

# 超声信号的双指数模型及参数确定方法

郭 纲<sup>1,2</sup>, 王树勋<sup>1</sup>, 孙晓颖<sup>1</sup>, 赵晓晖<sup>1</sup>

(1. 吉林大学通信工程学院, 吉林长春 130022; 2. 空军航空大学控制工程系, 吉林长春 130022)

**摘 要:** 根据实际系统超声信号的普罗尼分析结果, 提出了基于双指数线性组合的超声信号经验模型, 分析了上升时间和半峰宽特性, 给出了模型参数确定方法. 对双指数模型和混合指数模型的拟合精度与 TOF 估计方差进行了对比分析, 结果表明双指数模型更适于描述半峰宽与上升时间比值大于 2.5 的超声信号.

**关键词:** 超声; 双指数模型; 普罗尼方法; 单纯形算法; TOF

**中图分类号:** TB553 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 07-1501-04

## Ultrasonic Double Exponential Model and its Parameter Determination

GUO Gang<sup>1,2</sup>, WANG Shu-xun<sup>1</sup>, SUN Xiao-ying<sup>1</sup>, ZHAO Xiao-hui<sup>1</sup>

(1. School of Communication Engineer, Jilin University, Changchun, Jilin 130022, China;

2. Aviation University of Air Force, Changchun, Jilin 130022, China)

**Abstract:** Based on the analysis results of ultrasonic signal acquired in an actual system, an empirical model named double exponential model using the linear sum of two exponentials is proposed. The full width half maximum and the rise time of double exponential model are analyzed, and the methods of model's parameters estimation are introduced. Further the fitting accuracy and TOF (time of flight) estimation variance of double exponential model are compared to those of hybrid exponential model. It is shown that the double exponential model is suitable for the ultrasonic signal in which the ratio of the full width half maximum and the rise time is more than 2.5.

**Key words:** ultrasonic; double exponential model; Prony method; Nelder-Mead method; TOF

## 1 引言

超声定位、超声厚度测量、超声波流量计等很多测量系统都依赖于对超声信号传播时间 TOF (Time-Of-Flight) 的精确估计<sup>[1~4]</sup>. 常用的 TOF 测量方法有互相关法、阈值比较法和滑动窗法等<sup>[5]</sup>. 互相关法需要计算超声脉冲与参考信号之间的互相关系数, 以最大互相关系数出现的时刻作为信号的 TOF, 在单一路径和加性高斯白噪声背景下, 互相关法是最优算法<sup>[6]</sup>. 受超声信号中心频率的影响, 互相关系数在最大值附近会有若干个幅度接近的峰值, 可能导致 TOF 估计错误, 为避免这种情况可利用信号包络进行互相关运算<sup>[7]</sup>. 可用实测数据或经验模型作为互相关法中的参考信号, 经验模型比实测数据更为灵活, 在实际工作中得到了广泛的应用.

超声脉冲的经验模型主要有高斯脉冲模型和混合指数模型两种. 高斯脉冲模型用于描述时域波形为单峰对称的高频超声信号<sup>[6]</sup>. 对于前沿相对较陡, 后沿较缓的低频窄带超声信号采用混合指数模型<sup>[7]</sup>, 该模型与实

际信号有一定差异, 导致测试精度下降. 为弥补该模型的不足, 文献[6]采用拉盖尔函数描述超声信号, 虽然提高了精度, 但是模型复杂, 运算量增大, 实际应用困难.

本文首先说明了混合指数模型的局限性, 然后根据实际系统中超声信号的普罗尼分析结果, 提出采用两个指数的线性组合作为超声信号的模型, 分析了模型的上升时间和半峰宽特性, 给出了模型参数确定方法, 最后在拟合精度和 TOF 估计两个方面对双指数模型和混合指数模型进行了对比分析, 结果表明双指数模型更适于描述半峰宽与上升时间比值大于 2.5 的超声信号.

## 2 超声信号的混合指数模型

混合指数模型如式(1)所示

$$v(t) = V_0 t^m e^{-t/\tau} \cos(2\pi f_c t + \phi) \quad (1)$$

其中  $t \geq 0$ ,  $V_0$  是信号的幅度,  $m$  是整数, 取值范围为 1~3,  $f_c$  是信号中心频率,  $\phi$  是初相位, 一般为零. 通常用上升时间  $t_r$  和半峰宽  $t_{fwhm}$  描述脉冲特征<sup>[9]</sup>,  $t_r$  是脉冲幅度自 0 上升到 100% 所需的时间,  $t_{fwhm}$  是信号幅度为

收稿日期: 2008-07-02; 修回日期: 2008-12-02

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 60572069)

最大幅值 50 % 的两点之间的时间. 容易求得式 (1) 的上升时间为  $t_r = mh$ , 包络峰值为  $v_{em} = V_0 t_r^m e^{-m}$ . 方程  $V_0 t^m e^{-mt/t_r} = 0.5 V_0 t_r^m e^{-m}$  有两个实根, 分别是信号幅值为最大幅值 50 % 的时刻, 两个根之间的距离就是  $t_{fwhm}$ .

定义  $w$  为半峰宽与上升时间的比值, 即  $w = \frac{t_{fwhm}}{t_r}$ , 容易证明  $w$  仅与  $m$  有关. 数值计算表明当  $m$  为 1、2、3 时,  $w$  分别为 2.477、1.697 和 1.377, 因此混合指数模型所能描述的脉冲特征为  $t_r > 0$  且  $w$  只能为 2.477 或 1.697 或 1.377. 在流量测量、定位等系统中, 为提高测量精度需要尽可能缩短脉冲的上升时间<sup>[1,4]</sup>, 导致  $w$  大于 2.5, 混合指数模型不能适应这种情况.

### 3 实际超声信号的普罗尼分析

图 1 是一种超声定位电子白板系统中超声信号的波形, 信号采样周期为 1  $\mu$ s. 在该系统<sup>[10]</sup>中, 超声发射传感器采用圆筒状 PVDF 压电薄膜, 接收传感器采用压电陶瓷传感器, 型号为 R40 - 10, 中心频率 40 KHz. 这种组合是超声定位系统中最常见的配置<sup>[1,10]</sup>.

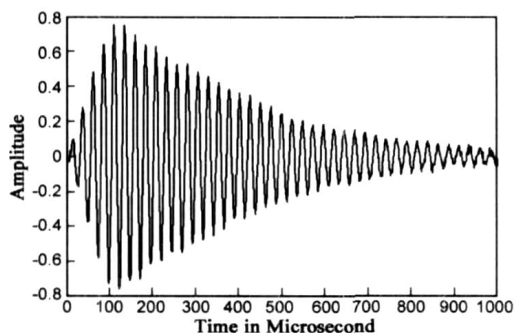


图1 一种超声定位电子白板系统中的超声信号  
表1 8个指数的具体参数

| 序号 | $ b_m $              | $m$                | $f_m$             | $E_m$                |
|----|----------------------|--------------------|-------------------|----------------------|
| 1  | 4.9                  | $-1.5 \times 10^4$ | 0.0               | $1.6 \times 10^1$    |
| 2  | 4.9                  | $-4.5 \times 10^3$ | 0.0               | $4.4 \times 10^1$    |
| 3  | $8.4 \times 10^{-2}$ | $-2.9 \times 10^4$ | $2.9 \times 10^4$ | $2.9 \times 10^{-3}$ |
| 4  | $8.4 \times 10^{-2}$ | $-2.9 \times 10^4$ | $2.9 \times 10^4$ | $2.9 \times 10^{-3}$ |
| 5  | $4 \times 10^{-2}$   | $-1.4 \times 10^4$ | $9.3 \times 10^3$ | $1.1 \times 10^{-3}$ |
| 6  | $4 \times 10^{-2}$   | $-1.4 \times 10^4$ | $9.3 \times 10^3$ | $1.1 \times 10^{-3}$ |
| 7  | $2.3 \times 10^{-2}$ | $-5.3 \times 10^3$ | $2.0 \times 10^4$ | $8.5 \times 10^{-4}$ |
| 8  | $2.3 \times 10^{-2}$ | $-5.3 \times 10^3$ | $2.0 \times 10^4$ | $8.5 \times 10^{-4}$ |

在普罗尼方法中, 采用具有幅值  $A_m$ 、相位  $\phi_m$ 、频率  $f_m$  及阻尼因子  $\alpha_m$  的  $k$  个指数的线性组合拟合一段长度为  $N$  的等间隔采样数据序列  $\{x_n\}$ , 即  $x_n$  的近似值为

$$\hat{x}_n = \sum_{m=1}^k b_m z_m^n$$

其中,  $b_m = A_m \exp(j\phi_m)$ ,  $z_m = \alpha_m + j2\pi f_m t$ . 为了减小噪

声的影响并降低指数的数量, 对于图 1 所示的超声信号, 首先利用希尔伯特变换提取信号的包络, 并将采样率降低到原有采样率的 1/16 后, 再利用普罗尼方法估计各指数的具体参数. 估计结果如表 1 所示, 图 2 是原始数据与 8 个指数的线性组合的对比情况, 拟合精度令人满意. 从表 1 数据可以得出结论: 前两个指数项占据了信号总能量的 99 % 以上, 所以本文采用式 (2) 描述图 1 所示超声信号的包络.

$$u(t) = V_0(e^{-4500t} - e^{-15000t}) \quad (2)$$

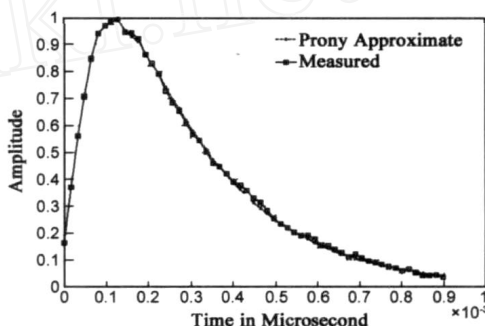


图2 用8个指数的线性组合拟合结果

### 4 超声信号的双指数模型

根据上述结论, 可以将双指数模型作为超声信号的经验模型, 所描述的超声信号包络为

$$u(t) = V_0(e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}) \quad (4)$$

其中,  $t \geq 0$ ,  $V_0$  是信号的幅度,  $\tau_1$  和  $\tau_2$  为衰减因子. 可以求出双指数模型的上升时间为

$$t_r = \frac{\ln(\tau_2) - \ln(\tau_1)}{\beta/\alpha} \quad (5)$$

图 3 是上升时间随  $\beta/\alpha$  和  $\alpha$  变化的网格及等高线图.

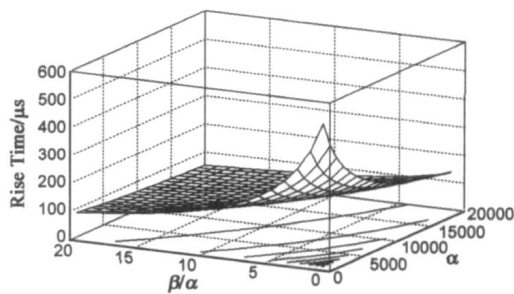
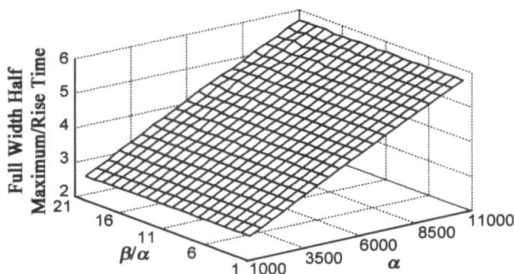


图3 双指数模型的上升时间

根据图 3 和式 (5) 可以看出,  $t_r$  的取值范围为  $t_r > 0$ , 并且对于固定的  $\alpha$ , 只要改变  $\beta/\alpha$  值,  $t_r$  的范围可以在很大范围内任意变化. 难于得出半峰宽和  $w$  的解析表达式, 图 4 是通过数值计算得出的  $w$  随  $\beta/\alpha$  变化的网格及等高线图. 从图 4 可以看出  $w$  主要由  $\beta/\alpha$  决定. 利用最速下降法在  $100 < \alpha < 50000$  和  $0 < \beta/\alpha < 20$  范围内搜索  $w$  的最小值和最大值, 结果表明双指数模型的

图4  $w$  与  $\alpha$  和  $\beta/\alpha$  的关系

$w$  可以为不小于 2.44 的任意常数. 综合式(5)及图 3 和图 4 可以得出结论: 双指数模型所能描述的脉冲特征为  $t_r > 0$  且  $w > 2.44$ , 因此双指数模型适于描述  $w$  大于 2.5 的超声信号.

## 5 双指数模型参数确定方法

在前述对信号的分析过程中, 实际上已经给出了模型参数的确定方法, 只需在前述普罗尼方法的基础上, 将具有最大能量的  $m$  作为  $m_1$ , 将具有次大能量的  $m$  作为  $m_2$  即可. 普罗尼方法的优点是运算量小, 并且为 TOF 估计提供了新的思路, 缺点是为了减弱噪声的影响, 不得不对原始数据进行降速率抽样, 并且最终确定的参数与数据裁减的范围有关. 对同一系统不同条件下的超声信号进行分析, 以及采用不同的抽样率和裁减方式, 得出的两个指数参数  $m_1$  和  $m_2$  会有微小的差别.

双指数模型的上升时间对  $m_1$  和  $m_2$  的敏感性可以用  $t_r$  对  $m_1$  和  $m_2$  的偏导数衡量, 即

$$\frac{\partial t_r}{\partial m_1} = \frac{(1 - \frac{m_2}{m_1}) - (\ln(\frac{m_2}{m_1}) - \ln(\frac{m_1}{m_2}))}{(\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2})^2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial t_r}{\partial m_2} = \frac{(1 - \frac{m_1}{m_2}) + (\ln(\frac{m_2}{m_1}) - \ln(\frac{m_1}{m_2}))}{(\frac{m_2}{m_1} - \frac{m_1}{m_2})^2} \quad (7)$$

对于图 1 所示的超声信号的参数, 由于  $m_1$  和  $m_2$  有数倍的差异, 所以  $t_r$  对  $m_1$  和  $m_2$  的变化不敏感. 虽然没有半峰宽的解析表达式, 但是根据图 4 和上升时间的有关结论, 同样可以得出半峰宽对  $m_1$  和  $m_2$  的变化不敏感的结论. 由于脉冲的特征对  $m_1$  和  $m_2$  的变化不敏感, 所以可将不同条件下获得的模型参数做算术平均, 做为超声信号双指数模型的最终参数.

也可以采用 Nelder-Mead 单纯形方法确定双指数模型的参数. Nelder-Mead 单纯形方法<sup>[11]</sup>是一常用的非线性优化算法, 可以对有多个参数的目标函数进行优化. 估计双指数模型参数过程中, 目标函数为

$$f(x) = \sum_{i=1}^N [V_0(e^{-(t-t_0)/h_1} - e^{-(t-t_0)/h_2}) - s(t)]^2$$

其中,  $x = [V_0, h_1, h_2, t_0]$ ,  $s(t)$  为超声信号包络. 由于不能确定超声信号的起始时间, 所以在双指数模型中增

加了一项时间修正项  $t_0$ . 单纯形方法的优点是准确, 缺点是运算量大, 算法较为复杂. 在实际工作中如果对模型参数精度要求很高, 应当采用单纯形方法.

## 6 双指数模型与混合指数模型的对比

分别利用两种模型拟合图 1 中超声信号包络, 结果如图 5 所示. 双指数模型与信号包络的互相关系数为 0.999, 参数为  $m_1 = 1$ ,  $h = 120 \mu s$  的混合指数模型与信号包络的互相关系数为 0.985. 因此双指数模型对该信号的拟合效果优于混合指数模型.

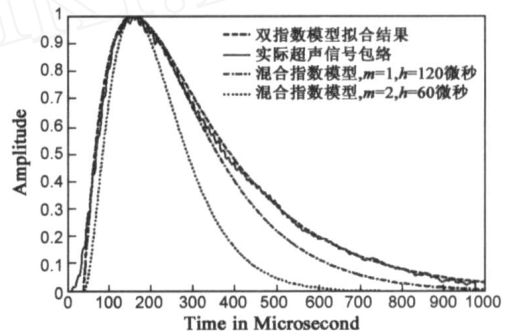


图5 不同模型对超声包络拟合的对比

在超声定位电子白板系统中, 对接收到的超声信号以 1MHz 的速率进行采样, 并提取包络序列  $s(k)$ . 分别以混合指数模型和双指数模型作为参考信号, 采用互相关法进行 TOF 估计, 算法为  $TOF = \arg \max_{i=1}^{1000} \{s(k+i)r(i)\}$ , 其中混合指数模型包络离散化为  $r_k = V_0(e^{-tk/h_1} - e^{-tk/h_2})$ , 双指数模型包络离散化为  $r_k = V_0(e^{-4500tk} - e^{-15000tk})$ ,  $k$  的取值范围为 1 ~ 1000. 估计结果方差与信噪比的关系如图 6 所示, 信噪比  $SNR = 20 \log \left( \frac{S_{max}}{n} \right)$ , 其中  $S_{max}$  为信号峰值,  $n$  为噪声标准差.

从图 6 中可以看出, 在高信噪比条件下, 两种模型的性能相近, 而在中低信噪比条件下, 采用双指数模型进行 TOF 估计的方差比混合指数模型低 2 - 3dB. 因此在 TOF 估计方面双指数模型优于混合指数模型. 事实上可以用双指数模型代替  $m = 1$  的混合指数模型, 参数

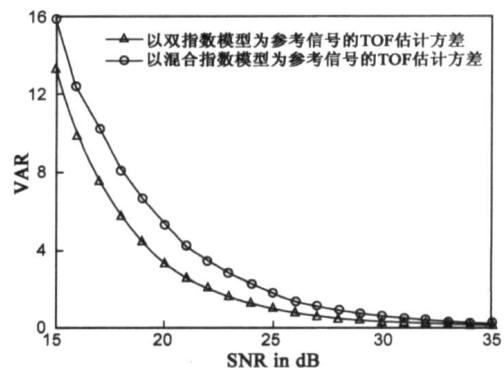


图6 两种模型的TOF估计方差

为  $\tau = 8251$ ,  $\tau = 8417$  的双指数模型与参数为  $m = 1$ ,  $h = 120\mu\text{s}$  的混合指数模型之间的最大误差仅为  $2.5 \times 10^{-5}$ .

## 7 结论

实际系统超声信号的普罗尼分析结果中, 信号总能量的 99% 以上集中于两个指数项, 因此可以采用两个指数的线性组合作为超声信号的经验模型. 从上升时间和半峰宽的角度出发, 讨论了双指数模型和混合指数模型的适用范围, 结论是双指数模型更适合于描述半峰宽与上升时间比值大于 2.5 的超声信号. 在拟合精度和 TOF 估计两个方面对双指数模型和混合指数模型进行了对比分析, 验证了上述结论.

## 参考文献:

- [1] 燕学智, 王树勋等. 基于超声红外定位导航研制自动引导车辆系统[J]. 吉林大学学报工学版, 2006, 36(2): 242 - 246.  
X Z Yan, S X Wang, Z S Ma, X Li. Automatic guided vehicle system based on localization and navigation by ultrasonic and infrared ray[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2006, 36(2): 242 - 246. (in Chinese)
- [2] S Capkun, K B Rasmussen. Secure location verification with hidden and mobile base stations[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2008, 7(4): 470 - 483.
- [3] D K Hsu, M S Hughes. Simultaneous ultrasonic velocity and sample thickness measurement and applications in composites[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1992, 92(2): 669 - 675.
- [4] 富强, 梁青阳, 桂德东, 王社伟. 提高小管径频差法超声波流量计测量准确度的数理分析[J]. 仪器仪表学报, 1999, 20(5): 464 - 466.  
Q Fu, Q Y Liang, D D Gui, S W Wang. The mathematical analysis on improving the accuracy of the ultrasonic flowmeter of small caliber on frequency difference[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 1999, 20(5): 464 - 466. (in Chinese)
- [5] B Barshan, B Ayrulu. Performance comparison of four time-of-flight estimation methods for sonar signals[J]. IEEE Electronics Letters, 1999, 34(16): 1616 - 1617.
- [6] A M Sabatini. Correlation receivers using Laguerre filter banks for modeling narrowband ultrasonic echoes and estimating their time-of-flights [J]. IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectrics and Frequency Control, 1997, 44(6): 1253 - 1263.
- [7] S K Chow, P M Schultheiss. Delay estimation using narrowband processes [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 29(3): 478 - 484.
- [8] M Parrilla, J J Anaya, C Fritsch. Digital signal processing techniques for high accuracy ultrasonic range measurements [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1991, 40(4): 759 - 763.
- [9] USA Department of Defense: Requirements for the Control of Electromagnetic Characteristics of Subsystems and Equipment [S]. Interface Standard MIL - STD - 461F, 2007.
- [10] 王树勋. 基于软件无线电原理的电子白板系统 [P]. 200410010956. 6. S X Wang. Electrical board based on soft radio [P]. 200410010956. 6. (in Chinese)
- [11] J H Mathews, K K Fink. Numerical Methods Using Matlab, 4th Edition [M]. New Jersey, USA: Prentice-Hall Inc. 2004.

## 作者简介:



**王树勋** 男, 汉族, 1946 年生于吉林省长春市, 吉林大学教授、博士生导师, 主要研究方向信息提取与实时处理.

**孙晓颖** 男, 汉族, 1969 年 8 月生于吉林, 吉林大学副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为无线通信理论及应用.

**赵晓晖** (通信作者) 男, 满族, 1957 年 11 月生于长春市, 吉林大学通信工程学院教授, 博士生导师. 研究方向为通信中的信号处理理论. E-mail: xhzhaoh @jlu. edu. cn

**郭纲男**, 汉族, 1971 年 1 月生于吉林省长春市, 吉林大学通信工程学院博士研究生, 空军航空大学讲师, 主要研究方向为超声信号处理和机载设备电磁兼容.  
E-mail: pxivxi @163. com