

# 基于随机 Hough 变换的匀加速运动目标 检测算法及性能分析

曲长文, 黄 勇, 苏 峰, 何 友  
(海军航空工程学院电子工程系, 山东烟台 264001)

**摘 要:** 该文针对 K 分布海杂波加热噪声背景环境下作匀加速抛物线运动的低可观测目标的检测问题, 提出了一种新的基于随机 Hough 变换的快速检测算法. 该算法利用随机采样的 3 点数据和一维角度搜索来提取开口方向任意的抛物线轨迹, 并利用所采样的 3 个雷达数据点携带的时间信息进一步减少了无效采样, 大大加快了算法的运算速度. 文中针对该算法的检测性能分析提出了一种理论分析方法. 性能分析的结果既表明了检测概率、虚警概率、门限以及采样次数之间的关系, 还表明当采样次数趋向无穷大时, 随机 Hough 变换的检测性能趋向于 Hough 变换的检测性能.

**关键词:** 随机 Hough 变换; 抛物线; 曲线检测; 低可观测目标

**中图分类号:** TN957.51 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2005)09-1603-04

## An Algorithm and Its Performance Analysis for Detecting the Target with Constant Acceleration Using Randomized Hough Transform

QU Chang-wen, HUANG Yong, SU Feng, HE You

(Department of Electronic Engineering, Naval Aeronautical Engineering Institute, Yantai, Shandong 264001, China)

**Abstract:** A fast algorithm based on the randomized Hough transform is presented in order to detect such dim target with parabolic track under the background of K distributed sea clutter and thermal noise. This algorithm uses three randomly picked points and one searched discrete angle to extract parabola with arbitrary orientation, and employs the time information carried by the three data points to reduce useless samplings further, which speeds up the algorithm remarkably. A theoretic analysis is presented to analyze the detection performance of the algorithm. The results of performance analysis show the relations among the probability of detection, the probability of false alarm, the thresholds and the number of sampling. Simultaneously, the results also show that the detection performance of Hough transform will become the detection performance limit of randomized Hough transform, when the number of sampling increases to infinity gradually.

**Key words:** randomized Hough transform; parabolic curve; curve detection; dim target

### 1 引言

Carlson 等人成功地将 Hough 变换应用到搜索雷达中检测直线运动或近似直线运动的低可观测目标<sup>[1]</sup>. 但是当目标发生机动而呈曲线运动时, 存储量和计算量上的负担限制了 Hough 变换的应用. 为了解决 Hough 变换中存储量和计算量的问题, Lei Xu 等人提出了随机 Hough 变换(Randomized Hough Transform: RHT)<sup>[2]</sup>. RHT 采用多到一映射, 避免了传统 Hough 变换一到多映射的庞大计算量; 采用动态链表结构, 只对多到一映射所得到的参数分配单元进行积累, 从而降低了内存需求, 并使得 RHT 具有参数空间无限大, 参数精度任意高, 时间和空间复杂度低等优点. 但是, 当处理的图像比较复杂, 需要

检测的参数比较多时, 直接应用 RHT 会引入大量的无效采样和累积, 从而降低了曲线检测概率, 所以减少表征曲线所需的参数, 并降低无效采样率成为提高随机 Hough 变换性能的有效途径. 本文针对 K 分布海杂波加热噪声背景下具有抛物线型轨迹的匀加速机动目标的检测问题, 提出了将抛物线旋转(即, 坐标变换)与 RHT 相结合检测雷达目标的新算法, 并提出一种理论分析方法对算法性能进行了分析与计算.

### 2 匀加速运动目标的轨迹方程

设目标在  $x-y$  坐标平面中作匀加速运动, 当速度方向与加速度方向不共线时, 目标的匀加速运动轨迹是  $x-y$  坐标平面中的一条抛物线, 如式(1)所示,

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad (1)$$

其中,  $h^2 - ab = 0$ . 从式(1)中可以看出, 若直接采用 RHT, 则每次需要采样 5 个数据点才能确定一条抛物线的参数. 设总的的数据数为  $M$ , 属于目标所在抛物线的数据数为  $m$ , 那么, 随机采样所得 5 点落在目标抛物线上的概率为  $P_5 = C_m^5 / C_M^5$ . 要提高目标所在抛物线的检测概率, 必须降低参数空间的维数. 本文采用坐标变换的方法将一般的抛物线变成开口始终朝上, 对称轴平行于  $Y$  轴的标准抛物线, 变换后的坐标平面记为  $X-Y$  平面. 参数空间的维数也由五维降到了四维, 更重要的是将参与 RHT 的参数维数从五维降到了三维, 这样就只需随机采样 3 个数据点就能确定一条抛物线. 3 点检测法中随机采样所得的点落在目标抛物线上的概率为  $P_3 = C_m^3 / C_M^3$ , 显然,  $P_3 > P_5$ . 算法中所采用的坐标变换公式为:

$$x = X \cos \theta - Y \sin \theta, y = X \sin \theta + Y \cos \theta, \theta \in (-180^\circ, 180^\circ) \quad (2)$$

当坐标变换中的角度  $\theta$  满足  $\tan \theta = b/h$  时, 利用式(2), 可将  $x-y$  平面中的式(1)变为  $X-Y$  平面中的式(3),

$$Y = p_1 X^2 + p_2 X + p_3 \quad (3)$$

应用 RHT 可以得到式(3)中的三个参数以及坐标变换角度  $\theta$  的估计值, 从而可以计算出  $x-y$  平面中目标运动的抛物线方程, 只是方程的系数  $[a, b, c, g, f, e]$  是由式(1)中的各个系数都同时除以一个未知的数而得到的归一化值, 计算公式如下:

$$\left. \begin{aligned} \hat{a} &= p_1 / (1 + \tan^2 \theta) \\ \hat{b} &= p_1 \tan^2 \theta / (1 + \tan^2 \theta) \\ \hat{c} &= p_3 \\ \hat{g} &= p_2 / 2 \times \cos \theta + 0.5 \sin \theta \\ \hat{f} &= p_2 / 2 \times \sin \theta - 0.5 \cos \theta \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

### 3 基于坐标变换与 RHT 的 3 点抛物线检测算法

基于坐标变换与 RHT 的 3 点抛物线检测算法的基本步骤如下:

(1) 在经过预处理的雷达回波幅度数据图中根据恒虚警原理设置第一门限, 得到通过该门限的回波数据. 回波数据中包含位置、时间以及幅度信息.

(2) 对于每个离散的坐标变换角度  $\theta \in (-180^\circ, 180^\circ)$ , 利用式(2), 对通过第一门限的雷达数据进行坐标变换, 得到变换后的雷达数据图, 并初始化参数向量的累加器数组.

(3) 随机采样阶段: 从变换后的所有数据点中随机采样 3 个数据点, 计算出由此 3 个数据点决定的参数向量, 并对参数向量的累加器数组进行计数. 计数规则如下: 对于每个新得到的参数向量, 如果累加器数组中存在这样的参数向量, 在给定误差条件下, 可以认为新得到的向量与之相等, 那么, 这个参数向量对应的计数值加 1, 否则, 在累加器数组中新增一个参数向量.

(4) 幅度积累阶段: 当累加器数组中某个参数向量的计数值达到预定的阈值  $T (T \geq 2)$  时, 提取这个参数向量对应的所有数据点, 其方法如下: 定义这个参数向量所确定的抛物线的  $\delta$  带为如下的二维区域:

$$\Omega(X, Y) = \{(X, Y) \mid |Y - F(X)| \leq \delta\} \quad (5)$$

其中,  $F(X)$  表示该参数向量所确定的抛物线方程. 在经过第一门限处理后的数据图中, 所有落入此  $\delta$  带的点都被认为是该参数向量的点, 将其作为结果输出, 并对这些数据点的幅度进行累加. 然后从数据图中删除这些数据点, 并重新初始化参数向量的累加器数组.

(5) 重复步骤 3 到步骤 4, 当达到预定的采样次数后, 仍不能从数据图中检测出新的参数向量时, 就结束此层循环.

(6)  $(-180^\circ, 180^\circ)$  区间内的离散角度是否搜索完毕, 如没有, 重复步骤 2 到步骤 5, 直到所有的角度都搜索完毕. 至此, 得到了每个离散的变换角度条件下的所有可能点迹.

(7) 给所有检测到的可能点迹设置一个基于回波幅度的第二门限, 从而得出最佳的点迹, 及其对应的抛物线的三维参数向量和变换角度. 将得到的三维参数向量以及变换角度代入式(4), 并对检测到的最佳点迹进行逆坐标变换, 从而得到  $x-y$  平面中的抛物线和点迹.

从算法的基本步骤中可以看出, RHT 算法处理的数据是经过预处理的, 预处理包括固定杂波的去除、抖动补偿、极低门限的设置等等. 除此之外还可以看到, 对于 RHT 来说, 最关键的问题是确定算法的终止规则. 这个终止规则受约束于两个条件: 累加器数组的控制阈值和总的采样次数. 文献[3]中对终止规则作了详细的论述, 并提出了控制阈值与采样次数的估算方法.

从上述步骤中可以看到数据点所携带的时间信息尚未加以利用, 从而使得算法仍将对一些无效采样进行计算和积累, 故本节在随机采样阶段中充分利用目标运动的时间信息来判断所采得的 3 个数据点是否有效, 若有效, 继续参加后续处理, 否则, 就将其删除. 从而在进行参数向量的计数之前, 就将无效采样带来的虚假参数向量删除掉, 这就大大提高了算法速度. 算法中考虑了以下三个减少无效采样的措施:

(1) 利用数据点的扫描次序, 即, 在目标运动轨迹中, 不可能出现属于同一扫描周期的两个或多个数据点.

(2) 目标速度必然存在上限, 利用式(6):

$$\left| \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \right| \leq V_{x \max}, \quad \left| \frac{y(t_2) - y(t_1)}{t_2 - t_1} \right| \leq V_{y \max} \quad (6)$$

对随机采样的三点进行判断, 可进一步删除无效采样.

(3) 由采得的 3 个数据点求得的抛物线参数中, 二次项所对应的系数  $p_1 > 0$ .

### 4 算法仿真

$x-y$  平面中, 目标在 K 分布海杂波加噪声背景下作匀加速机动. 观测时间 20s, 每次扫描间隔 2s; 对每个回波数据而言, 信号干扰功率比为 2dB, 其中, 杂波噪声功率比为 1dB; 最大测距误差 40m, 最大测角误差  $0.1^\circ$ ; 目标初始状态  $[40550\text{m}, -500\text{m/s}, 4\text{g}, 35600\text{m}, -100\text{m/s}, 3\text{g}]$ , 其中  $g = 9.8\text{m/s}^2$ . 角度离散度为  $1^\circ$ . 对于每次坐标变换后的数据图, 随机采样 2000 次, 每次取 3 个点, 累加器数组的控制阈值  $T = 2$ . 对得到的所有可能点迹设置第二门限, 便得到检测结果及其对应的变换角度  $-53.5^\circ$ . 图 1 给出了经过预处理后的雷达数据图, 图 2 给出了此算法所检测到的抛物线及其对应的变换角度, 其中的圆

圈代表仿真的真实目标点迹。

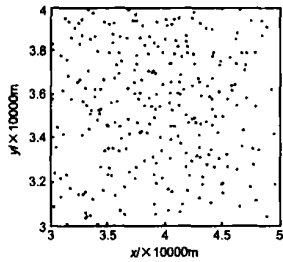


图 1 平面的雷达数据图

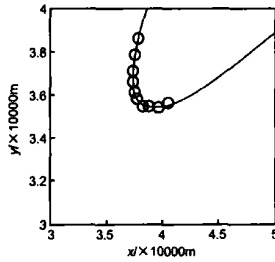


图 2 检测到的抛物线

仿真过程中,我们发现测距误差  $\delta r$ , 测角误差  $\delta \alpha$ , 归一化的第一门限  $z_1$ , 归一化的第二门限  $z_2$ , 信号干扰功率比, 以及杂波噪声功率比, 累加器的预置门限  $T$  以及总的采样次数  $q$  等因素对算法性能都有不同程度的影响。下一节将从理论上对算法性能进行分析, 具体研究其中一些因素对算法性能的影响。

## 5 性能分析

本节将根据 RHT 算法的机理以及 3.1 节给出的基本步骤分析 RHT 算法的性能。在分析检测概率与虚警概率之前, 先定义“抛物线的长度”的含义, 抛物线的长度表示该抛物线在数据空间(即,  $x-y$  平面)中所穿越的数据单元的总数。

雷达回波由 Swerling I 型目标、高斯热噪声、K 分布海杂波三部分组成, 其幅度  $A$  的概率密度函数如文献[4]所述, 记为

$$f(A) = \int_0^\infty \frac{A}{\sigma^2 + P/2 + 2t^2/\pi} \cdot \frac{2b^{2v}}{\Gamma(v)} t^{2v-1} \cdot \exp\left[-\frac{A^2}{2\sigma^2 + P + 4t^2/\pi}\right] \cdot \exp\{-b^2 t^2\} dt \quad (7)$$

其中,  $P$  表示目标平均功率,  $2\sigma^2$  表示热噪声的平均功率,  $v$  表示杂波的波形参数。那么, 当  $P=0$  时表示只包含杂波和噪声, 其幅度的概率密度函数用  $f(A)_{P=0}$  表示。

由于算法中都是对归一化幅度进行积累的, 因此应当对式(7)进行归一化处理。在式(7)中定义: 信噪比  $s = P/2\sigma^2$ , 杂噪比  $\gamma = 4v(2\sigma^2 b^2 \pi)$ ,  $\beta = \gamma/v$ , 令  $w = b^2 t^2$ , 归一化的幅度  $a = A/\sqrt{2\sigma^2}$ , 那么, 式(7)所定义的回波幅度概率密度函数就简化成归一化幅度的概率密度函数, 记为  $f(a, s)$ :

$$f(a, s) = 2 \int_0^\infty \frac{a}{1+s+\beta w} \frac{w^{v-1}}{\Gamma(v)} \cdot \exp\left[-\frac{a^2}{1+s+\beta w}\right] e^{-w} dw \quad (8)$$

当  $s=0$  时, 表示回波中只含有  $K$  分布杂波和热噪声, 记为  $f(a)$ 。

经过归一化幅度的第一门限  $z_1$  时的检测概率和虚警概率分别记为  $pd_1$  和  $pf_1$ 。超越第一门限的回波经过 RHT 处理后进行幅度积累, 当积累的幅度超过设定的归一化第二门限  $z_2$  时, 就称检测到目标。根据 3.1 节的算法基本步骤, 目标检测概率  $pd_2$  的计算分三步进行: 第一步计算经过第一门限后, 目标所在抛物线上的数据数为  $m$ , 且  $x-y$  平面中数据总数为  $M$  的概率, 记为  $P(m, M)$ 。第二步计算检测到目标所在抛物线的概率, 记为  $P(l \geq 2, q, P_{-3})$ , 其中,  $l \geq 2$  表示在  $q$  次抽样试验中, 至少有两次抽样到目标所在的抛物线。第三步计算该抛

物线上包含的数据点的积累幅度超过归一化第二门限的概率, 记为  $P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\}$ 。此三步的表达式如式(9)~(11)所示,

$$P(m, M) = C_G^m p d_1^m (1 - p d_1)^{G-m} \cdot C_{N-G}^{M-m} p f_1^{M-m} (1 - p f_1)^{N-G-M+m} \quad (9)$$

$$P(l \geq 2, q, P_{-3}) = 1 - \sum_{l=0}^1 C_q^l (P_{-3})^l (1 - P_{-3})^{q-l} \quad (10)$$

$$P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\} = \int_{\max(z_2, m z_1)}^\infty f(B, m) \times U(z_2 - n z_1) dB = \begin{cases} 1, & z_2 \leq n z_1 \\ \int_{z_2}^\infty f(B, m) dB, & z_2 > n z_1 \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $G$  表示目标抛物线的长度,  $N$  表示第一门限之前的数据空间中的数据总数,  $q$  表示抽样试验的总次数, 且

$$f(B, m) = \frac{1}{2\pi j} \oint_C \left\{ \int_0^\infty f(a, s) \cdot \exp(-ua) da \right\}^m \cdot \exp(uB) du \quad (12)$$

结合上述三步, 可以得到匀加速机动目标的检测概率为:

$$pd_2 = \sum_{m=3}^G \left\{ \sum_{M=m}^{N-G+m} \right\} P(m, M) \cdot P(l \geq 2, q, P_{d-3}) \cdot P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\} \quad (13)$$

当第二步中的随机抽样次数  $q$  非常大, 使得式(13)中的第二个乘积项  $p(l \geq 2, q, P_{d-3})$  几乎恒等于 1 时, 随机 Hough 变换对参数的积累由“概率”积累变成了 Hough 变换的“完全”积累, 其推导过程如下,

$$\begin{aligned} pd_2 &= \sum_{m=3}^G \left\{ \sum_{M=m}^{N-G+m} \right\} P(m, M) \cdot P(l \geq 2, q, P_{d-3}) \cdot P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\} \\ &\approx \sum_{m=3}^G \left\{ \sum_{M=m}^{N-G+m} \right\} P(m, M) \cdot 1 \cdot P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\} \\ &= \sum_{m=3}^G \left\{ \sum_{M=m}^{N-G+m} \right\} C_G^m p d_1^m (1 - p d_1)^{G-m} \cdot C_{N-G}^{M-m} p f_1^{M-m} \\ &\quad (1 - p f_1)^{N-G-M+m} \cdot P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\} \\ &= \sum_{m=3}^G \left\{ C_G^m p d_1^m (1 - p d_1)^{G-m} \cdot P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\} \right. \\ &\quad \left. \left\{ \sum_{r=0}^{N-G} C_{N-G}^r p f_1^r (1 - p f_1)^{N-G-r} \right\} \right\} \\ &= \sum_{m=3}^G C_G^m p d_1^m (1 - p d_1)^{G-m} \cdot P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\} \end{aligned}$$

将上述推导的最终结果与文献[5]中的式(4)进行对比可知, 二者除了  $m$  的起始值不同以外, 并无本质区别。

虚警概率的计算过程与检测概率类似。检测到任意一条长度为  $K$  的虚假点迹的概率用  $pf_2(K)$  表示,

$$pf_2(K) = \sum_{m=3}^K \left\{ \sum_{M=m}^{N-K+m} \right\} P(m, M) \cdot P(l \geq 2, q, P_{-3}) \cdot P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\} \quad (14)$$

其中,  $P(m, M)$ ,  $p(l \geq 2, q, P_{-3})$ ,  $P\{B = \sum_{i=1}^m a_i > z_2\}$ ,  $f(B,$

$m$ ) 分别与式(9)~(12)类似,只是将  $pd_1$  换成  $pf_1$ , 将  $f(B, m)$  中的  $f(a, s)$  换成  $f(a)$  即可。

式(14)只反映了局部的虚警概率,若要反映总的虚警概率,可采用平均虚警概率的概念,即对各种长度的虚假点迹的检测概率求平均,表示如下:

$$pf_2 = \sum_{K=3}^{K_{\max}} pf_2(K) / W_k \quad (15)$$

其中,  $K_{\max}$  表示最长的虚假点迹的长度,  $W_k$  表示点迹的长度种类数。一般来说,很难精确确定数据空间中抛物线的长度有多少种,所以假定长度是连续变化的,取  $W_k = K_{\max} - 2$ 。

本节采用第4节中的仿真条件并采用 pack 近似法对式(13)和(15)进行近似计算,得到了检测概率  $pd_2$ 、平均虚警概率  $pf_2$  分别与归一化第二门限  $z_2$ 、信干比 SIR, 以及采样次数  $q$  之间的关系曲线。限于篇幅,本节只研究  $pd_2$ 、 $pf_2$  与  $z_2$ 、 $q$  之间的关系。

(1) 当信干比 SIR= 2dB, 杂噪比 CNR= 1dB, 第一门限的虚警概率  $pf_1 = 0.1$  时,在采样次数  $q$  变化的条件下,  $pd_2$ 、 $pf_2$  关于归一化第二门限  $z_2$  的关系曲线如图3、4所示。

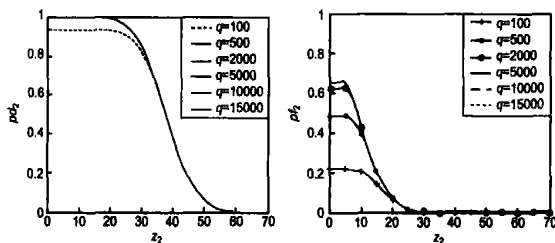


图3  $q$ 变化条件下,  $pd_2$ - $z_2$ 曲线 图4  $q$ 变化条件下,  $pf_2$ - $z_2$ 曲线

从图3和图4可以看出,采样次数越多,检测概率与虚警概率都会增加,但是当采样次数达到一定程度时,再增加采样次数将不会给检测性能带来影响。这是因为当采样次数很多时,式(13)和式(14)中的第二个乘积项将趋于1。

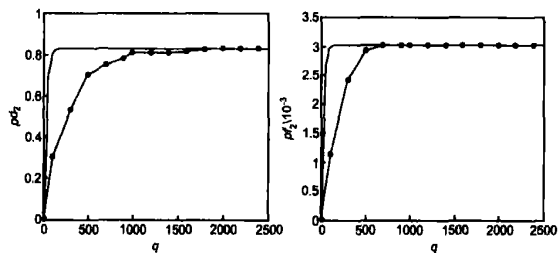


图5  $pd_2$ - $q$ 关系曲线

图6  $pf_2$ - $q$ 关系曲线

(2) 当  $z_1 = 2.28$ ,  $z_2 = 30$ , SIR= 2dB, CNR= 1dB,  $T = 2$ , 对于不同的  $q$ , 图5和图6分别给出了2000次 Monte Carlo 试验得到的检测概率  $pd_2$  和  $pf_2$  虚警概率的曲线。其中,点线是 Monte Carlo 仿真结果,实线是理论分析结果。

从图5和图6可以看出, Monte Carlo 仿真结果也表明了  $pd_2$  和  $pf_2$  都随着  $q$  的增加而增加。但是当  $q$  达到一定值时(即,  $q$  足够大时),  $pd_2$  和  $pf_2$  都趋向于各自的极限。

## 6 结束语

本文将坐标变换与 RHT 结合起来用于检测雷达坐标平

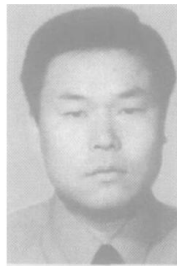
面中具有抛物线轨迹的运动目标,该算法将5点采样改进为3点采样,并结合雷达数据点的扫描次序、速度等信息,从而大大减少了无效采样,达到了提高运算速度的目的。同时,本文从理论上分析了算法的检测性能,给出了检测概率和虚警概率的解析表达式,并着重分析了归一化第二门限、采样次数等因素对检测概率和虚警概率的影响,给出了关系曲线。

本文讨论的是单目标检测问题,但是从算法的基本步骤可以看出,该算法可以很自然的应用于多目标的检测问题中。不过,可以预见的是,跟 Hough 变换一样,在多目标检测时也会出现小目标被大目标掩盖的情况。虽然采用二值积累可以解决这一问题,但是性能会有所下降,具体的分析有待研究。

## 参考文献:

- [1] Carlson B D, Evans E D, Wilson S L. Search radar detection and track with the Hough transform, part I: System concept[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(1): 102-108.
- [2] Xu L, Oja E. Randomized Hough transform: basic mechanism, algorithms, and computational complexities[J]. CVGIP: Image Understanding, 1993, 57(2): 131-154.
- [3] 李泉林,周渊. 随机 Hough 变换的概率模型: 有限个数据点[J]. 计算机学报, 2002, 25(3): 238-246.
- LI Quarlin, ZHOU Yuan. Probability model of randomized Hough transform: limited data[J]. Chinese J Computers, 2002, 25(3): 238-246. (Chinese Source)
- [4] 何友,关键,彭应宁,陆大鑫. 雷达自动检测与恒虚警处理[M]. 清华大学出版社,1999: 199-207.
- HE You, GUAN Jian, PENG Ying-ning, LU Da jin. Automatic Radar Detection and Constant False Alarm Rate Processing[M]. Beijing: Tsinghua Press, 1999: 199-207. (Chinese Source)
- [5] Carlson B D, Evans E D, Wilson S L. Search radar detection and track with the Hough transform, part II: Detection Statistics[J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1994, 30(1): 109-115.

## 作者简介:



曲长文 男,1963年7月出生于山东省济南市,现为海军航空工程学院教授、博士生导师,获军队科技进步奖7项,在国内外发表学术论文70余篇, E-mail: qcwby@sohu.com.



黄勇 男,1979年7月出生于湖南省汨罗市,现为海军航空工程学院电子工程系硕士生,研究方向为雷达信号检测与处理。 E-mail: huangyong\_2003@163.com.