剧下降. 线性预测类的频率估计器适用于中高信噪比. Clarkson<sup>[7]</sup>等人的研究表明, 加 Kay 窗的线性预测频率估计方差是样本长度和信噪比的函数, 样本较短时, 达到 CRLB 并不要求较高的信噪比, 然而随着样本长度的增加, 达到 CRLB 要求的信噪比急剧增大, 反之亦然. 此外, 该类频率估计需要对原信号作 Hilbert 变换获得解析信号, 增大了运算量. 自适应测频方法需要干净的参考信号. 然而对于主动方式工作的系统而言, 发射信号的载频先验已知, 目标回波只是相差一个多普勒频移, 在水声领域中该多普勒系数一般小于 3%, 因此可以将发射信号作为参考信号. 且文献[2]的仿真表明在 3% 多普勒

范围内, 该方法优于准正交采样法, 余弦函数法, 解析信号的相位差分法(Lank 等提出的线性预测频率估计器)。

然而, 自适应频率估计器受多普勒频偏的影响较大, 文献[2, 9] 结论表明, 随着目标回波多普勒的增大, 自适应频率估计的方差和偏差都随之增大。如何减小多普勒的影响, 是本文的研究内容。本文首先分析了上述自适应频率估计器的性能及多普勒频偏的影响, 给出了自适应频率估计方差下限及达到下限的条件, 在此基础上提出了频点自跟踪测频方法。仿真结果表明, 相同条件下该方法较自适应测频方法明显减小了估计偏差和方差, 一定条件下可实现无偏估计且使方差接近理论下限。

## 2 自适应陷波滤波器原理及频率估计

如图 1 所示, 滤波器期望输入为时间序列  $d(k) = s(k) + n(k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, L-1$ , 为时间序号。其中  $s(k) = A \cos(\omega_0 k + \phi)$  为单频信号,  $A$  为信号的幅度,  $\phi$  为初相位, 两者均为常量;  $n(k)$  为宽带噪声;  $x_c(k)$  和  $x_s(k)$  为两路正交参考输入,  $u_c(k)$ ,  $u_s(k)$  为权值输出;  $\varepsilon(k)$  为残差输出;  $y(k)$  为信号输出。

图 1 自适应陷波滤波器原理图

假设信号载频  $\omega_0$

不确定, 其估值为  $\omega$ 。为叙述方便, 用采样率对频率进行归一化。

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \quad (1)$$

两路正交参考输入为:

$$x_c(k) = B \cos(\omega k), x_s(k) = B \sin(\omega k) \quad (2)$$

其中常量  $B$  为参考信号的幅度。设自适应学习步长为常量  $\mu$ , 采用 LMS 算法, 递推公式如下:

$$y(k) = u_c(k)x_c(k) + u_s(k)x_s(k)$$

$$\varepsilon(k) = d(k) - y(k)$$

$$u_c(k+1) = u_c(k) + \mu \varepsilon(k) x_c(k)$$

$$u_s(k+1) = u_s(k) + \mu \varepsilon(k) x_s(k)$$

我们讨论从期望输入到信号输出这一系统, 可以证明该系统在“起始松弛”条件<sup>[8]</sup>下是 LTI 系统(见附录 1)。该滤波器从期望输入到信号输出的传递函数<sup>[1]</sup>为:

$$H_y(z) = \frac{P(\cos \omega z - 1)}{z^2 - (2-p)\cos \omega z + (1-p)} \quad (4)$$

其中  $p = \mu B^2$ , 滤波器的中心频率为  $\omega$ ,  $p \ll 1$  时, 其为窄带滤波器, 3dB 带宽为

$$B_{\text{adp}} = p/\tau \quad (5)$$

其中  $\tau$  为采样周期, 滤波器的收敛时间为

$$T_{\text{adp}} = 2\tau/p \quad (6)$$

滤波器对频率为  $\omega$  的分量没有幅度的衰减和相移, 频率和  $\omega$  相差越大, 幅度衰减越大, 相移越大。

由线性系统的传递函数可以得到滤波器的处理增益(见附录 2), 当滤波器的中心频率对准输入信号的载频时, 系统

可以获得最大处理增益如下, 对于窄带滤波器, 即  $p \ll 1$ , 近似有

$$G_{\text{max}} \approx 10 \log \frac{B_n(2-p)\tau}{p} \approx 10 \log \frac{2B_n}{B_{\text{adp}}} \quad (7)$$

其中  $B_n$  为噪声的带宽。该滤波器的两个权值是正交的<sup>[1]</sup>, 常用的瞬时频率估计方法是利用权值估计<sup>[2]</sup>:

$$\omega_0(k) = \omega - [\tan^{-1} \frac{u_s(k)}{u_c(k)} - \tan^{-1} \frac{u_s(k-1)}{u_c(k-1)}] \quad (8)$$

若信号频率稳定, 可以取瞬时频率的平均值为信号载频的估计。

因为滤波器的权信号中含有参考信号与期望输入的和差频成分, 从输入  $d$  到权输出也不是 LTI 系统, 因此不便讨论。为讨论方便, 我们构造滤波器的另一路输出信号, 其中的权值仍是上述滤波过程中的权值。

$$\hat{y}_s(k) = u_c(k)x_s(k) - u_s(k)x_c(k) \quad (9)$$

可以证明, 对应从输入  $d$  到输出  $\hat{y}_s$  的系统也为 LTI 系统, 其特性见附录 3。当  $\omega_0 = \omega$  时,  $\hat{y}_s$  与  $y$  幅度相等, 相位差  $\pi/2$ , 二者正交。当  $\omega_0 \neq \omega$  时, 二者幅度不等, 相位差也不是  $\pi/2$ , 但对于通带内的频率分量, 二者幅度近似相等, 相位差接近  $\pi/2$ , 故可认为近似正交。因此, 可以用  $\hat{y}_s$  与  $y$  进行频率估计:

$$\omega_0(k) = \tan^{-1} \frac{\hat{y}_s(k)}{y(k)} - \tan^{-1} \frac{\hat{y}_s(k-1)}{y(k-1)} \quad (10)$$

附录 4 证明了(8)、(10)两式描述的频率估计器是等价的。

## 3 自适应频率估计方差下限

综上知式(10)等同于相位差分频率估计器, 文献[3~5]对其性能有详细的论述。在高信噪比下相位差分频率估计器为近似无偏的, 其测频精度为:

$$\text{var}_{\text{pdf}}(\omega) = \frac{1-\delta}{r(N-1)^2} \quad (11)$$

其中  $N$  为采样点数,  $r$  为功率信噪比,  $\delta$  为数据样本首尾噪声的相关系数, 对于白噪声显然有  $\delta = 0$ 。而频率估计的 CRLB:

$$\text{var}_{\text{CRLB}}(\omega) = \frac{6}{rN(N^2-1)} \quad (12)$$

在高信噪比下相位差分频率估计器的测频方差与 CRLB 比为

$$\frac{\text{var}_{\text{pdf}}(\omega)}{\text{var}_{\text{CRLB}}(\omega)} = \frac{N(N+1)}{6(N-1)} \approx \frac{N}{6} \quad (13)$$

自适应频率估计器的性能与滤波器的中心频率、带宽有关。显然, 滤波器的带宽越窄, 处理增益越高; 信号载频与滤波器的中心频率越接近, 输出信号的能量相对输入信号衰减越小; 这些均有利于增加输出信噪比。而文献[2]中对单频信号加窄带噪声瞬时频率方差的研究得出结论: 信号载频与窄带过程中心频率相差越小, 瞬时频率的方差越小。因此减小滤波器的带宽和使滤波器中心频率对准信号频率是提高频率估计精度的有效途径。

自适应频率估计器可看作两部分组成: 窄带滤波器和相位差分频率估计器。可以想见, 如果仅改变滤波器中心频率, 则只有将其对准信号载频, 才能获得最低估计方差。由式(7)和式(11)推导如下。虽然相位差分频率估计器的输入噪声是

有色的,但可以证明利用滤波器稳态输出数据时式(11)中有  $\delta \approx 0$ .

$$\text{var}_{\text{ach}}(\omega) \approx \frac{p}{rB_n\tau(2-p)(N_1-1)^2} \quad (14)$$

其中,  $r$  为滤波器输入信噪比,  $N_1$  是滤波器输出稳态信号的长度. 由式(6)可得

$$N_1 = N - T_{\text{adj}}/\tau = N - 2/p \quad (15)$$

代入式(14)得

$$\text{var}_{\text{ach}}(\omega) \approx \frac{p}{rB_n\tau(2-p)(N-\frac{2}{p}-1)^2} \quad (16)$$

我们将自适应频率估计方差与相位差分频率估计方差以及频率估计 CRLB 加以对比. 对于白噪声, 其全频带宽  $B_n = F_s$ , 式(16)化为

$$\text{var}_{\text{ach}}(\omega) \approx \frac{p}{r(2-p)(N-\frac{2}{p}-1)^2} \quad (17)$$

$$\frac{\text{var}_{\text{ach}}(\omega)}{\text{var}_{\text{pd}}(\omega)} \approx \frac{pN^2}{2\left(N-\frac{2}{p}\right)^2} \quad (18)$$

同理

$$\frac{\text{var}_{\text{ach}}(\omega)}{\text{var}_{\text{CRLB}}(\omega)} \approx \frac{Np^3(N^2-1)}{6(2-p)(Np-2-p)^2} \approx \frac{(Np)^3}{12(Np-2)^2} \quad (19)$$

上述第二个近似号在  $p \ll 1$ ,  $N \gg 1$ ,  $Np - 2 \gg p$ , 成立, 这一点在实际中很容易满足.

式(19)近似号右端只有一个极值点, 求导可得当  $Np = 6$  时取得极小值 1.125. 说明在中心频率对准信号载频的基础上, 改变参数组合  $Np$ , 可使估计方差进一步降低, 最低值为 CRLB 的 1.125 倍, 称为自适应频率估计方差下限, 这是与信噪比无关的常数. 由于通常信号是确定的, 故上述条件更实际的应用是改变自适应学习步长, 也即改变滤波器带宽或收敛时间.

#### 4 频点自跟踪自适应频率估计器

上述提高测频精度的方法包括对滤波器带宽和中心频率的调整. 由于确定参考信号需要对输入信号频率有一个初始的估计, 故带宽的设计要据此估计的精度而定, 因此  $Np = 6$  的条件并不总能得到满足. 然而调整滤波器的中心频率却是值得尝试的方法, 具体如下.

设对信号频率有一先验估计  $\omega_1$ , 用其作滤波器的中心频率并合理地设计自适应步长, 进行频率估计得估值  $\omega_2$ . 在信噪比不甚低时  $\omega_2$  比  $\omega_1$  更趋于真值. 然后用  $\omega_2$  更新中心频率, 仍利用原始信号进行频率估计, 获得估值  $\omega_3$ , 依次类推. 我们知道, 自适应滤波器是维纳滤波的物理实现, 满足最小均方误差准则, 又信号和噪声不相关, 因此只有实现二者的完全分离, 才能达到最小均方误差. 另一方面, 从滤波器的传递函数可以看到, 只有当滤波器中心频率和信号载频对准时, 对输入信号才没有幅度衰减和相移, 实现信号和噪声完全分离, 否则信号就会泄漏到残差输入端. 综上可知, 随着滤波器的中心频率向信号载频的逼近, 滤波器信号输出端功率越大, 残差输

出端功率越小, 定义二者之比为信残比. 我们用信残比和瞬时频率方差的比值作为衡量频率估值接近真值的程度. 数次更新滤波器中心频率, 并计算信残比和瞬时频率方差的比值, 取其最大时的频率估计为最终频率估计, 这种方法称为频点自跟踪方法.

#### 5 仿真结果

在水声信号处理中, 目标的辐射噪声含有线谱分量, 其分布在低频, 是目标特性的重要参数. 我们按上述方法仿真目标线谱频率的测量. 参数如下: 信号长度 1s, 载频 19.5 Hz, 采样率 10 kHz, 白噪声, 自适应步长  $6e-4$ . 计算得自适应滤波器带宽为 0.95 Hz, 收敛时间为 0.3 s, 增益 35 dB, 且  $Np = 6$ . 选用滤波器的稳态部分估计频率. 对每一个信噪比取 512 个样本, 对每一样本应用频点自跟踪方法估计频率, 作 4 次频率估计. 为了显示频点跟踪的效果,

图 2 显示了各次频率估计偏差与最终估计偏差; 图 3 显示了各次频率估计方差与最终估计方差, 以及 CRLB 值. 两图横轴为信噪比, 纵轴为估计偏差和方差, 图 3 纵轴取对数, 单位 dB.

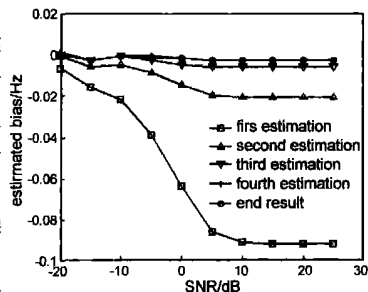


图 2 FATAFE 各次频率估计偏差与最终估计偏差

滤波器的初始中心频率是由 FFT 估计得到的. FFT 的频率分辨率为 1 Hz, 对应频率估计偏差为 0.5 Hz. 从图 2、3 的结果看, 随着频点自跟踪的进行, 频率估计偏差减小, 方差减小, 表明频点自跟踪的过程是向着频率估计优化的方向进行的, 而且是收敛的.

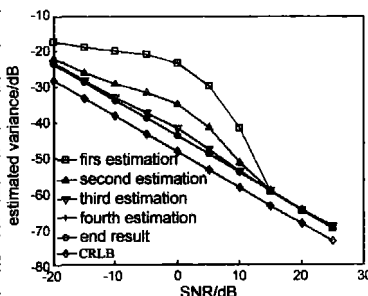


图 3 FATAFE 各次频率估计方差与最终估计方差, 以及频率估计 CRLB

从图 2、3 可以看出, 最终选取的频率估值与四次估计中的最优值非常接近, 说明用信残比和瞬时频率方差的比值大小来衡量估计的优劣是有效的. 信噪比在 -20 dB 到 25 dB 范围内, FATAFE 的估计方差与 CRLB 的比值在 2.5 到 3 倍之间, 比值近似为一常数, 之所以未达到理论值 1.125, 是因为滤波器的中心频率以一定方差在抖动, 限制了滤波器估计方差的收敛幅度.

仿真结果表明频点自跟踪方法可以减小频偏的影响, 减小估计偏差和均方差, 例如信噪比 0 dB 时, FATAFE 的估计方差为 AFE 估计方差的 1/100, 接近自适应频率估计的理论下限, 估计偏差也近似为 0.

进一步的仿真表明, 频点自跟踪频率估计与频率大小关系不大. 此外, 若信号中含有多根线谱, 如果线谱频率与自适

应滤波器中心频率之差远大于带宽,就不会影响带内信号的频率估计.

## 6 结论

自适应频率估计器的优点是具有窄带滤波的作用,当通带较窄时,有较大的处理增益.这一点是在时域处理的频率估计器无法比拟的.然而自适应频率估计器的性能受参考信号相对期望输入频偏的影响较大,导致估计是有偏的,且估计方差无法达到理论下限.为解决这一问题,本文根据自适应频率估计器的特点,提出了频点自跟踪的思想.实质是用前一次频率估计的结果更新参考信号频率,多次迭代,再加以合理的判据取出其中最优的估计.这样可以大大降低估计偏差和方差.如果在频点自跟踪中选择最佳的自适应步长,可实现无偏估计,且使估计方差接近自适应频率估计方差下限.

### 附录 1

证明自适应陷波滤波器从期望输入到信号输出这一系统在“起始松弛”条件下为 LTI 系统.

设在信号输入之前为系统处于零状态,即

$$u_c(0) = 0, u_s(0) = 0 \quad (20)$$

由式(3)可得:

$$u_c(k) = \sum_{n=0}^{k-1} \mathcal{E}(n) x_c(n), u_s(k) = \sum_{n=0}^{k-1} \mathcal{E}(n) x_s(n), \quad k = 1, 2, 3 \dots \quad (21)$$

$$y(k) = p \sum_{n=0}^{k-1} \mathcal{E}(n) \cos \omega(k-n) \quad (22)$$

其中  $p = \mathcal{W}B^2$

$$y(k-1) = p \sum_{n=0}^{k-2} \mathcal{E}(n) \cos \omega(k-1-n) = \cos \omega [y(k) - p \mathcal{E}(k-1) \cos \omega] + p \sum_{n=0}^{k-2} \mathcal{E}(n) \sin \omega(k-n) \sin \omega \quad (23)$$

令  $k = k-1$ , 代入式(23)化简得

$$y(k) - 2 \cos \omega y(k-1) + y(k-2) = p \mathcal{E}(k-1) \cos \omega - p \mathcal{E}(k-2) \quad (24)$$

由  $\mathcal{E}(k) = d(k) - y(k)$ , 式(24)化为

$$y(k) - (2-p) \cos \omega y(k-1) + (1-p) y(k-2) = p \cos \omega d(k-1) - p d(k-2) \quad (25)$$

同理可得:

$$\mathcal{E}(k) - (2-p) \cos \omega \mathcal{E}(k-1) + (1-p) \mathcal{E}(k-2) = d(k) - 2 \cos \omega d(k-1) + d(k-2) \quad (26)$$

可见,输入  $d$  和输出  $y$  满足线性常系数微分方程.若一个系统可以用线性常系数微分方程描述,且满足“起始松弛”条件,该系统就是一个线性时不变的因果系统.所谓“起始松弛”条件,是指在输入信号变为非零之前,系统不存在任何非零输出.而在本系统中,“起始松弛”条件等价于自适应滤波器权初值为零.因此,从输入  $d$  到输出  $y$  系统是 LTI 系统.同理,从输入  $d$  到输出  $\mathcal{E}$  系统也是 LTI 系统.

### 附录 2

设期望输入中单频信号  $S$  的功率为  $\sigma_{si}^2$ , 带限白噪声  $n$  的

功率谱密度为  $S_n$ , 带宽为  $B_n$ , 功率为  $\sigma_{si}^2 = B_n S_n$ . 输入信噪比为  $\text{SNR}_i = \sigma_{si}^2 / \sigma_{ni}^2$ .

噪声通过滤波器的输出功率为

$$\sigma_{no}^2 = \frac{S_n}{2\pi j} \int_{jB_n} H_y(s) H_y(-s) ds \quad (27)$$

当滤波器带宽极窄,上述积分近似为

$$\sigma_{no}^2 = \frac{S_n}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{\infty} H_y(s) H_y(-s) ds \quad (28)$$

在  $Z$  域有

$$\sigma_{no}^2 = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{S_n}{2\pi j} \oint_{|z|=1} H_y(z) H_y(z^{-1}) z^{-1} dz \quad (29)$$

查  $z$  变换平方积分表<sup>[11]</sup>, 得

$$\frac{1}{2\pi j} \oint_{|z|=1} H_y(z) H_y(z^{-1}) z^{-1} dz = \frac{p}{2-p} \quad (30)$$

$$\sigma_{no}^2 = \frac{\sigma_{ni}^2 p}{B_n(2-p)\tau} \quad (31)$$

设信号  $S$  的频率为  $\omega_0$ , 则输出信号的功率为

$$\sigma_{so}^2 = |H_y(e^{j\omega_0})|^2 \sigma_{si}^2 \quad (32)$$

输出信噪比

$$\text{SNR}_0 = \frac{\sigma_{so}^2}{\sigma_{no}^2} = \frac{B_0(2-p)\tau}{p} |H_y(e^{j\omega_0})|^2 \text{SNR}_i \quad (33)$$

进而可计算处理增益,用分贝表示为

$$G = 10 \log \frac{\text{SNR}_0}{\text{SNR}_i} = 10 \log \frac{B_n(2-p)\tau}{p} |H_y(e^{j\omega_0})|^2 \quad (34)$$

当信号的频率等于滤波器中心频率时,可以获得最大处理增益

$$G_{\max} = 10 \log \frac{B_n(2-p)\tau}{p} \quad (35)$$

通常,对于窄带滤波器,  $p \ll 1$ , 故上式近似为

$$G_{\max} = 10 \log(2B_n/B_{\text{adp}}) \quad (36)$$

### 附录 3

由式(3)得

$$u_c(k+1) - u_c(k) = \mathcal{E}(k) x_c(k) \quad (37)$$

$$u_s(k+1) - u_s(k) = \mathcal{E}(k) x_s(k) \quad (38)$$

式(37)两边乘以  $x_c(k)$ , 式(38)两边乘以  $x_s(k)$ , 相加化简得

$$\cos \omega y(k+1) + \sin \omega y_s(k+1) - y(k) = p \mathcal{E}(k) \quad (39)$$

式(39)中分别令  $k = k-1$  和  $k = k-2$ , 代入式(24), 一般有  $\hat{w} \neq 0$ , 故两边约去  $\sin \hat{w}$  得

$$\sin \omega \hat{y}_s(k) - \hat{y}_s(k-1) = \sin \omega y(k) \quad (40)$$

可见,从输入  $d$  到输出  $\hat{y}_s$  系统可认为两个系统的级联:从输入  $d$  到输出  $y$  系统和从输入  $y$  到输出  $\hat{y}_s$  系统.前者已证明是 LTI 系统,后者用线性常微分方程描述且满足“起始松弛”条件,故也是 LTI 系统.所以从输入  $d$  到输出  $\hat{y}_s$  是 LTI 系统.其传递函数可将式(40)作  $z$  变换:

$$H_{\hat{y}_s}(z) = \frac{p \sin \omega z}{z^2 - (2-p) \cos \omega z + (1-p)} \quad (41)$$

一般情况  $\omega \neq 0$ , 故通常上述系统为全极点系统,极点同  $H_y$  系统的极点.当  $p \ll 1$  时,两系统具有相同的中心频率、带宽、收敛时间和处理增益.

## 附录 4

上文式(8)为加权值测频公式。在一次自适应滤波过程中,参考信号频率不变,故

$$\omega = \omega(k) = \tan^{-1} \frac{x_s(k)}{x_c(k)} \tan^{-1} \frac{x_s(k-1)}{x_c(k-1)}, k=1, 2, 3 \dots \quad (42)$$

代入式(8)得

$$\omega_0(k) = \left[ \tan^{-1} \frac{x_s(k)}{x_c(k)} - \tan^{-1} \frac{u_s(k)}{u_c(k)} \right] - \left[ \tan^{-1} \frac{x_s(k-1)}{x_c(k-1)} - \tan^{-1} \frac{u_s(k-1)}{u_c(k-1)} \right] \quad (43)$$

利用反正切的和差公式和  $\hat{f}_s$  的定义,得式(10)。故式(8)、(10)等价。

## 参考文献:

- [1] J R Glove, JR. Adaptive noise canceling applied to sinusoidal interferences[J]. IEEE Trans. ASSP, 1977, 25(6), 484-491.
- [2] 梁国龙. 回波信号瞬时参数序列分析及其应用研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学博士论文, 1997. 20-70.  
Liang Guolong. A study on Instantaneous Parameter Sequence Analysis of Echoes and its Application[D]. Harbin: Doctoral dissertation of Harbin engineering university, 1997. 20-70(in Chinese).
- [3] G W Lank, I S Reed, G E Pollon. A semicoherent detection and doppler estimation statistic[J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 1973, 9(2): 151-165.
- [4] S M Kay, A fast and accurate single frequency estimator[J]. IEEE Trans ASSP, 1989, 37(12), 1987-1990.
- [5] S A Tretter. Estimating the frequency of a noisy sinusoid by linear regression[J]. IEEE Trans Inform Theory, 1985, 31(6), 832-835.
- [6] L J Griffiths, Rapid measurement of digital instantaneous frequency[J]. IEEE Trans ASSP, 1975, 23(2), 207-222.
- [7] V Clarkson, P J Kootsookos, B G Quinn. Analysis of the variance threshold of Kay's weighted linear predictor frequency estimator[J]. IEEE Trans SP, 1994, 42(9), 2370-2379.
- [8] 徐守时. 信号与系统——理论·方法和应用[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 1999. 135-139.  
Xu Shoushi. Signals and Systems Theories, Methods and Application [M]. Hefei: Publishing house of university of science and technology of

China, 1999. 135-139(in Chinese).

- [9] 张咏霞. 多普勒测速技术的研究与实现[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学硕士论文, 2001. 20-46.  
Zhang Yongxia. Research and Realization of Velocity Measurement Technology[D]. Harbin: Master's dissertation of Harbin engineering university, 2001. 20-46(in Chinese).
- [10] 李延. 大深度多普勒测速技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学博士论文, 2003. 56-79.  
Li Yan. A Study on Velocity Measurement Techniques for Deep Water Doppler Velocity Log[D]. Harbin: Doctoral dissertation of Harbin engineering university, 2003. 56-79(in Chinese).
- [11] 李永庆, 梅文博. 随机信号分析解题指南[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995. 320.  
Li Yongqing, Mei Wenbo. Guide on Solving Problems of Stochastic Process Analyse[M]. Beijing: Publishing house of Beijing institute of technology, 1995. 320(in Chinese).

## 作者简介:



梁国龙 男, 1964 年 11 月 22 日出生于吉林省, 工学博士, 教授, 博士生导师, 现任哈尔滨工程大学水声工程学院水声信号处理教研室主任, 研究领域包括: 信号处理、水声工程、水声通信、鱼雷自导, 先后获省部级科技进步奖六项(其中一等奖一项, 二等奖四项, 三等奖一项), 在国家级学术刊物上发表学术论文 30 多篇。



杨 春 女, 1978 年 1 月 24 日出生于河南省, 哈尔滨工程大学水声工程学院博士研究生, 研究方向为水声信号处理。

王德俊 男, 1974 年 7 月 25 日出生于黑龙江省, 哈尔滨工程大学水声工程学院博士研究生, 研究方向为水声工程。