

# 相关乘性噪声背景下的三次非线性耦合谐波分析

窦慧晶, 王树勋, 汪飞

(吉林大学通信工程学院, 吉林长春 130025)

**摘要:** 本文利用特殊四阶时间平均多矩谱对任意均值乘性噪声与任意均值加性噪声共存, 并且乘性噪声之间相关、乘性噪声与加性噪声之间相互独立的噪声背景下的三次非线性耦合进行了分析, 该方法能够有效地估计出观测信号中参于三次非线性耦合的频率和耦合产生的频率。并且该方法无需限制乘性噪声与加性噪声的颜色和分布。最后, 文中把此方法拓广到二维, 用此二维四阶时间平均多矩谱方法分析了二维三次非线性耦合问题, 同样取得了良好的效果。仿真实验验证了文中结论。

**关键词:** 乘性噪声; 四阶时间平均多矩谱; 三次非线性耦合; 二维谐波

**中图分类号:** TN911.72    **文献标识码:** A    **文章编号:** 0372-2112(2004)07-1227-05

## Cubic Nonlinear Coupling Analysis in Correlative Multiplicative Noise

DOU Huijing, WANG Shuxun, WANG Fei

(Communication Engineering College, Jilin University, Changchun, Jilin 130025, China)

**Abstract:** A special fourth-order time-average moment spectrum approach is proposed for estimating cubic nonlinear coupling. It can be applied to obtain the coupled and coupling frequencies in mutually correlative any mean multiplicative noise which is independent of additive noise. In the meantime, this method needn't constrain the distribution and color of noise. Lastly, this method is generalized to two-dimensional case. Simulation examples illustrate our algorithms.

**Key words:** multiplicative noise; fourth-order time-average moment spectrum; cubic nonlinear coupling; two-dimensional harmonic

## 1 引言

在通信、微波、水声、和地球物理等领域中, 乘性噪声普遍存在, 乘性噪声中的非线性耦合谐波分析近年来受到广泛关注。非线性耦合是一种非线性现象, 当谐波信号通过非线性系统时, 系统的输出除了包含原频率分量外, 还产生了新的频率分量, 这一现象可用来识别系统的非线性。

Hasselman<sup>[1]</sup>, Kim 和 Powers<sup>[2]</sup>, Nikias 和 Raghavendra<sup>[3]</sup>, 提出的双谱方法, Swami 和 Mendel<sup>[4]</sup>, Parthasarathy<sup>[5]</sup>, Zhang<sup>[6]</sup>提出的累积量方法是分析加性噪声中二次非线性耦合的有效方法。而对于乘性噪声背景, 循环统计量是分析非线性耦合的有力工具。G T Zhou 和 G B Giannakis<sup>[7]</sup>提出了一种分析非零均值乘性噪声中二次耦合谐波的多谱方法, Wang<sup>[8]</sup>则分析了零均值乘性噪声中的二次耦合及非零均值乘性噪声三次非线性耦合。文献[7, 8]都是基于乘性噪声之间相互独立, 并且噪声必须满足可混条件的假设, 而在实际环境中, 噪声独立往往难以得到检验和保证, 噪声的相关性不容忽视。徐景<sup>[9]</sup>对于非零均值乘法噪声相关, 乘法噪声和零均值加法噪声也相关的噪声背景, 分析了二次非线性相位耦合问题, 取得了满意的结果。

以上研究成果表明, 目前关于非线性耦合的研究多集中于二次非线性耦合, 而三次非线性耦合的分析在很多领域中有重要意义, 特别是在通信领域, 如均衡器、有线电视、MESFET 放大器的畸变分析中, 需要处理大量的三次非线性现象。但是, 作为三次非线性的直接表现形式的三次非线性耦合却一直没有得到深入的研究。这主要是由于分析理论和分析方法的局限。

本文提出了特殊四阶时间平均多矩谱方法, 在任意均值(这里的任意均值指零均值和非零均值)乘性噪声和任意均值加性噪声共存背景下, 成功地解决了乘性噪声相关、乘性噪声与加性噪声相互独立的噪声背景下的三次非线性耦合问题。在全部噪声独立时, 与 Wang<sup>[8]</sup>的算法比较, 本算法只需进行一维傅里叶变换和一维的谱峰搜索, 算法更简单、快捷。

自从 V G Alekseev<sup>[10]</sup>在高斯场中定义了二维循环平稳过程以来, 二维循环统计量方法越来越受到广泛的关注。Wang<sup>[11]</sup>分析了加性噪声背景下二维平稳信号中谐波的二次耦合 Wang<sup>[12]</sup>分析了乘性噪声中, 二维谐波的二次耦合问题。但文献[12]的算法仅适用于乘性噪声之间相互独立的噪声背景。

本文也利用二维循环平稳理论, 将上文提出的特殊四阶时间平均多矩谱方法, 拓广至二维情形, 仿真实验证明, 用此二维四阶时间平均多矩谱方法分析以上噪声背景下的二维三次非线性耦合也是一种非常有效的方法.

## 2 随机过程的可混与互可混

为了描述噪声之间的相关性, 这里给出可混和互可混的概念<sup>[9]</sup>. 首先给出自累积量和互累积量的定义.

设  $\underline{s}(t) = \{s_0(t), \dots, s_L(t)\}$  是一个平稳随机过程, 则  $\underline{s}(t)$  随机过程的  $k+1$  阶互累积量为:

$$C_{s_{l_1}, s_{l_2}, \dots, s_{l_{k+1}}}^{(p)}(\underline{S}) > \text{cum}\{s_{l_1}^{(p_0)}(t), s_{l_2}^{(p_1)}(t), \dots, s_{l_{k+1}}^{(p_k)}(t + S_1), \dots, s_{l_{k+1}}^{(p_k)}(t + S_k)\} \quad (1)$$

其中,  $k$  为正整数,  $p = (p_0, p_1, \dots, p_k)$ ,  $p_i = 1$  或  $-1$

$$s^{(1)}(t) > s(t)$$

$$s^{(-1)}(t) > s^*(t),$$

$$l_1, l_2, \dots, l_{k+1} = 0, 1, \dots, L. \quad \underline{S} = (S_1, \dots, S_k)$$

当  $s_{l_1}(t) = s(t)$ ,  $s_{l_2}(t) = s(t)$ ,  $\dots$ ,  $s_{l_{k+1}}(t) = s(t)$  时, 式(1) 可化为:

$$C_{l_1, l_2, \dots, l_{k+1}}^{(p)}(\underline{S}) = \text{cum}\{s^{(p_0)}(t), s^{(p_1)}(t + S_1), \dots, s^{(p_k)}(t + S_k)\} \quad (2)$$

式(2) 称为随机过程  $\underline{s}(t)$  的  $k+1$  阶自累积量.

若随机过程  $\underline{s}(t)$  的自累积量绝对可和, 则称随机过程  $\underline{s}(t)$  是可混的<sup>[9]</sup>, 即满足

$$\underset{l_1, l_2, \dots, l_{k+1} = 0}{\underset{m_1, m_2, \dots, m_{k+1} = -1}{\underset{m, n = 1}{\underset{\infty}{\sum}}}} \sup |C_{l_1, l_2, \dots, l_{k+1}}^{(p)}(t; \underline{S})| < \infty \quad (3)$$

**定义 1 随机过程的互可混** 若随机过程  $\underline{s}(t)$  的自累积量和互累积量都绝对可和, 则称随机过程  $\underline{s}(t)$  是互可混的. 即同时满足式(3) 和下式:

$$\underset{l_1, l_2, \dots, l_{k+1} = 0}{\underset{m_1, m_2, \dots, m_{k+1} = -1}{\underset{m, n = 1}{\underset{\infty}{\sum}}}} \sup |C_{l_1, l_2, \dots, l_{k+1}}^{(p)}(t; \underline{S})| < \infty \quad (4)$$

其中,  $l_1, l_2, \dots, l_{k+1} = 0, 1, \dots, L$ .

**性质 1** 若离散随机过程集合  $\{s_l(t)\}_{l=0}^L$ , 其各个元素满足自可混和相互独立这两个条件, 由性质 1 可得出如下结论: 满足自可混和相互独立的噪声必定是互可混的; 反之满足互可混的噪声不一定是相互独立的.

在研究乘性噪声背景下的谐波恢复时, 若假设噪声满足自可混和相互独立这两个条件, 由性质 1 可得出如下结论: 满足自可混和相互独立的噪声必定是互可混的; 反之满足互可混的噪声不一定是相互独立的.

考虑观测信号  $x(t)$  模型为

$$x(t) = \underset{l=1}{\underset{L}{\sum}} s_l(t) e^{j(X_l t + U_l)} + v(t) \quad (5)$$

其中,  $t = 0, 1, \dots, T-1, L$  代表信号个数,  $s_l(t)$  为乘性噪声,  $v(t)$  为加性噪声.

对模型作如下假设:

(1)  $X_l(s)$  是互不相等的确定性常数.  $X_l \in (0, 2P/3)$ ,  $l = 1, \dots, L$ .

(2)  $\propto s$  为确定性常数,  $\propto \in [-P, P]$ .

(3) 乘性噪声  $w_l(t)cs$  和加性噪声  $v(t)$  是任意均值的平稳随机过程. 乘性噪声  $w_l(t)cs$  之间相关,  $w_l(t)cs$  与  $v(t)$  相互独立.

(4) 乘性噪声与加性噪声是互可混的, 满足式(3) 和式(4).

为便于分析问题, 对上述信号的观测模型作如下变形,

$$x(t) = \underset{l=0}{\underset{L}{\sum}} s_l(t) e^{jX_l t} \quad (6)$$

其中  $s_l(t) = \underset{l=0}{\underset{L}{\sum}} w_l(t) e^{jU_l}$ ,  $l = 1, \dots, L$ ,  $s_0(t) = v(t)$ ,  $X_0 = 0$ .

## 3 任意均值相关乘性噪音背景下的一维三次非线性耦合谐波频率估计

如果存在整数  $(l_1, l_2, l_3, l_4) \in [1, L]$  使  $X_{l_1} + X_{l_2} + X_{l_3} = X_{l_4}$ , 则模型式(5) 中出现三次频率耦合, 当式(5) 中乘性噪声  $X_l(t)cs$  具有非零均值, 且乘性噪声相互独立时, Wang<sup>[8]</sup> 提出如果  $X_{l_1} + X_{l_2} + X_{l_3} = X_{l_4} \bmod (2P)$  仅当  $l_1 \neq l_2 \neq l_3 \neq l_4$  时成立, 且对任意  $(l_1, l_2) \in [1, L]$ ,  $X_{l_1} + X_{l_2} \neq 0$ , 三次耦合频率可由傅里叶级数多谱求得

$$M_{4,y}(X_1, X_2) > \underset{\substack{l_1, l_2, l_3, l_4 = 1 \\ \# D(X_1 - X_1)D(X_2 - X_2 - X_3)}}{\underset{l_1, l_2, l_3, l_4 = 1}{\underset{\infty}{\sum}}} m_{l_1} m_{l_2} m_{l_3} m_{l_4} e^{j(U_{l_1} + U_{l_2} + U_{l_3} - U_{l_4})} \\ \# D(X_1 + U_1 + U_2 - U_3) \\ \# D(X_1 + U_2 + U_3 - U_4) \quad (7)$$

其中,  $m_l = E[w_l(t)]$  为乘性噪声均值.  $D(\#)$  表示 Kronecker delta 函数

$$D(K) = \begin{cases} 1, & K = 0 \bmod (2P) \\ 0, & \text{others} \end{cases}$$

若乘性噪声均值为零, 即  $m_l = m_s = E[w_l(t)] = 0$ , 则式(7) 为零, 不能用式(7) 估计出信号的频率, Wang<sup>[8]</sup> 的方法失效.

本文提出了一种特殊的四阶时间平均多矩谱方法, 能够有效地估计出满足模型(5) 全部假设条件信号中的三次非线性耦合谐波频率.

**定义 2 定义  $x(t)$  的特殊的四阶时间平均矩为**

$$m_{4,x}(S) > \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \underset{t=0}{\underset{T-1}{\sum}} m_{4,x}(t; 0, S, S) \\ = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \underset{t=0}{\underset{T-1}{\sum}} E\{(x^*(t))^2 x^*(t + S) x(t + S)\} \quad (8)$$

**定义 3 定义  $x(t)$  对应式(8) 的特殊四阶时间平均多矩谱为**

$$M_{4,x}(K) > \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \underset{S=0}{\underset{T-1}{\sum}} m_{4,x}(S) e^{-jKS} \quad (9)$$

**定理 1** 对于式(5) 中的  $x(t)$ , 在不存在二次非线性耦合的情况下, 对应式(8) 的特殊四阶时间平均多矩谱为

$$M_{4,x}(K) = \underset{\substack{l_1, l_2, l_3, l_4 = 1 \\ \# D(K + X_{l_3} - X_{l_4})D(X_{l_4} - X_{l_1} - X_{l_2} - X_{l_3})}}{\underset{l_1, l_2, l_3, l_4 = 1}{\underset{\infty}{\sum}}} E\{s_{l_1}^*(t) s_{l_2}^*(t)\} E\{s_{l_3}^*(t) s_{l_4}(t)\} \\ \# D(K + X_{l_3} - X_{l_4})D(X_{l_4} - X_{l_1} - X_{l_2} - X_{l_3}) \quad (10)$$

$$+ \left[ \prod_{l_3, l_4=1}^L E\{s_0^*(t) s_0^*(t)\} E\{s_{l_3}^*(t) s_{l_4}(t)\} \right. \\ \left. + E\{s_0^*(t) s_0^*(t)\} E\{s_0^*(t) s_0(t)\} \right] D(K) \quad (10)$$

由定理 1, 相关乘性噪声中的三次非线性耦合谐波频率可由式(10)的特殊四阶时间平均多矩谱  $M_{4,y}(K)$  估计得到, 当三次非线性耦合  $X_{l_1} + X_{l_2} + X_{l_3} = X_{l_4}$  仅在  $l_1 X l_2 X l_3 X l_4$  时成立,  $M_{4,y}(K)$  在  $(X_{l_1} + X_{l_2}), (X_{l_1} + X_{l_3}), (X_{l_2} + X_{l_3})$  及零频率点处出现四个谱峰, 经谱峰搜索可计算出参与耦合的频率  $X_{l_1}, X_{l_2}, X_{l_3}$  及耦合产生的频率  $X_{l_4}$ . 这种方法不需考虑噪声的颜色和分布.

#### 4 二维三次非线性耦合谐波频率估计

以上的一维四阶时间平均多矩谱方法可以被拓广到二维, 其中利用了文[13]所定义的互可混概念. 定义二维谐波信号的观测模型为

$$x(m, n) = \sum_{l=1}^L w_l(m, n) e^{j(X_{l1}m + X_{l2}n + \gamma_l)} + v(m, n) \quad (11)$$

其中,  $m, n$  代表二维时间坐标,  $m = 0, 1, \dots, T_{l_1} - 1$ ,  $n = 0, 1, \dots, T_{l_2} - 1$ .  $L$  代表信号个数,  $(X_{l1}, X_{l2})$  代表第 1 个信号频率对,  $\gamma_l$  代表第 1 个信号相位.  $w_l(m, n)$  为乘性噪声,  $v(m, n)$  为加性噪声.

对模型作如下假设:

(A1) 各频率对是互不相等的确定性常数.

$$X_{kl} \in I(0, 2P/3), k=1, 2; l=1, \dots, L.$$

(A2)  $c_s$  为确定性常数,  $\gamma_l \in (-P, P]$ .

(A3) 乘性噪声  $w(m, n)c_s$  和加性噪声  $v(m, n)$  是任意均值的二维平稳随机过程, 乘性噪声  $w(m, n)c_s$  之间相关,  $w(m, n)c_s$  与  $v(m, n)$  相互独立.

(A4) 噪声是互可混的.

定义 4 令  $x(m, n)$  的特殊四阶时间平均矩为

$$m_{4x}(\underline{S}, \underline{N}) > \lim_{T_1 \downarrow 1} \lim_{T_2 \downarrow 1} \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} m_{4x}(m, n; \underline{S}, \underline{N}) \\ = \lim_{T_1 \downarrow 1} \lim_{T_2 \downarrow 1} \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} E\{((x^*(m, n))^2 \\ \# x^*(m+S, n+N)x(m+S, n+N)\} \quad (12)$$

其中,  $\underline{S} = (0, S, S)$ ,  $\underline{N} = (0, N, N)$ .

定义 5 定义  $x(m, n)$  对应式(12)的特殊四阶时间平均多矩谱为

$$M_{4x}(A, B) > \lim_{T_1 \downarrow 1} \lim_{T_2 \downarrow 1} \frac{1}{T_1 T_2} \sum_{S=0}^{T_1-1} \sum_{N=0}^{T_2-1} m_{4x}(\underline{S}, \underline{N}) e^{-jAS} e^{-jBN} \\ = \lim_{T_1 \downarrow 1} \lim_{T_2 \downarrow 1} \frac{1}{T_1^2 T_2^2} \sum_{S=0}^{T_1-1} \sum_{N=0}^{T_2-1} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} E\{((x^*(m, n))^2 x^*(m+S, n+N) \\ \# x(m+S, n+N)\} e^{-jAS} e^{-jBN} \quad (13)$$

定理 2 在  $x(m, n)$  中不存在二次非线性耦合时, 与式(12)对应的特殊四阶时间平均多矩谱为

$$M_{4x}(A, B) = \sum_{l_1, l_2, l_3, l_4=1}^L E\{s_{l_1}^*(m, n) s_{l_2}^*(m, n)\}$$

$$\# E\{s_{l_3}^*(m, n) s_{l_4}^*(m, n)\} D(A + X_{l_1} - X_{l_2} - X_{l_3} - X_{l_4}) \\ \# D(B + X_{l_1} - X_{l_2} - X_{l_3} - X_{l_4}) D(X_{l_1} - X_{l_2} - X_{l_3} - X_{l_4}) \\ \# D(X_{l_2} - X_{l_1} - X_{l_3} - X_{l_4}) \\ + \left[ \sum_{l_3, l_4=1}^L E\{s_0^*(m, n) s_0^*(m, n)\} \right. \\ \left. \# E\{s_{l_3}^*(m, n) s_{l_4}^*(m, n)\} \right. \\ \left. + E\{s_0^*(m, n) s_0^*(m, n)\} \right. \\ \left. \# E\{s_0^*(m, n) s_0(m, n)\} \right] D(A) D(B) \quad (14)$$

由定理 2, 相关乘性噪声中二维三次非线性耦合谐波频率可由式(14)的特殊四阶时间平均多矩谱  $M_{4x}(A, B)$  估计得到, 当三次非线性耦合  $X_{l_1} = X_{l_1} + X_{l_2} + X_{l_3} = X_{l_4}$  仅在  $l_1 X l_2 X l_3 X l_4$  时成立, 则  $M_{4x}(A, B)$  在  $(X_{l_1} + X_{l_2}, X_{l_1} + X_{l_3}, X_{l_2} + X_{l_3}), (X_{l_1} + X_{l_3}, X_{l_2} + X_{l_3})$  及零频率点  $(0, 0)$  处出现四个谱峰, 经谱峰搜索可计算出参与耦合的频率  $(X_{l_1}, X_{l_2}), (X_{l_1}, X_{l_3}), (X_{l_2}, X_{l_3})$ , 及耦合产生的频率  $(X_{l_4}, X_{l_4})$ .

由文献[14]知, 式(14)的估计子为

$$\hat{M}_{4x}(A, B) = \frac{1}{T_1^2 T_2^2} \sum_{S=0}^{T_1-1} \sum_{N=0}^{T_2-1} \sum_{m=0}^{T_1-1} \sum_{n=0}^{T_2-1} E\{((x^*(m, n))^2 \\ \# x^*(m+S, n+N)x(m+S, n+N)\} e^{-jAS} e^{-jBN} \quad (15)$$

#### 5 仿真实验

##### 5.1 用式(10)分析一维三次非线性耦合

设观测信号中含有四个谐波成分,  $L=4$ , 频率分别为  $X_1 = 0.12$ ,  $X_2 = 0.27$ ,  $X_3 = 0.45$ ,  $X_4 = 0.84$ , 相位分别为  $\gamma_1 = 0.15$ ,  $\gamma_2 = 0.2$ ,  $\gamma_3 = 0.6$ ,  $\gamma_4 = 0.4$ . 乘性噪声相关, 乘性噪声和加性噪声之间独立. 下面分别对不同的噪声背景下的三次非线性耦合进行分析.

实验一: 乘性噪声和加性噪声均为零均值, 用定理 1 的式(10)估计三次非线性耦合谐波频率, 噪声由下列系统产生:

$$w_l(t) = e(t) - 0.15e(t-1) - 0.15e(t-2)$$

$$w_2(t) = e(t) - 0.13e(t-1) - 0.17e(t-2)$$

$$w_3(t) = e(t) - 0.135e(t-1) - 0.165e(t-2)$$

$$w_4(t) = e(t) - 0.155e(t-1) - 0.145e(t-2)$$

$$v(t) = e_1(t) - 0.14e_1(t-1) - 0.16e_1(t-2)$$

$$E[w_l(t)] = 0, l=1, 2, 3, 4, E[v(t)] = 0.$$

(1)  $e(t), e_1(t)$  为 iid 指数分布的白噪声,  $E(e) = 1$ ,  $E(e_1) = 1$ . 用本文提出的特殊四阶时间平均多矩谱式(10)估计三次非线性耦合的实验结果如图 1(a)所示. 实验数据长度为 2048.

在图 1(a)中有四个谱峰, 零频率点处的谱峰是加性噪声. 当存在三次非线性耦合  $X_1 + X_2 + X_3 = X_4$  且  $l_1 X l_2 X l_3 X l_4$  时, 在  $(X_1 + X_2), (X_1 + X_3), (X_2 + X_3)$  处出现三个谱峰, 进行谱峰搜索, 得三个谱峰处的频率分别为 0.13923, 0.15731 和 0.17233. 由此可求出参与三次非线性耦合的频率分

别为 01 1211, 01 2713 和 01 4521, 椫合频率为 01 8444.

在所有假设条件同上的情况下, 用 Wang<sup>[8]</sup> 的方法对三次非线性耦合进行分析, 实验结果如图 1(b), 可见 Wang 的方法失效.

(2)  $e(t)$  和  $e_1(t)$  为高斯白噪声,  $E(e) = 0$ ,  $E(e_1) = 0$ ,  $R_e^2 = 1$ ,  $R_{e_1}^2 = 112$ , 其它假设条件同 A. 实验数据长度为 2048. 本文的特殊时间平均多矩谱式(10)实验结果如图 1(c)所示. 经谱峰搜索及计算所得出的参与耦合的谐波频率及耦合产生的频率与实验 A 完全相同.

另外, 在乘性噪声为零均值, 加性噪声为非零均值; 乘性噪声为非零均值, 加性噪声为零均值; 以及乘性噪声和加性噪声均为非零均值, 且噪声具有不同分布时, 我们也做了大量仿真实验, 可以证明本文的算法有效. 限于篇幅, 这里不给出全部的实验结果了.

## 5.1.2 用式(15)分析二维三次非线性耦合

设满足模型式(11)的观测信号中含有四个谐波成分,  $L=4$ , 频率分别为  $(X_{11}, X_{21}) = (01 12, 01 35)$ ,  $(X_{12}, X_{22}) = (01 45, 01 67)$ ,  $(X_{13}, X_{23}) = (01 87, 01 16)$ ,  $(X_{14}, X_{24}) = (11 44, 11 18)$ , 其中第四个频率是由其它三个频率耦合产生的, 满足  $X_{11} + X_{12} + X_{13} = X_{14}$  和  $X_{21} + X_{22} + X_{23} = X_{24}$  关系. 相位分别为  $\angle_1 = 01 15^\circ$ ,  $\angle_2 = 01 2^\circ$ ,  $\angle_3 = 01 6^\circ$ ,  $\angle_4 = 01 4^\circ$ . 乘性噪声和加性噪声均为有色噪声, 乘性噪声之间相关, 乘性噪声和加性噪声之间独立, 所有实验的数据长度均为 256@256. 由于量化产生的误差为:  $P/256 = 01 01227$ .

实验二: 乘性噪声和加性噪声均是零均值, 用定理 2 的式(15)估计三次非线性耦合谐波频率乘性噪声和加性噪声由下列系统产生:

$$w_1(m, n) = e(m, n) - 01 5e(m-1, n) - 01 5e(m-2, n)$$

$$w_2(m, n) = e(m, n) - 01 3e(m-1, n) - 01 7e(m-2, n)$$

$$w_3(m, n) = e(m, n) - 01 35e(m-1, n) - 01 65e(m-2, n)$$

$$w_4(m, n) = e(m, n) - 01 55e(m-1, n) - 01 45e(m-2, n)$$

$$v(m, n) = e_1(m, n) - 01 4e_1(m-1, n) - 01 6e_1(m-2, n)$$

$$E[w_i(m, n)] = 0, E[v(m, n)] = 0.$$

(1)  $e(m, n)$  和  $e_1(m, n)$  为高斯白噪声,  $E(e) = 0$ ,  $R_e^2 = 1$ ,  $E(e_1) = 0$ ,  $R_{e_1}^2 = 1$ . 用本文提出的特殊四阶时间平均多矩谱式(15)估计三次非线性耦合的实验结果如图 2(a)所示.

(2)  $e(m, n)$  和  $e_1(m, n)$  为 iid 指数分布的白噪声,  $E(e)$

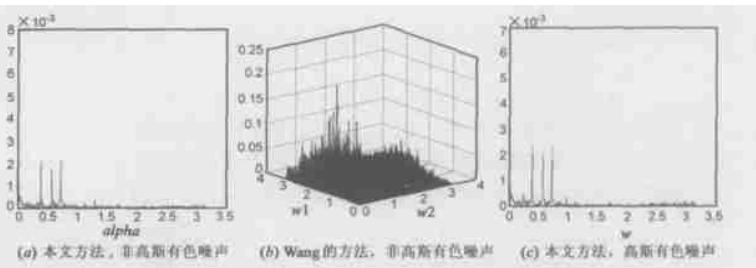


图 1 式(10)的特殊四阶时间平均多矩谱和 Wang 式(7)估计三次非线性耦合  
= 1,  $E(e_1) = 111$ . 实验结果如图 2(b)所示.

图 2 的实验结果表明, 信号的特殊四阶时间平均多矩谱有四个谱峰, 零频率点处的谱峰是加性噪声. 其它三个谱峰说明观测信号中存在三次非线性耦合, 经谱峰搜索, 得(a), (b)中的三个谱峰处的频率均为  $(01 5745, 11 0268)$ ,  $(11 3324, 01 8434)$ ,  $(11 0024, 01 5256)$ , 由此可求出参与耦合的三个频率为  $(01 8802, 01 1711)$ ,  $(01 1223, 01 3545)$ ,  $(01 4523, 01 6723)$ . 耦合频率为  $(11 4547, 11 1979)$ . 此实验证明了用文中提出的特殊四阶时间平均多矩谱能有效地检测出二维三次非线性耦合, 并能估计出参与耦合的频率和耦合产生的频率. 实验也证明本算法不受噪声的颜色和分布限制.

## 6 结论

本文讨论了任意均值乘性噪声和任意均值加性噪声共存, 且乘性噪声之间相关、乘性噪声和加性噪声之间独立这种复杂噪声背景下的三次非线性耦合问题. 利用互可混的概念来描述多个噪声之间的关系, 互可混概念弱化了噪声的约束条件, 保证乘性噪声相关条件下仍可对三次非线性耦合问题进行分析. 仿真实验证明了方法的正确性. 并且, 这种方法不必考虑噪声的分布和颜色. 另外, 文中将此方法推广到二维, 用二维四阶时间平均多矩谱分析了二维三次非线性耦合, 取得了满意的结果.

## 参考文献:

- [1] K Hasselman, W Munk, G MacDonald. Bispectrum of ocean waves. Time Series Analysis[M]. M Rosenblatt, Ed. New York: Wiley, 1963. 125- 139.
- [2] Y C Kim, E J Powers. Digital Bispectral analysis and its applications to nonlinear wave interactions[J]. IEEE Trans Plasma Sci, 1979, PS(7): 120- 131.
- [3] C L Nikias, M R Raghuveer. Bispectrum estimation: A digital signal processing framework[J]. Proceedings of IEEE, 1987, 75(7): 869- 891.
- [4] A Swami, J M Mendel. Cumulant-based approach to the harmonic retrieval and related problems[J]. IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Processing, 1991, 39: 1099- 1109.
- [5] H Partha Sarathy, S Prasad, S D Joshi. A MUSIC-like method for estimating quadratic phase coupling[J]. Sig Process, 1994, 37: 171- 188.
- [6] Yan Zhang, ShuXun Wang. Slice spectra approach to nonlinear phase coupling estimation[J]. Electronics Letters of IEE, 1998, 34(4): 340- 341.

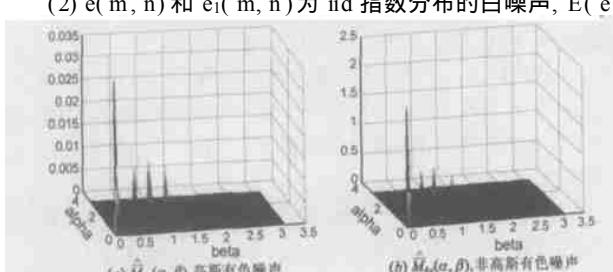


图 2 式(15)的特殊四阶时间平均多矩谱,

$$E[w_i(m, n)] = 0, E[v(m, n)] = 0$$

- [ 7] Guotong Zhou, Georgios B. Giannakis. Polyspectral Analysis of Mixed Processes and Coupled Harmonics[ J]. IEEE Trans on signal Information Theory, 1996, 42(3):943- 958.
- [ 8] 王宏志, 王树勋, 戴逸松. 乘法噪声中非线性耦合谐波分析[ J]. 电子学报, 2001(1): 76- 79.
- [ 9] 徐景, 王树勋, 王宏志, 程时昕. 复杂噪声背景下的谐波恢复及非线性耦合谐波分析[ J]. 电子学报, 2003, 31(1):37- 44.
- [ 10] V G Alekseev. On spectral density estimates for a gaussian periodically correlated random field[ J]. Probability and mathematical statistics 1991, 11(2): 157- 167.
- [ 11] Wei Wang, Shuxun Wang. Quadratic phase coupling estimation of two-dimensional harmonics [ A]. International Conference & Exhibition on InfoTech & InfoNet ( ICII2001 )[ C]. Beijing, China: ICII, 2001 (10):228- 232.
- [ 12] 汪飞, 王树勋, 窦慧晶. 乘性噪声背景下二维谐波的二次耦合分析[ J]. 吉林大学学报(工学版), 2002(7):35- 40.
- [ 13] H Dou, S Wang, F Wang, T Sun. Two-dimensional frequency estimation in correlative zero mean multiplicative and additive noise[ A]. Proceedings of the Fourth IASTED International Conference Signal And Image Processing[ C]. Kauai, i, Hawaii, USA: IASTED. 2002(8):178- 183.
- [ 14] Hongwei Li, Qiansheng Cheng, Baozong Yuan. Strong laws of large numbers for two-dimensional processes[ A]. Signal Processing Proceedings, Fourth ICSP. 98[ C]. Beijing, China: ICSP. 98, 1. 43- 46.

## 作者简介:



窦慧晶 女, 1969 年 1 月出生于吉林省长岭县, 2001 年毕业于吉林大学通信工程学院, 获工学硕士学位, 并继续在吉林大学通信工程学院攻读博士学位, 现为吉林大学通信工程学院教师, 研究方向为数字信号处理, 主要研究高阶统计量在一维和二维信号处理中的应用, 发表论文 20 余篇.

王树勋 男, 1946 年出生于吉林省长春市, 1970 年毕业于清华大学电机系, 1982 年在吉林工业大学电子工程系获工学硕士学位, 现为吉林大学教授、博士生导师, 主要研究方向为高阶统计量在数字信号处理中的应用及微计算机应用, 已出版著作 3 部, 发表论文 100 余篇.