

一种 MIMO 系统中叠加导频的最优设计方法

韩 湘,魏急波

(国防科技大学电子科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘 要: 与传统的复用式导频相比,叠加导频具有频带利用率高,传输效率高的优点,因而受到了广泛关注.本文基于叠加导频常用的一阶统计量信道估计算法,推导了 MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) 系统中叠加导频参数与信道估计均方误差 (Mean Square Error) 和接收信干比 (Signal to Interference and Noise Ratio) 的闭合表达式.并进一步提出了一种叠加导频优化设计方法,使 MIMO 系统具有联合最优的信道估计均方误差,接收信干比和峰均功率比 (Peak to Average Power Ratio). 仿真分析了导频参数与信道估计均方误差和接收信干比的关系,表明了优化设计的有效性.

关键词: 叠加导频; 一阶统计量; 峰均功率比

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2007) 04-0732-04

An Optimal Design Method of Superimposed Pilot in MIMO Systems

HAN Xiang, WEI Ji-bo

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: In comparison with the multiplex training scheme, superimposed pilot has the advantage of efficient bandwidth and high information rate, thus become more and more attractive. In this paper, the closed form expression of MSE and receive SINR as a function of pilot parameter is deduced, based on the first-order statistic channel estimation algorithm; then an optimal design scheme of superimposed pilot for MIMO systems is proposed to achieve the optimized MSE, receive SINR and PAPR simultaneously; at last the relationship of MSE, receive SNR and pilot parameters is analyzed through simulation, which further validate of optimization scheme.

Key words: superimposed pilot; first order statistic; PAPR (peak to average power ratio)

1 引言

无线通信中的导频插入主要分为两种形式,一种为复用式导频,包括时分复用和频分复用形式,另一种为叠加式导频.与复用式导频相比,叠加式导频不占用系统的带宽资源,不会降低传输信息速率,受到人们的广泛关注^[1,2].叠加导频常利用一阶统计量来估计时域信道响应^[3,4],但目前其导频形式仅从最小化信道估计均方误差考虑,采用 $[a, 0, \dots, 0]$ 的形式,忽略了导频参数对系统峰均比和接收信干比等指标的影响.而这些指标直接影响着 MIMO 系统的性能和可实现性.

本文针对频率选择性信道,基于叠加导频一阶统计量信道估计算法,提出了一种适用于 MIMO 系统的叠加导频最优设计方法.文中首先分析推导了叠加导频参数与信道估计均方误差和 SINR 的表达式.在此基础上,针对现有叠加导频设计中存在的仅考虑最小化信道估计均方误差,优化不全面的问题,从联合最优化信道估计

误差,等效接收信噪比和峰均功率比的角度,对叠加导频参数进一步进行优化设计.最后通过仿真分析了导频参数与信道估计 MSE,接收信干比的关系,验证了理论推导的正确性.

2 基于叠加导频的 MIMO 系统模型

设发端有 M_T 个发送天线,接收端有 M_R 个接收天线,发端编码后信号平均功率为 P_b ,导频符号的总功率为 E_p .对第 i 个发送天线,其发送信号 $s_i(n)$ 为:

$$s_i(n) = b_i(n) + p_i(n) \quad (1)$$

其中, $b_i(n)$ 为发送信息序列, $p_i(n)$ 为叠加导频序列,周期为 T .

设 $h_{ij}(l)$ 表示第 i 个发送天线和第 j 个接收天线的多径信道,其中 l 为第 l 条路径,总路径数为 L , l ($0 \sim L-1$).这里假定信道为块衰落.将接收信号以 T 个为一组重新排列后,按接收天线顺序写成矢量形式,则第 k 组接收信号可表示为

$$\mathbf{r}^k = (r_1^k \dots r_{M_R}^k)^T = (I_{M_R} \otimes P) \mathbf{h} + \mathbf{u}^k \quad (2)$$

其中: \otimes 表示 Kroneck 积

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} P_1 & \dots & P_{M_T} \end{pmatrix}_{T \times (M_T L)}$$

$$P_i = \begin{bmatrix} p_i(0) & \dots & p_i(T-L+1) \\ \dots & \dots & \dots \\ p_i(T-1) & \dots & p_i(T-L) \end{bmatrix}_{M_T \times L}$$

$$\mathbf{u}^k = (I_{M_R} \otimes \mathbf{b}^k) \mathbf{h} + \mathbf{w}^k, \mathbf{u}_j^k = \sum_{i=1}^{M_T} b_i^k h_{ij} + \mathbf{w}_j^k$$

$$\mathbf{b}^k = (b_1^k \dots b_{M_T}^k)_{T \times (M_T L)}$$

$$b_i^k = \begin{bmatrix} b_i(kT) & \dots & b_i(kT-L+1) \\ \dots & \dots & \dots \\ b_i(kT+T-1) & \dots & b_i(kT+T-L) \end{bmatrix}_{M_T \times L}$$

$$\mathbf{h} = [h_1^T \dots h_{M_R}^T]^T, \mathbf{h}_j = [h_{1j}^T \dots h_{M_T j}^T]^T,$$

$$h_{ij} = [h_{ij}(0) \dots h_{ij}(L-1)]^T, \mathbf{w}^k = (\mathbf{w}_1^k \dots \mathbf{w}_{M_R}^k)^T,$$

$$\mathbf{w}_j^k = (w_j(kT), \dots, w_j(kT+T-1))^T$$

$$w_j(n) \text{ 为零均值高斯白噪声, 方差为 } \frac{2}{w}.$$

可见,接收信号可以看作由导频和干扰两部分组成,而干扰部分又包括数据和噪声两部分.

3 基于一阶统计量的信道估计算法及性能

假定发送信号均值为 0,对接收信号求均值有:

$$E[\mathbf{r}] = (I_{M_R} \otimes \mathbf{P}) \mathbf{h} + E[\mathbf{u}] = (I_{M_R} \otimes \mathbf{P}) \mathbf{h} \quad (3)$$

因此,基于一阶统计量的信道估计为:

$$\hat{\mathbf{h}} = (I_{M_R} \otimes \mathbf{P})^{-1} E[\mathbf{r}] \quad (4)$$

设参与估计的信号长度有 G 组,当 G 充分大时有 $E[\mathbf{r}]$

$$= \frac{1}{G} \sum_{k=1}^G \mathbf{r}^k. \text{ 式(4)可进一步写为:}$$

$$\hat{\mathbf{h}} = (I_{M_R} \otimes \mathbf{P})^{-1} E[\mathbf{r}] = (I_{M_R} \otimes \mathbf{P})^{-1} \frac{1}{G} \sum_{k=1}^G \mathbf{r}^k \quad (5)$$

基于一阶统计量的信道估计均方误差(MSE)为:

$$MSE = \frac{\frac{2}{b} + \frac{2}{w}}{G} \text{tr}[(I_{M_R} \otimes (\mathbf{P}^H \mathbf{P})^{-1})] \quad (6)$$

从上述分析可见,叠加导频的导频序列形式、导频周期等参数直接影响信道估计的性能.

4 最优叠加导频设计

下面从最小化 MSE,最小化 PAPR 以及最大化接收 SINR 三方面对叠加导频进行联合优化设计.

1. 最小化 MSE

参考[5]的附录和式(6)可知,要使 MSE 最小,需保证 $(I_{M_R} \otimes (\mathbf{P}^H \mathbf{P})^{-1})$ 为对角阵. 考虑到

$$\mathbf{P}^H \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1^H \mathbf{P}_1 & \dots & \mathbf{P}_1^H \mathbf{P}_{M_T} \\ \dots & \ddots & \dots \\ \mathbf{P}_{M_T}^H \mathbf{P}_1 & \dots & \mathbf{P}_{M_T}^H \mathbf{P}_{M_T} \end{bmatrix} \quad (7)$$

即一方面要求 $\mathbf{P}_j^H \mathbf{P}_i = 0 (i \neq j)$, 不同天线上的导频序列正交, 另一方面要求 $\mathbf{P}_i^H \mathbf{P}_i$ 为对角阵. 令 $R_{pp}^{ij}(l) =$

$$\sum_{m=0}^{T-1} p_i^*(m) p_j(m-l). \text{ 则以上两方面要求即为:}$$

$$R_{pp}^{ij}(l) = E_p(l - (i-j)L), 0 \leq l \leq L-1 \quad (8)$$

因此,根据这两个要求设计最优导频形式:

取 $T = M_T \cdot L$, 将 $R_{pp}^{ij}(l)$ 的后 $(L+1) \sim T$ 点补 0, 得到

$$R_{pp}^{ij}(l) = E_p(l - (i-j)L), 0 \leq l \leq T-1 \quad (9)$$

对某一发送天线 i , 先考虑 R_{pp}^{ii} . 对 R_{pp}^{ii} 做 T 点反付氏变换, 可得

$$S(f) = \sum_{l=0}^{T-1} R_{pp}^{ii}(l) e^{j2\pi f l} = P(f) P^*(f) = E_p \quad (10)$$

其中 $P(f) = \sum_{m=0}^{T-1} p(m) e^{-j2\pi f m}$ 为 $p(m)$ 的付氏变换. 上式表明,对任一发送天线,其导频序列的付氏变换具有恒模特性,即 $|P(f)| = \sqrt{E_p}, \forall f \in [0, T-1]$, 其相角可 $(0, 2\pi)$ 在间任取.

其次考虑 R_{pp}^{ik} , 对其做 T 点付氏变换, 可得

$$S_{ik}(f) = P_i(f) P_k^*(f) = E_p e^{j2\pi (k-i)Lf} \quad (11)$$

这时,可得不同天线间相角的约束条件为:

$$k(f) = i(f) - \frac{2\pi}{T} (k-i)Lf \quad (12)$$

2. 最小化 PAPR

为降低系统对 HPA 的要求,需使系统的 PAPR 尽量接近于 1. 这就要求时域导频序列 $|p_i(n)|$ 恒模, 设 $|p_i(n)|^2 = \frac{2}{p}$. 与上述设计对应考虑, $P(f)$ 恒模是由于其反付氏变换 $p(n)$ 的自相关 $R_{pp}^{ii}(l)$ 为 $E_p(l)$, 因此要使 $|p_i(n)|$ 恒定, 也必使其反付氏变换序列 $t(n)$ 自相关 $R_{tt}^{ii}(l)$ 含有 (l) .

$$\text{令 } t(m) = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{T-1} p(i) e^{j2\pi i m}, \text{ 有:}$$

$$R_{tt}^{ii}(l) = \frac{1}{T^2} \sum_{f=0}^{T-1} P(f+l) P^*(f) = \frac{2}{p} (l)$$

即,

$$\sum_{f=0}^{T-1} e^{j2\pi (p(f+l) - p(f))l} = 0 \quad (13)$$

其中 $P(f) = \sqrt{E_p} e^{j\phi(f)}$, 这说明 $e^{j\phi(p(f+l) - p(f))l}$ 中含有 $e^{j2\pi f l}$ 项. 即 $p(f)$ 中含有 $\frac{1}{T} f^2$ 项.

因此,令 $p(f) = \frac{1}{T} f^2$, 验证

$$p(f+l) - p(f) = \frac{2}{T} fl + \frac{1}{T} l^2$$

$$\text{满足 } \sum_{f=0}^{T-1} e^{j2\pi (p(f+l) - p(f))l} = 0.$$

另一方面,考虑到 $p(i)$ 以 T 为周期, $P(f)$ 也应

T 为周期, 即 $p(f+T) = p(f) + 2\pi a$, 其中 a 为任一整数.

进一步, 考虑任一整数 V , 令 $p(f) = \frac{1}{T} f(f+V)$, 验证 $p(f+1) - p(f) = \frac{1}{T}(2f+1^2+V)$ 可满足正交性; $p(f+T) - p(f) = (2f+T+V)$, 若满足 $p(f+T) = p(f) + 2\pi a$, 需 $T+V = a$. 因此, $P(f) = \sqrt{E_p} e^{j2\pi f(f+V)}$, 当 T 为偶数时, V 也为偶数; T 为奇数时, V 也为奇数. 这时, 最优导频序列的 MSE 为:

$$MSE = \frac{\left(\frac{2}{M_R} + \frac{2}{w} \right) M_R}{G^2 p} \quad (14)$$

可见, MSE 与信道系数以及调制方式均无关.

3. 最大化接收信干比

导频功率的增加可以减小信道估计误差, 但另一方面, 在总发送功率一定的前提下, 导频功率的增加将导致数据信号功率减小, 从而使接收端解调时的信干比下降. 因此需对导频功率进行最优设置, 以使解调时的信干比最大.

由接收信号式(2),

$$r_d = r - (I_{M_R} \otimes P) \mathbf{h} = (I_{M_R} \otimes \mathbf{b}) \mathbf{h} + (I_{M_R} \otimes \mathbf{s}) \mathbf{h} + \mathbf{w} \quad (15)$$

其中 $\mathbf{h} = \mathbf{h} - \mathbf{h}$. 令 $r_{\text{signal}} = (I_{M_R} \otimes \mathbf{b}) \mathbf{h}$, $r_{\text{interference}} = (I_{M_R} \otimes \mathbf{s}) \mathbf{h} + \mathbf{w}$.

信号部分的功率:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{signal}}^2 &= E \left\{ \text{tr} \left[(I_{M_R} \otimes \mathbf{b}) \mathbf{h} \mathbf{h}^H (I_{M_R} \otimes \mathbf{b}) \right] \right\} \\ &= \frac{T}{G} M_R M_T \sum_{l=0}^{L-1} |h(l)|^2 G + \frac{L}{T^2} \left(\frac{2}{M_R} + \frac{2}{w} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

干扰部分功率:

$$\sigma_{\text{interference}}^2 = TM_R \left[\frac{2}{w} + \frac{LEM_T}{GT^2} \left(\frac{2}{M_R} + \frac{2}{w} \right) \right] \quad (17)$$

因此, 接收信干比为:

$$\begin{aligned} SINR &= \frac{\sigma_{\text{signal}}^2}{\sigma_{\text{interference}}^2} \\ &= \frac{M_T^2 \sum_{l=0}^{L-1} |h(l)|^2 G + \frac{L}{T^2} \left(\frac{2}{M_R} + \frac{2}{w} \right)}{G \left[\frac{2}{w} + \frac{LEM_T}{GT^2} \left(\frac{2}{M_R} + \frac{2}{w} \right) \right]} \end{aligned} \quad (18)$$

令 $E = \frac{2}{b} + \frac{2}{p}$, $SINR = \frac{E}{2}$, $\frac{1}{E} = \frac{2}{E}$, $1 - \frac{2}{E} = \frac{2}{E}$, 假定发射功率 E 恒定. 这时 SINR 可表示为:

$$SINR = \frac{\frac{G(1-\frac{1}{M_R})}{M_R} + \frac{(1-\frac{1}{M_R})}{M_R} \left(\frac{(1-\frac{1}{M_R})}{M_R} + \frac{1}{SINR} \right)}{\frac{G}{SINR} + 1 \left(\frac{(1-\frac{1}{M_R})}{M_R} + \frac{1}{SINR} \right)} \quad (19)$$

可见, SINR 与 G 、SNR、 M_R 和 η 有关, 而与调制方式、信道长度均无关. 依据使接收 SINR 最大的原则, 对 SINR 求导可得最优的 η , 进而求得导频功率. 我们通过仿真分析 SINR 与 η 的关系, 得到最优的 η .

综上所述, MIMO 中的最优迭加导频设计步骤可归纳为:

(1) 导频长度, $T = LM_T$

(2) 对式(20)求导或通过仿真可得最优的 η , 进而求得导频功率 $\frac{2}{p} = E$

(3) 对第 1 个天线, 其导频序列 $\{p_1(i)\}$ 的付氏变换

$P_1(f)$ 满足: $P_1(f) = \sqrt{E_p} e^{j2\pi f(f+V)}$, 当 T 为偶数时, V 也为偶数; T 为奇数时, V 也为奇数. 对第 m_T 个天线 ($m_T = 1, M_T$), 其导频序列 $\{p_{m_T}(i)\}$ 的付氏变换 $P_{m_T}(f)$ 满足: $|P_{m_T}(f)| = \sqrt{E_p}$, $\forall f \in [0, T-1]$, $p_{m_T}(f) = p_1(f) - \frac{2}{T}(k-1)Lf$

(4) 得到最优的 $P(f)$ 后, 再利用 $P(f) = \sum_{m=0}^{T-1} p(m)$

$e^{-j2\pi mf}$ 将其变换到时域, 得到时域最优导频序列 $\{p(i)\}$.

5 仿真结果及分析

仿真环境设置如下: 信道为频率选择性块衰落信道, 信道特性服从 WSSUS (Wide Sense Stationary Uncorrelated Scatter) 假设, 仿真中采用 SUI-5 的三径模型, 信道建模采用抽头滤波器方式.

图 1 为 $M_R = M_T = 2$, $G = 100$ 时, 不同 SNR 下 η 与 MSE 的关系曲线. 从图 1 中可见, 相同时, 随着 SNR 的增加, MSE 逐渐下降. 在同一 SNR 下, 随着 η 的增加, MSE 也下降, 而且随 SNR 的增加, MSE 随 η 下降的速度逐渐增大. 也就是说, 当 SNR 增大时, 噪声所占的干扰分量很小, 这时的 MSE 主要是由于数据部分引起的, 因此越大, 数据分量越小, MSE 也就越小. 这也充分说明了, 随着 η 的增加, 信道估计误差逐渐减小.

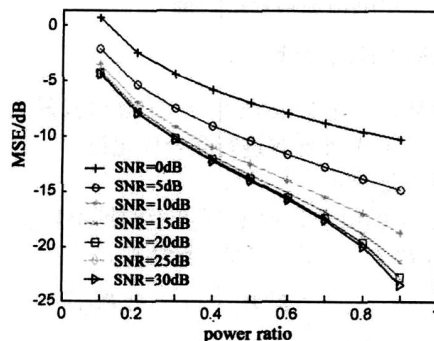


图 1 不同 SNR 下, η 与 MSE 的关系

图 2 为 $M_R = M_T = 2$, $G = 100$ 时,不同 SNR 下 η 与接收 SINR 的关系曲线.从图 2 中可见,同一 η 下,接收 SINR 随 SNR 增加而增大.当 SNR 相同时,存在一个最优的 η_{opt} ,使得接收 SINR 取最大值.而且该最优 η_{opt} 随 SNR 的增加而增大.这是因为在 SNR 较低时,噪声在干扰分量中占很大成分,即使导频分量占用发送功率的大部分,采用一阶统计量算法时 MSE 仍无法减小很多.这时不如采取较小的 η_{opt} ,使数据分量的功率较大,即使 MSE 稍大,接收 SINR 仍较高.在 SNR 较高时,干扰分量主要由 MSE 构成,因此采用较大的 η_{opt} ,可减小 MSE,达到较高的 SINR.

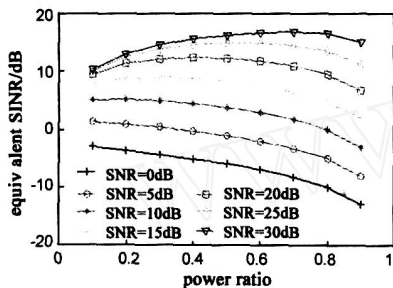


图 2 不同 SNR 下, η 与 SINR 的关系

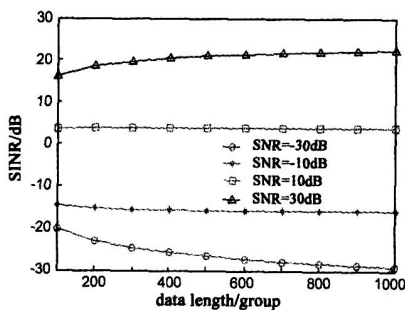


图 3 不同 SNR 下,数据长度与接收 SINR 的关系

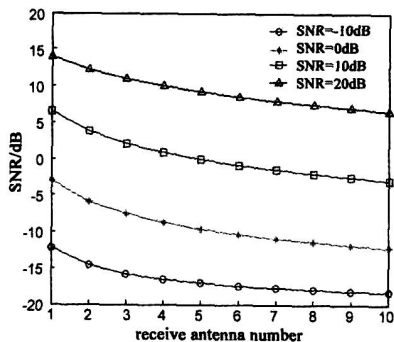


图 4 不同 SNR 下,接收天线数与 SINR 的关系

图 3 为 $M_R = M_T = 2$, $\alpha = 0.5$ 时,不同 SNR 下数据长度与接收 SINR 的关系.从图中可见,对任一 G 值, SINR 都随 SNR 增加而增加.如保持 SNR 一定,在低 SNR 时,随着数据长度的增加, SINR 逐渐下降.在高 SNR 时,随数据长度的增加, SINR 逐渐上升.这是由于在低 SNR 时, $\frac{2}{w} \gg E$ 且 $MSE < 1$, SINR 可简化为 $SINR =$

$\frac{2_b(MSE+1)}{M_R^2 w}$,而 MSE 随 G 的增加而下降,因此, SINR 随 G 增加而下降.在高 SNR 时, $\frac{2}{w} \ll E$ 且 $MSE < 1$, SINR 可简化为 $SINR = \frac{2}{E} + \frac{2}{MSE}$,因此, SINR 随 G 增加而增加.

图 4 为 $M_T = 2$, $\alpha = 0.5$, $G = 100$ 时,不同 SNR 下,接收天线数与接收 SINR 的关系.从图中可以看见, SINR 随接收天线数的增多而下降.这是因为, SINR 对 M_R 求导,可得其导数小于 0,因此 SINR 为 M_R 的减函数.

6 结论

本文基于叠加导频的一阶统计量信道估计算法,推导了 MIMO 系统中叠加导频参数与信道估计误差,等效接收信干比的闭合表达式.并针对现有叠加导频设计中存在的仅考虑最小化信道估计均方误差,优化不全面的问题,从联合最优化信道估计误差,接收信干比和峰均功率比的角度,提出了一种适用于 MIMO 系统的叠加导频最优设计方法.通过仿真进一步分析了导频参数与信道估计误差,等效接收信干比的关系.所提设计方法对于 MIMO 系统中的叠加导频设计具有指导意义.

参考文献:

- [1] Min Dong, Lang Tong, Brian M Sadler. Optimal insertion of pilot symbols for transmissions over time-varying flat fading channels[J]. IEEE trans on Signal Processing, May 2004, 52 (5): 1403 - 1418.
- [2] Xiaohong Meng, Jitenfra K Tugnait. MIMO channel estimation using superimposed training[J]. IEEE Communication society, 2004: 2663 - 2667.
- [3] Aldo G Orozco-Lugo, M Mauricio Lara, Des C McLernon. Channel estimation using implicit training[J]. IEEE trans on Signal Processing, January 2004, 52(1): 240 - 254.
- [4] Jun Tao, Luxi Yang. MIMO for channel estimation: a first-order statistical method[A]. IEEE international Conf, Neural Networks & Signal Processing[C]. 03, Dec, 2003. 1437 - 1440.
- [5] Shuichi Ohno, Gergios B Giannakis. Capacity maximizing mmse-optimal pilots for wireless OFDM over frequency selective block rayleigh fading channels[J]. IEEE trans on Information Theory, Sept, 2004, 59(9): 2138 - 2145.

作者简介:

韩 湘 女, 1975 年 7 月出生于山东禹城, 博士生, 主要从事信道估计与均衡等方向的研究. E-mail: hanxiang75@nuct.edu.cn

魏急波 男, 1967 年 7 月出生于湖北汉川, 教授, 博士生导师, 主要从事宽带无线传输技术与通信网络等方向的研究.

E-mail: wjbbhw@nuct.edu.cn