# 几乎最佳二进阵列偶理论研究

蒋 挺, 毛 飞, 赵成林, 周 正
(北京邮电大学96 信箱, 北京 100876)

摘 要: 本文提出了一种新的周期循环相关信号, 即几乎最佳二进阵列偶. 文中给出了其定义, 并研究了它的变换性质, 为了减少搜索范围, 提高计算机搜索效率, 文中研究给出了一些几乎最佳二进阵列偶存在的组合允许条件, 在此基础上, 利用计算机搜索出了若干小体积的几乎最佳二进阵列偶. 搜索结果表明几乎最佳二进阵列偶具有很高的能量效率, 因而可以作为同步码或多用户码应用到工程中.

关键词: 最佳信号; 阵列偶; 相关; 信息理论
中图分类号: TN 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2005) 10-1817-05

# The Study of Almost Perfect Binary Array Pair

JIANG Ting, MAO Fei, ZHAO Cheng-lin, ZHOU Zheng
(P. O. Box 96, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

**Abstract:** This paper proposes a new periodic correlation signal, which is almost perfect binary array pair (APBAP). We present the definitions of APBAP and its transformation properties. To reduce the searching range and improve the searching efficiency of almost perfect binary array pair, limited conditions of APBAP are discussed. Based on these limited conditions, we search out many almost perfect binary array pairs with small length no more than 20. The searching results show that almost perfect binary array pairs have such high energy efficiency that they are feasible for engineering applications as synchronization codes and multi-user codes.

**Key words:** perfect signal; array pair; correlation; information theory

## 1 引言

最佳二进阵列[1]是周期自相关函数为理想脉冲的二进阵列, 它在工程中已得到了广泛的应用, 如同步信号处理、数据压缩、图像编码、密码学以及高维信号处理等. 但最佳二进阵列的存在空间非常有限, 仅存在体积为 $4t^2$($t$ 为整数), 即其存在空间为 4, 16, 36, …. 尽管最佳二进阵列具有优良的循环相关特性, 但由于存在条件的限制, 使其在工程中应用受到了很大的约束, 为扩大其应用空间范围, 人们先后提出了最佳三元阵列[2, 3]、最佳四元阵列[4]、最佳多相阵列[3]、最佳二进阵列偶[5]、准最佳二进阵列偶[6]、双准最佳二进阵列偶[7]、最佳屏蔽二进阵列偶[8]、几乎最佳二进序列偶[9~11]等. 本文则提出了一种新的具有良好周期循环相关特性的离散信号, 即几乎最佳二进阵列偶. 在第二部分给出了其相关定义; 在第三部分研究了其变换性质; 在第四部分给出了其存在的组合允许条件, 并在此基础上编制了程序, 搜索出了若干小体积的几乎最佳二进阵列偶.

## 2 基本定义

定义 1[5] 设 $X=[x(s_1, s_2, \cdots, s_n)]$ 和 $Y=[y(s_1, s_2, \cdots, s_n)]$ 是两个 $n$ 维 $N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 阶阵列, 其中 $0\leqslant s_i\leqslant N_i-1$, $(1\leqslant i\leqslant n)$, 则 $X$ 和 $Y$ 组成一个 $n$ 维 $N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 阶阵列偶, 记为 $(X, Y)$; 称 $V=N_1N_2\cdots N_n$ 为该阵列偶的体积; 若 $X$ 和 $Y$ 中的元素取值为 $\pm1$, 则称阵列偶 $(X, Y)$ 为 $n$ 维二进阵列偶 (或二元阵列偶); 两阵列中不同元素的个数称为阵列偶的距离, 记为 $d$.

定义 2[5] 阵列偶 $(X, Y)$ 的循环自相关函数 $R_{(X,Y)}(u_1, u_2, \cdots, u_n)$ 为:

$$R_{(X,Y)}(u_1, u_2, \cdots, u_n)=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \cdots, s_n)\, y(s_1+u_1, s_2+u_2, \cdots, s_n+u_n) \quad (1)$$

若满足:

$$R_{(X,Y)}(u_1, u_2, \cdots, u_n)=\begin{cases} E\neq0 & (u_1, u_2, \cdots, u_n)=(0, 0, \cdots, 0) \\ E_1\neq0 & (u_1, u_2, \cdots, u_n)=(a_1, a_2, \cdots, a_n) \\ 0 & (u_1, u_2, \cdots, u_n)=(\text{其他值}) \end{cases} \quad (2)$$

则称阵列偶 $(X, Y)$ 为几乎最佳二进阵列偶, 其中, $0\leqslant a_i\leqslant N_i-1$, 且取值不全为零, 即几乎最佳二进阵列偶异相自相关函数除一点外处处为零, 如果 $X=Y$, 则几乎最佳二进阵列偶退

收稿日期: 2004-04-27; 修回日期: 2005-07-08
基金项目: 国家自然科学基金(No. 60372097); 国家 863 高技术研究发展计划(No. 2003AA123240); 教育部科学技术重点项目(No. 03035)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

化为几乎最佳二进阵列.

定义 3 几乎最佳二进阵列偶$(X, Y)$的能量效率定义为:

$$\eta = \frac{E}{V} = \frac{V - 2d}{V} \tag{3}$$

其中 $V$ 为阵列偶的体积, $d$ 为阵列偶两个阵列的距离.

## 3 几乎最佳二进阵列偶的变换性质

设$(X, Y)$为 $n$ 维$N_1\times N_2\times\cdots N_n$ 阶几乎最佳二进阵列偶, $(X_1, Y_1)$为其变换阵列偶, 则有下列性质成立:

性质 1(互易变换) 若 $x_1(s_1, \cdots, s_n) = y(s_1, \cdots, s_n)$, $y_1(s_1, \cdots, s_n) = x(s_1, \cdots, s_n)$, 则$(X_1, Y_1)$为几乎最佳二进阵列偶.

性质 2(负元变换) 若 $x_1(s_1, \cdots, s_n) = -x(s_1, \cdots, s_n)$, $y_1(s_1, \cdots, s_n) = -y(s_1, \cdots, s_n)$, 则$(X_1, Y_1)$为几乎最佳二进阵列偶.

性质 3(循环移位变换) 若 $x_1(s_1, s_2, \cdots, s_n) = x(s_1+u_1, s_2+u_n, \cdots, s_n+u_n)$, $y_1(s_1+s_2, \cdots, s_n) = y(s_1+u_1, s_2+u_2, \cdots, s_n+u_n)$, 则$(X_1, Y_1)$为几乎最佳二进阵列偶.

性质 4(逆序变换) 若 $x_1(s_1, s_2, \cdots, s_i, \cdots, s_n) = x(s_1, s_2, \cdots, N_i - s_i, \cdots, s_n)$, $y_1(s_1, s_2, \cdots, s_i, \cdots, s_n) = y(s_1, s_2, \cdots, N_i - s_i, \cdots, s_n)$, 则$(X_1, Y_1)$为几乎最佳二进阵列偶.

性质 5(对称变换) 若 $x_1(s_1, s_2, \cdots, s_i, \cdots, s_j, \cdots, s_n) = x(s_1, s_2, \cdots, s_j, \cdots, s_i, \cdots, s_n)$, $y_1(s_1, s_2, \cdots, s_i, \cdots, s_j, \cdots, s_n) = y(s_1, s_2, \cdots, s_j, \cdots, s_i, \cdots, s_n)$, 则$(X_1, Y_1)$为几乎最佳二进阵列偶.

性质 6(线性相位变换) 若 $x_1(s_1, s_2, \cdots, s_i, \cdots, s_n) = (-1)^{S_i}x(s_1, s_2, \cdots, s_i, \cdots, s_n)$, $y_1(s_1, s_2, \cdots, s_i, \cdots, s_n) = (-1)^{S_i}y(s_1, s_2, \cdots, s_i, \cdots, s_n)$, 则$(X_1, Y_1)$ 为几乎最佳二进阵列偶.

性质 7(完全采样变换) 若 $x_1(s_1, s_2, \cdots, s_n) = x(k_1x_1, k_2x_2, \cdots, k_ns_n)$, $y_1(s_1, s_2, \cdots, s_n) = -y(k_1s_1, k_2s_2, \cdots, k_ns_n)$, 其中 $k_i$ 为整数, 且 $k_i$, $N_i$ 互素, $1\leqslant i\leqslant n$, 则$(X_1, Y_1)$为几乎最佳二进阵列偶.

性质 1~ 性质 7 很容易由几乎最佳二进阵列偶的定义证明, 在此省略.

## 4 几乎最佳二进阵列偶存在的必要条件和一些计算机搜索结果

定理 1 若阵列偶$(X, Y)$为几乎最佳二进阵列偶, 则其体积 $V$ 为偶数.

证明 根据几乎最佳二进阵列偶的定义知, 当$(u_1, u_2, \cdots, u_n)\neq(0, 0, \cdots, 0)$和$(u_1, u_2, \cdots, u_n)\neq(a_1, a_2, \cdots, a_n)$时, 有

$$R_{(X,Y)}(u_1, u_2, \cdots, u_n) = \sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \cdots, s_n)\, y(s_1+u_1, s_2+u_2, \cdots, s_n+u_n) = 0$$

和式中共有 $V$ 项, 并且每项取值为$\pm1$, 故为使和值为 0, 则必有 $V$ 为偶数. 证毕

定理 2 若阵列偶$(X, Y)$为几乎最佳二进阵列偶, 则有阵列偶的能量 $E = V - 2d$ 为偶数, 其中 $d$ 为阵列偶中两个阵列间的距离.

证明 由几乎最佳二进阵列偶的定义易证, 故省略.

定理 3 若阵列偶$(X, Y)$为几乎最佳二进阵列偶, 则有 $n_x + n_y = d + 2\theta$ 或 $n_x + n_y = (V - E)/2 + 2\theta$, 其中 $n_x$ 和 $n_y$ 分别表示两个阵列中"+1"元素的个数, $d$ 为阵列偶的距离, $V$ 为阵列偶的体积, $E$ 为阵列偶的能量, $\theta$ 为两个阵列中对应项同为"+1"的元素个数.

证明 由定义 2 知, 当$(u_1, u_2, \cdots, u_n) = (0, 0, \cdots, 0)$时有:

$$R_{(x,y)}(0, 0, \cdots, 0) = \sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \cdots, s_n)\cdot y(s_1, s_2, \cdots, s_n) = E$$

又因为 $X$, $Y$ 中对应项同时取"+1"的元素个数为 $\theta$, 所以 $X$ 中"+1"元素对应 $Y$ 中取值为"-1"的元素有 $n_x - \theta$ 个, 同理 $Y$ 中"+1"元素对应 $X$ 中取值为"-1"的元素有 $n_y - \theta$ 个; 所以 $X$, $Y$ 中对应项同时取"-1"的元素个数为 $V - n_x - n_y + \theta$, 则有:

$$E = \theta + (V - n_x - n_y + \theta) - (n_x - \theta) - (n_y - \theta) = V - 2(n_x + n_y) + 4\theta = V - 2d$$

上式整理得: $n_x + n_y = d + 2\theta$ 或. $n_x + n_y = (V - E)/2 + 2\theta$

证毕

定理 4 若阵列偶$(X, Y)$为几乎最佳二进阵列偶, 则有下列关系式成立:

(1)若 $V = 4k$, 则 $n_x + n_y$ 为偶数;

(2)若 $V = 4k + 2$, 则 $n_x + n_y$ 为奇数.

证明 根据几乎最佳二进阵列偶的定义知, 当$(u_1, u_2, \cdots, u_n)\neq(0, 0, \cdots, 0)$和$(u_1, u_2, \cdots, u_n)\neq(a_1, a_2, \cdots, a_n)$时, 有

$$R_{(X,Y)}(u_1, u_2, \cdots, u_n) = \sum_{S_1=0}^{N_1-1}\sum_{S_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{S_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \cdots, s_n)\cdot y(s_1+u_1, s_2+u_2, \cdots, s_n+u_n) = 0$$

时时阵列偶的距离为 $V/2$, 设 $\theta'$ 为将阵列 $Y$ 做$(u_1, u_2, \cdots, u_n)$循环移位后 $X$ 和 $Y$ 阵列中对应项同时取值为"+1"的元素个数, 其中$(u_1, u_2, \cdots, u_n)\neq(0, 0, \cdots, 0)$且$(u_1, u_2, \cdots, u_n)\neq(a_1, a_2, \cdots, a_n)$, 根据定理 3, 有

$$n_x + n_y = V/2 + 2\theta'$$

因为 $2\theta'$ 为偶数, 当 $V = 4k$ 时, 即 $V/2 = 2k$ 也为偶数, 所以有 $n_x + n_y$ 为偶数; 当 $V = 4k + 2$, 即 $V/2 = 2k + 1$ 为奇数, 所以有 $n_x + n_y$ 为奇数.

综上有(1)和(2)式成立. 证毕

定理 5 若阵列偶$(X, Y)$为几乎最佳二进阵列偶, 则有

$$\begin{cases} E + E_1 = (2n_x - V)(2n_y - V) \\ E + E_1 = 4k \end{cases} \tag{4}$$

其中 $E$ 为阵列偶的能量, $E_1$ 为几乎最佳二进阵列偶的副峰不为零的值, $V$ 为阵列偶的体积, $n_x$ 和 $n_y$ 分别表示两个阵列

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

中"+1"元素的个数, $k$ 为整数.

证明 对几乎最佳二进阵列偶$(X, Y)$的所有自相关函数求和, 有

$$\sum_{u_1=0}^{N_1-1}\sum_{u_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{u_n=0}^{N_n-1}R_{(X,Y)}(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

$$=\sum_{u_1=0}^{N_1-1}\sum_{u_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{u_n=0}^{N_n-1}\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \dots, s_n)\, y(s_1+u_1, s_2+u_2, \dots, s_n+u_n)$$

$$=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \dots, s_n)\sum_{u_1=0}^{N_1-1}\sum_{u_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{u_n=0}^{N_n-1}y(s_1+u_1, s_2+u_2, \dots, s_n+u_n)$$

$$=\left[\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_2-1}x(s_1, s_2, \dots, s_n)\right]\cdot\left[\sum_{u_1=0}^{N_1-1}\sum_{u_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{n_1=0}^{N_n-1}y(u_1, u_2, \dots, u_n)\right]$$

$$=(2n_x-V)(2n_y-V)$$

又因为阵列偶$(X, Y)$为几乎最佳二进阵列偶, 由几乎最佳二进阵列偶的定义 2 知, 上式的左边为 $E+E_1$, 故上式可写为:

$$E+E_1=(2n_x-V)(2n_y-V)$$

又因为 $V$ 为偶数, 所以有 $2n_x-V$ 和 $2n_y-V$ 均为偶数, 所以 $E+E_1=4k$. 证毕

**定理 6** 设阵列偶$(X, Y)$为 $n$ 维 $N_1\times N_2\times\cdots\times N_n$ 阶几乎最佳二进阵列偶, 且各 $N_i$ 均为偶数, 记

$$I_X^e=\sum_{s_1+s_2+\cdots s_n=0 \bmod 2}x(s_1, s_2, \dots, s_n),$$

$$I_X^o=\sum_{s_1+s_2+\cdots s_n=1 \bmod 2}x(s_1, s_2, \dots, s_n),$$

$$I_Y^e=\sum_{s_1+s_2+\cdots s_n=0 \bmod 2}y(s_1, s_2, \dots, s_n),$$

$$I_Y^o=\sum_{s_1+s_2+\cdots s_n=1 \bmod 2}y(s_1, s_2, \dots, s_n),$$

则有下面的关系式成立:

(1) 当 $\sum_{i=1}^{n}a_i=0 \bmod 2$ 时, 有 $\begin{cases} I_X^eI_Y^e+I_X^oI_Y^o=E+E_1 \\ I_X^eI_Y^o+I_X^oI_Y^e=0 \end{cases}$ (5)

(2) 当 $\sum_{i=1}^{n}a_i=1 \bmod 2$ 时, 有 $\begin{cases} I_X^eI_Y^e+I_X^oI_Y^o=E \\ I_X^eI_Y^o+I_X^oI_Y^e=E_1 \end{cases}$ (6)

其中 $E$ 为阵列偶的能量, $E_1$ 为几乎最佳二进阵列偶的副峰不为零的值.

证明 令$(f_1, f_2, \dots, f_n)=(0, 0, \dots, 0)$, 易知:

$$F_X(0, 0, \dots, 0)F_Y^*(0, 0, \dots, 0)=F_X(0, 0, \dots, 0)F_Y(0, 0, \dots, 0)=E+E_1$$

又有:

$$F_X(0, 0, \dots, 0)=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \dots, s_n)$$
$$=\sum_{s_1+s_2+\cdots+s_n=0 \bmod 2}x(s_1, s_2, \dots, s_n)+\sum_{s_1+s_2+\cdots s_n=1 \bmod 2}x(s_1, s_2, \dots, s_n)$$
$$=I_X^e+I_X^o$$

$$F_Y(0, 0, \dots, 0)=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}y(s_1, s_2, \dots, s_n)$$
$$=\sum_{s_1+s_2+\cdots+s_n=0 \bmod 2}y(s_1, s_2, \dots, s_n)+\sum_{s_1+s_2+\cdots s_n=1 \bmod 2}y(s_1, s_2, \dots, s_n)$$
$$=I_Y^e+I_Y^o$$

所以有:

$$(I_X^e+I_X^o)(I_Y^e+I_Y^o)=E+E_1 \tag{7}$$

再令$(f_1, f_2, \dots, f_n)=\left(\frac{N_1}{2}, \frac{N_2}{2}, \dots, \frac{N_n}{2}\right)$, 易知

$$F_X\left(\frac{N_1}{2}, \frac{N_2}{2}, \dots, \frac{N_n}{2}\right)F_Y\left(-\frac{N_1}{2}, -\frac{N_2}{2}, \dots, -\frac{N_n}{2}\right)=E+E_1W_1^{-\frac{N_1}{2}a_1}W_2^{-\frac{N_2}{2}a_2}\cdots W_n^{-\frac{N_n}{2}a_n}$$

因为:

$$W_i^{\pm\frac{N_ia_i}{2}}=\exp\left(\pm\frac{2\pi j}{N_i}\cdot\frac{N_ia_i}{2}\right)=\exp(\pm\pi a_i j)=(-1)^{a_i}$$

所以:

$$F_X\left(\frac{N_1}{2}, \frac{N_2}{2}, \dots, \frac{N_n}{2}\right)F_Y\left(-\frac{N_1}{2}, -\frac{N_2}{2}, \dots, -\frac{N_n}{2}\right)=E+E_1W_1^{-\frac{N_1}{2}a_1}W_2^{-\frac{N_2}{2}a_2}\cdots W_n^{-\frac{N_n}{2}a_n}=E+E_1(-1)^{\sum_{i=1}^{n}a_i}$$

又因为:

$$F_X\left(\frac{N_1}{2}, \frac{N_2}{2}, \dots, \frac{N_n}{2}\right)=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \dots, s_n)\cdot W_1^{\frac{N_1}{2}s_1}W_2^{\frac{N_2}{2}s_2}\cdots W_n^{\frac{N_n}{2}s_n}=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}x(s_1, s_2, \dots, s_n)\cdot(-1)^{s_1+s_2+\cdots+s_n}=I_X^e-I_X^o$$

$$F_Y\left(\frac{N_1}{2}, \frac{N_2}{2}, \dots, \frac{N_n}{2}\right)=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}y(s_1, s_2, \dots, s_n)\cdot W_1^{\frac{N_1}{2}s_1}W_2^{\frac{N_2}{2}s_2}\cdots W_n^{\frac{N_n}{2}s_n}=\sum_{s_1=0}^{N_1-1}\sum_{s_2=0}^{N_2-1}\cdots\sum_{s_n=0}^{N_n-1}y(s_1, s_2, \dots, s_n)\cdot(-1)^{s_1+s_2+\cdots+s_n}=I_Y^e-I_Y^o$$

因此有:

$$(I_X^e-I_X^o)(I_Y^e-I_Y^o)=E+E_1(-1)^{\sum_{i=1}^{n}a_i} \tag{8}$$

(1) 当 $\sum_{i=1}^{n}a_i=0 \bmod 2$ 时, 式(13)两边加式(14)两边, 整理得:

$$I_X^eI_Y^e+I_X^oI_Y^o=E+E_1$$

式(13)两边减去式(14)两边, 整理得:

$$I_X^eI_Y^o+I_X^oI_Y^e=0$$

(2) 当 $\sum_{i=1}^{n}a_i=1 \bmod 2$ 时, 式(7)两边加式(8)两边, 整理得:

$$I_X^eI_Y^e+I_X^oI_Y^o=E$$

式(7)两边减去式(8)两边, 整理得:

$$I_X^eI_Y^o+I_X^oI_Y^e=E_1$$ 证毕

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

根据上述几乎最佳二进阵列偶存在的必要条件以及几乎最佳二进阵列偶的变换性质，编制了搜索几乎最佳二进阵列偶的搜索程序，搜索出的部分几乎最佳二进阵列偶如下所示，其中 $V$ 为阵列偶的体积，$\eta$ 为能量效率，具体如前定义.

(1) $V=6$

2* 3 几乎最佳二进阵列偶，$\eta=66.7\%$

$$\left[X=\begin{bmatrix}1&-1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}\quad Y=\begin{bmatrix}1&-1&-1\\1&1&1\end{bmatrix}\right]$$

$$\left[X=\begin{bmatrix}-1&1&-1\\-1&1&1\end{bmatrix}\quad Y=\begin{bmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\end{bmatrix}\right]$$

(2) $V=8$

2* 2* 2 几乎最佳二进阵列偶，$\eta=75\%$

$$X=\left[\begin{bmatrix}-1&1\\-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1\\1&1\end{bmatrix}\right]\quad Y=\left[\begin{bmatrix}1&1\\-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1\\1&-1\end{bmatrix}\right]$$

(3) $V=10$

2* 5 几乎最佳二进阵列偶，$\eta=40\%$

$$X=\begin{bmatrix}1&-1&-1&-1&-1\\-1&1&-1&-1&-1\end{bmatrix}\quad Y=\begin{bmatrix}1&1&-1&1&-1\\-1&1&-1&1&-1\end{bmatrix}$$

(4) $V=12$

2* 3* 2 几乎最佳二进阵列偶，$\eta=83.3\%$

$$X=\left[\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\-1&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\1&1&1\end{bmatrix}\right]$$

$$Y=\left[\begin{bmatrix}-1&-1&1\\-1&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&1&-1\\1&1&1\end{bmatrix}\right]$$

(5) $V=14$

2* 7 几乎最佳二进阵列偶，$\eta=57.1\%$

$$X=\begin{bmatrix}1&1&-1&1&-1&-1&-1\\-1&1&1&-1&1&-1&-1\end{bmatrix}$$

$$Y=\begin{bmatrix}1&1&-1&-1&1&-1&1\\-1&1&1&-1&1&-1&-1\end{bmatrix}$$

(6) $V=16$

2* 8 几乎最佳二进阵列偶，$\eta=75\%$

$$X=\begin{bmatrix}-1&-1&1&-1&1&-1&-1&1\\-1&-1&-1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

$$Y=\begin{bmatrix}-1&1&1&-1&1&1&-1&1\\-1&-1&-1&1&1&1&1&1\end{bmatrix}$$

(7) $V=18$

2* 3* 3 几乎最佳二进阵列偶，$\eta=88.9\%$

$$X=\left[\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\1&1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1&1\\-1&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}\right]$$

$$Y=\left[\begin{bmatrix}-1&-1&-1\\1&1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1&1\\-1&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&1&-1\\1&-1&1\end{bmatrix}\right]$$

(8) $V=20$

2* 5* 2 几乎最佳二进阵列偶，$\eta=80\%$

$$X=\left[\begin{bmatrix}1&-1&-1&1&1\\-1&-1&-1&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1&1&-1&-1\\1&1&-1&-1&1\end{bmatrix}\right]$$

$$Y=\left[\begin{bmatrix}1&-1&-1&1&1\\-1&1&-1&-1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1&-1&1&-1&-1\\-1&1&-1&-1&1\end{bmatrix}\right]$$

从上面的搜索结果发现几乎最佳二进阵列偶存在的空间范围较大.

## 5 结论

本文提出了一种新的周期循环相关信号，即几乎最佳二进阵列偶，进一步丰富了循环相关信号理论，并利用计算机搜索出了一些小体积的几乎最佳二进阵列偶，搜索结果表明几乎最佳二进阵列偶同样具有很高的能量效率，因而其为相关的实际工程应用提供了更多的选择.

参考文献：


[1] D Calabro, J K Wolf. On the synthesis of two-dimensional arrays with desirable correlation properties[J]. IEEE Information and Control, 1968, 11(5/6): 530-560.

[2] L Bomer, M Antweiler. Perfect three-level and three-phase sequences and arrays[J]. IEEE Trans Comm, 1994, 42(2/3/4): 767-772.

[3] M M Antweiler, L Bomer, H D Luke. Perfect ternary arrays[J]. IEEE Trans on Inform Theory, 1990, 36(3): 696-705.

[4] K T Arasu, W D Launey. Two-dimensional quaternary arrays[J]. IEEE Trans Inform Theory, 2001, 47(7): 1482-1494.

[5] 赵晓群，何文才，王仲文，等. 最佳二进阵列偶理论研究[J]. 电子学报，1999, 27(1): 34-37.
Zhao Xiao-quan, He Wen-cai, Wang Zhong-wen, etc. The theory of the perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(1): 34-37. (in Chinese)

[6] 蒋挺，赵晓群，李琦，等. 准最佳二进阵列偶[J]. 电子学报，2003, 33(5): 751-755.
Jiang Ting, Zhao Xiao-qun, Li Qi, et al. The quasi-perfect binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(5): 751-755. (in Chinese)

[7] 蒋挺，赵晓群，何文才，等. 双准最佳二进阵列偶的研究[J]. 通信学报，2003, 24(3): 8-15.
Jiang Ting, Zhao Xiao-qun, He Wen-cai, et al. The study of the doubly quasi-perfect binary array pairs[J]. Journal of China Institute of Communica, 2003, 24(3): 8-15. (in Chinese)

[8] 蒋挺，赵晓群，侯蓝田. 最佳屏蔽二进阵列偶理论研究[J]. 电子学报，2004; 32(2): 282-286.
Jiang Ting, Zhao Xiao-qun, Hou Lan-tian. The study of punctured binary array pairs[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(2): 282-286. (in Chinese)

[9] 许成谦，靳慧龙. 几乎最佳自相关二元序列偶的谱特性[J]. 燕山大学学报，2003, 27(1): 13-16.
Xu Cheng-qian, Jin Hui-long. Spectrum characters for almost perfect autocorrelation binary sequences pairs[J]. Journal of Yanshan University, 2003, 27(1): 13-16. (in Chinese)

[10] 许成谦，靳慧龙，几乎最佳自相关序列偶[J]. 遥测遥控，2003, 24(5): 16-20.
Xu Cheng-qian, Jin Hui-long. Almost perfect autocorrelation sequence pairs[J]. Journal of Telemetry, Tracking, and Command, 2003, 24(5): 16-20. (in Chinese)

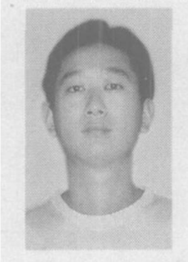
[11] 许成谦，靳慧龙，几乎最佳周期互补二元序列偶族[J]. 系统工程与电子技术，2003, 25(9): 1086-1089.
Xu Cheng-qian, Jin Hui-long. Families of almost perfect periodic complementary binary sequence pairs[J]. Systems Engineering and Elec-


© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

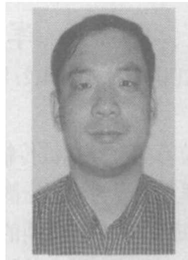
tronics, 2003, 25(9): 1086- 1089. (in Chinese)

作者简介:

蒋　挺　男, 汉族, 1962 年出生于四川内江, 博士, 北京邮电大学电信工程学院副教授, 主要从事通信技术, 信息理论研究和应用.
E-mail: tjiang@bupt.edu.cn.



毛　飞　男, 汉族, 1978 年出生于江苏射阳, 北京邮电大学电信工程学院博士生, 主要从事信息理论和无线通信技术研究.
E-mail: js_maofei@126.com.



赵成林　男, 汉族, 1964 年出生于河北石家庄, 博士, 北京邮电大学电信工程学院副教授, 主要从事信息处理和无线通信技术研究.

周　正　男, 汉族, 1945 年出生于上海市, 博士, 北京邮电大学电信工程学院教授, 博士生导师, 主要从事无线电通信技术, 信号处理研究.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net