

# 一种任意信号源盲分离的高效算法

张洪渊<sup>1,2</sup>, 史习智<sup>2</sup>

(1. 深圳市中兴通讯股份有限公司技术中心研究部, 广东深圳 518057; 2. 上海交通大学振动、冲击、噪声国家重点实验室, 上海 200030)

**摘 要:** 提出了信号源盲分离的 DBBSS 算法. 利用随机变量概率密度函数非参数估计的核函数法, 对混合信号的概率密度函数及其导数进行估计, 并由此估计信号的评价函数 (score function). 解决了现有信号源盲分离算法中, 普遍存在的非线性函数只能凭经验选取, 以及混合信号同时包含超高斯信号和亚高斯信号时, 算法失效的问题. 该方法非常简单, 可以直接应用于所有以非线性函数代替评价函数的信号源盲分离算法. 仿真结果验证了算法的有效性.

**关键词:** 信号源盲分离; 独立分量分析; 概率密度函数估计

**中图分类号:** TN911.72 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 10-1392-05

## An Effective Algorithm for Blind Separation of Arbitrary Source Signals

ZHANG Hong-yuan<sup>1,2</sup>, SHI Xi-zhi<sup>2</sup>

(1. Department of Advanced Technology, Technology Center, ZTE Corporation, Shenzhen, Guangdong 518057, China;

2. State Key Laboratory for Vibration Shock and Noise, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** A new blind source separation algorithm called DBBSS (Density Based Blind Source Separation) is proposed. Instead of using nonlinear functions, the DBBSS algorithm use nonparametric kernel density estimation to directly estimate the score functions of the signals. The key advantage of the proposed method over many existing blind source separation algorithms is its ability to separate hybrid mixtures that contain both super-Gaussian and sub-Gaussian sources. The DBBSS algorithm is also very simple in implementation. Simulations show good performance of the proposed algorithm.

**Key words:** blind source separation; independent component analysis; probability density estimation

### 1 引言

信号源盲分离是一种功能强的信号处理方法. 对信号源盲分离问题的早期研究始于二十世纪八十年代中后期. 由于信号源盲分离在无线通信、图象处理、地震、声纳、语言和生物医学等领域具有广泛而诱人的应用前景, 在过去短短的十几年时间里, 有关的理论和算法研究得到了较快的发展. 包括信号源盲分离问题本身的可解性以及求解原理等方面的基本问题已经在一定程度上得到了解决, 并提出了一些在分离能力、内存需求、计算量等方面性能各异的有效信号源盲分离算法. 目前, 信号源盲分离问题已经成为国际上信号处理和人工神经网络等学科领域的一个研究热点.

一般认为, 对信号源盲分离问题的最早研究是由法国的 J. Herault 和 C. Jutten 在 1985 年左右开始的, 现在常称他们的方法为 HJ 算法. HJ 算法中提出了一种针对两个源信号和两个混合信号的递归连接的人工神经网络, 通过利用梯度下降的算法调整网络权值来对网络输出信号的残差进行最小化并实现信号源的盲分离. 在 Herault 和 Jutten 之后, 不少学者对

HJ 算法的收敛特性进行了系统的研究, 在只存在两个源信号和两个混合信号的最简单情况下的收敛性问题已经得到了完满的解决.

之后, L. Tong 等在 1991 年对信号源盲分离问题的解的不确定性即可辨识性进行了较为系统的研究, 并指出信号源盲分离问题实际上是一个多解问题, 该问题的多解性可以用一个任意的满秩矩阵进行参数化. Tong 等指出, 当参数化信号源盲分离问题的满秩矩阵可以分解为一个满秩对角矩阵和一个排列矩阵 (即初等矩阵) 的乘积时, 盲分离问题的不确定性就反映在源信号的真实幅度和原始排列顺序两方面. 此时信号源的波形可以得到恢复, 并由此定义了信号源盲分离问题的可解性. Comon 在 1994 年证明了在源信号矢量的各个分量相互统计独立, 并且各个源信号中服从高斯分布的分量不多于一个时, 该变换矩阵可以分解为一个满秩对角矩阵和一个排列矩阵的乘积. Comon 还将盲解卷积中的对照函数 (contrast function) 的概念借用到了独立分量分析当中. 对照函数实质上是一个随机变量的概率密度函数的泛函, 当且仅当对照函数

所测量的各个随机变量之间两两统计独立时,函数取得其最大值或最小值。可以说,Comon 的工作实际上使得对信号源盲分离算法的研究变成了对独立分量分析的对照函数及其优化算法的研究。基于独立分量分析的原理,先后出现了信息最大化、鲁棒神经网络、非线性主分量分析、极大似然法、自然梯度法以及非线性 Hebbian 类学习和反熵最大化等信号源盲分离算法。

由于源信号未知,现有信号源盲分离算法中普遍采用非线性函数代替信号的评价函数<sup>[1-3]</sup> (score function)。对于统计特性未知的信号源,非线性函数往往只能凭经验选取。更重要的是,对于超高斯(super-Gaussian)信号和亚高斯(sub-Gaussian)信号,需要选取不同的非线性函数。因此,当混合信号中同时存在超高斯信号和亚高斯信号时,利用非线性函数代替信号评价函数的算法就无法实现信号源的盲分离。本文利用概率密度函数非参数估计的核函数法,直接对信号的评价函数进行估计,并由此对现有的某些信号源盲分离算法进行改造,成功地解决了这类算法存在的问题。

## 2 信号源盲分离

### 2.1 问题描述

盲信号源分离<sup>[1-8,12]</sup> (BSS: Blind Source Separation) 是指从若干观测到的混合信号中恢复出无法直接观测到的原始信号的方法。通常,观测信号来自一组传感器的输出,其中每一个传感器接收到多个原始信号的一组混合。

最简单的是传感器的数目和原始信号的数目相同的情况。由于原始信号分别来自不同的信号源,因此认为各个原始信号之间是相互独立的,也就是认为存在来自  $n$  个信号源的统计独立的信号  $s_1(t), \dots, s_n(t)$  以及同样多的观测到的混合信号  $x_1(t), \dots, x_n(t)$ , 混合是线性和瞬时的,即对  $i = 1, 2, \dots, n$  有  $x_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}s_j(t)$ , 可以用矢量和矩阵表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (1)$$

其中  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), \dots, s_n(t)]^T$  是一  $n \times 1$  的矢量,其分量分别为来自各个信号源的原始信号。类似的,  $\mathbf{x}(t)$  为混合信号矢量,而矩阵  $\mathbf{A}$  为  $n \times n$  的混合矩阵,其各元素为混合系数。信号源的盲分离问题就是仅仅由观测到的混合信号  $\mathbf{x}(t)$  和原始信号矢量  $\mathbf{s}(t)$  各个分量之间的统计独立性假设,并借助某些对原始输入信号的概率分布的先验知识来恢复出原始的输入信号矢量  $\mathbf{s}(t)$ , 有时也需要对混合矩阵  $\mathbf{A}$  作出估计。

信号源盲分离问题可以描述为计算一个  $n \times n$  的分离矩阵  $\mathbf{W}$  使其输出

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \quad (2)$$

为对原始信号矢量  $\mathbf{s}(t)$  的一个估计。信号源盲分离问题存在两个内在的解的不确定性<sup>[6]</sup>。一个是排列顺序的不确定性,即无法了解所抽取的信号应是原始信号矢量  $\mathbf{s}(t)$  中的哪一个分量。另一个是信号幅度的不确定性,即无法恢复信号波形的真实幅值。由于信息主要包含在信号的波形中,所以这两种不确定性并不影响盲分离技术的应用。

### 2.2 求解原理

信号源的盲分离是一个非常困难的问题,首先考虑这一

问题的可解性条件。

已经证明<sup>[2,6]</sup>, 当混合矩阵  $\mathbf{A}$  列满秩,原始信号矢量  $\mathbf{s}(t)$  的各分量  $s_i(t)$  之间两两独立,并且  $\mathbf{s}(t)$  的所有分量中,服从高斯分布的分量不多于一个时,盲分离问题可解。若能够找到矩阵  $\mathbf{W}$  使其输出  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t)$  的各个分量之间也两两独立,则  $\mathbf{y}(t)$  就是原始信号矢量  $\mathbf{s}(t)$  的完好的恢复,此时矩阵乘积  $\mathbf{W}\mathbf{A}$  与某一广义排列矩阵  $\mathbf{T}$  相等。

以上的可解性条件同时指出了信号源盲分离的求解方法,即对混合信号随机矢量  $\mathbf{x}(t)$  作适当的变换,以使得变换后的新矢量成为各分量相互独立的随机矢量。将随机矢量作适当变换使其各分量之间尽可能独立的方法,通常称作独立分量分析, (ICA: Independent Component Analysis), 所以在很多有关的文献中,常常不区分信号源盲分离和独立分量分析,虽然两者并不完全等价。

常见的独立分量分析方法,通常提出以分离矩阵  $\mathbf{W}$  为因变量的对照函数  $L(\mathbf{W})$ , 对照函数反映了输出随机矢量  $\mathbf{y}(t)$  的各分量之间的独立性。通过对  $L(\mathbf{W})$  的最大化或最小化就可以实现相应的矢量变换。现有的很多信号源盲分离算法,如累积量最小化法(cumulant minimization), 熵最大化法(entropy maximization) 和最大似然法(maximum likelihood) 等,都是基于这一基本原理提出的,各种具体算法之间的差别主要在于对照函数的具体形式不同。一旦找到了有效的对照函数,就可以用常规的优化方法或随机梯度法对信号源盲分离问题进行求解。

设  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t)$  为对原始信号的估计,  $\mathbf{y}(t)$  以概率密度函数  $p_y(\mathbf{y})$  与  $\mathbf{W}$  联系,基于相互独立的假设,选取独立的概率密度函数  $q(y_i) = q_i(y_i)$ , 信号源盲分离的最大似然法采用如下定义的对照函数:

$$L(\mathbf{y}, \mathbf{W}) = -0.5 \log |\det(\mathbf{W}\mathbf{W}^T)| - \sum_{i=1}^m \log q_i(y_i) \quad (3)$$

研究表明许多基于对照函数的信号源盲分离方法,包括累积量最小化法和熵最大化法都可以看作是最大似然法的特例<sup>[4]</sup>。

为了便于信号源盲分离问题的求解,一般在进行分离以前先对混合信号作一些适当的预处理以简化整个分离过程。一个非常有效的预处理方法是白化,即对混合信号  $\mathbf{x}(t)$  作线性变换  $\mathbf{v}(t) = \mathbf{V}\mathbf{x}(t)$ , 使得变换后的新矢量  $\mathbf{v}(t)$  的各个分量之间互不相关,即  $E\{v_i(t)v_j(t)\} = E\{v_i(t)\}E\{v_j(t)\}$ 。

信号源的盲分离一般还假设原始信号的均值(数学期望)为零,所以在预处理过程中通常还需要除去信号的均值。

### 2.3 相对梯度 EASI 算法

定义混合信号的评价函数(score function):

$$i(y_i) = -d \log p_i(y_i) / dy_i \quad \text{或} \quad i(y_i) = -p_i(y_i) / p_i(y_i) \quad (4)$$

其中  $p_i(\cdot)$  为概率密度函数, Cardoso 和 Laheld 利用他们提出的相对梯度(relative gradient) 的概念对式(3)的对照函数进行优化,得到如下著名的 EASI 算法<sup>[5,6]</sup>:

$$\mathbf{W}(t) = \mathbf{I} - \mathbf{y}(t)\mathbf{y}^T(t) - (\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^T(t) + \mathbf{y}(t)^T(\mathbf{y}(t)))\mathbf{W}(t) \quad (5)$$

其中  $\eta$  为学习常数,  $I$  为单位矩阵. 式(5)实际上是一种在线(on line)的类似于自适应滤波 LMS 算法的随机梯度算法. 可以用样本平均代替瞬时相对梯度, 得到如下的样本平均 EASI 算法:

$$W(t) = \eta \{ I - \langle y(t) y^T(t) \rangle - \langle y(t) y^T(t) \rangle + \langle y(t) y^T(t) \rangle \} W(t) \quad (6)$$

其中  $\langle \cdot \rangle$  表示样本平均运算. 相对梯度算法虽然简单, 但非常有效. 对某些信号源盲分离问题甚至仅通过一次迭代就可以大致分离出源信号来.

可以证明<sup>[3]</sup>, 当信号源的统计特性满足一定条件时, 式(5)和式(6)中的未知评价函数  $\phi(y(t))$  可以用某些非线性函数代替. 这表明, 第一, 虽然信号的概率密度函数未知, 通过正确地选择非线性函数, 信号源的盲分离问题仍然可以利用这类方法求解; 第二, 非线性函数的选取取决于未知信号源的统计特性, 这给选取带来一定困难. 这里, 信号源的统计特性主要指信号是超高斯的(峭度  $k > 0$ ) 还是亚高斯的( $k < 0$ ). 峭度是随机变量  $x$  的四阶累积量, 定义为  $k(x) = \text{cum}(x, x, x, x) = E^{-4}x - 3E^2x^2$ . 典型的非线性函数是, 对于超高斯信号选取  $\phi(y_i) = y_i + y_i |y_i|^2$ , 对亚高斯信号选取  $\phi(y_i) = y_i + \tanh(y_i)$ , 其中,  $\eta \geq 0$  而  $\eta \geq 2$ . 当同时存在超高斯和亚高斯信号时, 仅由式(5)或式(6)的算法, 无法成功的进行信号源的盲分离, 还需要额外的技术来保证算法的适应性, 通常的做法是对信号的峭度进行在线估计, 根据信号矢量各分量的峭度估计值来动态的选取非线性函数<sup>[6,8]</sup>. 这类方法虽然能够在一定程度上解决问题, 但算法往往比较复杂. 本文利用概率密度函数非参数估计的核函数法, 对信号的评价函数直接进行估计, 得到一种有效而简单的, 能够分离任意混合信号(高斯分量不多于 1 个)的盲分离算法.

### 3 概率密度函数的核函数估计

给定独立同分布随机变量  $X$  的一组实现  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 则  $X$  的概率密度函数可以由下式估计:

$$\hat{p}_h(x) = n^{-1} \sum_{i=1}^n K_h(x - X_i) \quad (7)$$

其中  $h$  称为“带宽”或“平滑参数”,  $K$  为核函数,  $K_h(u) = K(u/h)/h$ , 常用的核函数有 Gaussian 核函数, 双二次核函数和 Epanechnikov 核函数等, 通常要求核函数满足如下条件:

$$K(u) = K(-u) \quad (8a)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(u) du = 1 \quad (8b)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u^j K(u) du = 0 \text{ 对 } j = 1, \dots, k-1 \quad (8c)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} u^k K(u) du > 0 \quad (8d)$$

可以将概率密度函数估计的导数作为概率密度函数导数的估计, 即:

$$\hat{p}'_h(x) = [\hat{p}_h(x)]' \quad (9)$$

与概率密度函数的参数估计相比, 非参数估计方法对被估计的随机变量几乎不作任何假设, 其适用范围比参数估计方法要广得多, 尤其适合于信号源盲分离的场合. 可以证明<sup>[8,9]</sup>,

对常见的核函数, 包括高斯核函数  $K(t) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-0.5t^2)$ , 式(7)和式(9)的估计都是一致和渐进无偏的.

在概率密度函数的核函数估计方法中, 带宽  $h$  的选择对最终的估计结果有重要影响, 若带宽选择过小, 则估计出的概率密度函数图线将会出现伪峰, 而若带宽过大则会使估计结果过于平滑而掩盖掉某些重要的结构特征, 如双峰性(bimodality). 一种简单的方法是按下式选择带宽<sup>[9]</sup>:  $h_{opt} = 1.06 \sigma n^{-1/5}$ , 其中  $\sigma$  为随机变量的标准偏差, 实际计算时以样本方差代替. 更加先进的带宽选择方法则有插入带宽选择法(plug-in bandwidth selector)等<sup>[10]</sup>.

### 4 DBSS 信号源盲分离算法

由式(7)和式(9)得到信号评价函数的估计为:

$$\hat{\phi}_h(y_i) = -[\hat{p}'_h(y_i)] / \hat{p}_h(y_i) \quad (10)$$

将式(10)代入式(6)就得到基于概率密度函数估计的信号源盲分离算法, 简称 DBSS 算法(Density Based Blind Source Separation). 用式(10)改造所有的利用非线性函数代替评价函数的算法, 均可以得到对应的 DBSS 算法, 式(6)仅是其中一个例子. DBSS 算法需要选择概率密度函数估计的带宽  $h$ , 在信号源盲分离问题中, 对带宽选择可以稍大一些, 只要保证估计出概率密度函数的大致形态即可. 另外, 在一维的情况下概率密度函数估计所需的样本数并不多, 因此, 为了减少计算量, 同时也为了处理时变信号, 可以仅利用混合信号数据的一部分进行评价函数估计.

### 5 仿真计算结果

以下算例通过与 EASI 算法的比较, 验证了 DBSS 信号源盲分离算法的有效性.

#### 算例 1 亚高斯信号混合的情况

信号源如图 1(a) 所示, 从上到下, 5 个信号的峭度分别为: -1.9996, -0.7500, -1.4870, -1.4828 和 -1.1907, 由于这 5 个信号的峭度均小于零, 因此本算例属于亚高斯信号混合的情况. 混合矩阵为任意指定的  $5 \times 5$  的满秩矩阵.

图 1(b) 示出了信号源经矩阵  $A$  混合后的波形. 图 1(c) 和 (d) 分别示出了样本平均 EASI 算法(式(6))和 DBSS 算法经过 1000 次迭代后得到的分离结果. 事实上, 这两种算法对本算例都非常有效, 仅仅经过 1 次迭代就能得到与图 1(c) 和 (d) 比较接近的波形.

混合信号在盲分离以前都经过去除均值和预白化处理, 样本平均 EASI 算法的非线性函数为  $\phi(y_i) = y_i |y_i|^2$ , DBSS 算法的带宽为  $h = 0.6$ , 取高斯核函数, EASI 和 DBSS 的学习常数  $\eta$  均为 0.08.

本算例说明样本平均 EASI 算法和 DBSS 都能够有效地对亚高斯信号进行盲分离.

#### 算例 2 超高斯和亚高斯信号混合杂音信号的情况

本算例的源信号如图 2(a) 所示, 从上到下 4 个源信号的峭度分别为: -1.5022, 2.3903, -1.2062 和 2.4843, 由于 4 个源信号的峭度有大于零的也有小于零的, 所以本算例是超高斯信号和亚高斯信号混合后的盲分离问题. 本例的混合矩阵为  $4 \times 4$  的满秩随机矩阵.

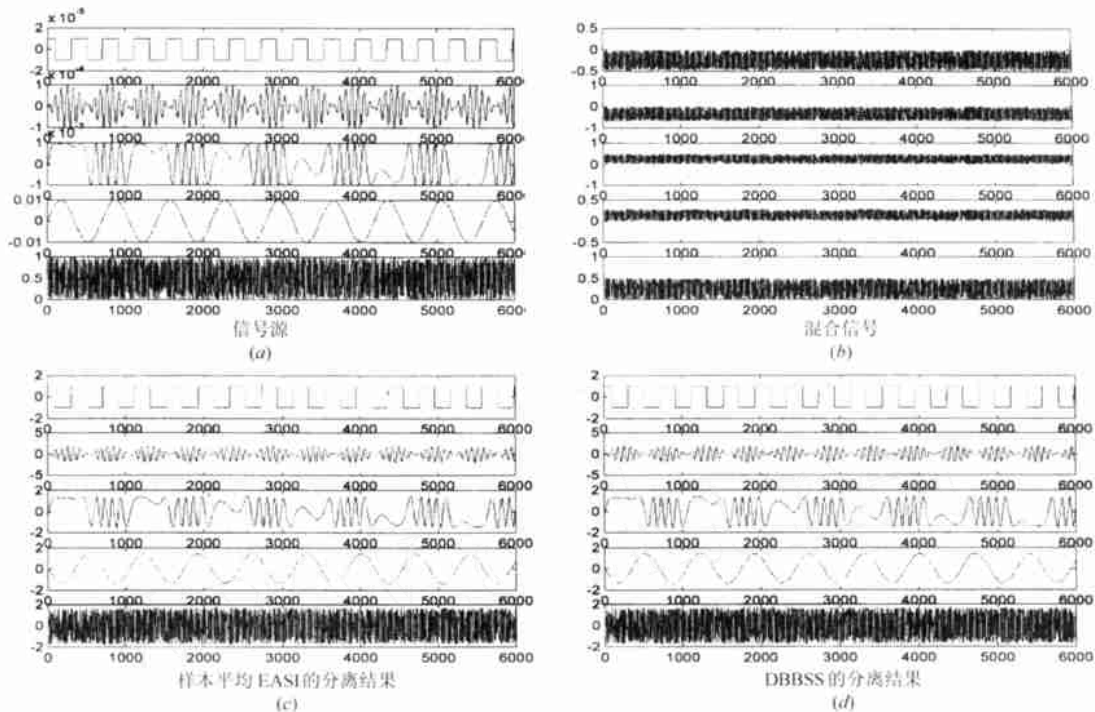


图1 算例1的各种波形。(a)源信号波形;(b)混合信号波形;(c)样本平均EASI算法的盲分离结果;(d)DBBSS算法的盲分离结果

正如前所述,在本例的情况下,EASI算法不论选取哪一种非线性函数都不能成功地从混合信号中分离出源信号来。图2(c)示出了样本平均EASI算法经过20000次迭代后的结果,很明显,源信号没有成功恢复,这与算例1中EASI算法只需1次迭代就能初步恢复源信号的情况形成强烈对比。本文

提出的DBBSS算法仍然十分有效地实现了信号的盲分离,图2(d)示出了DBBSS算法经过3000次迭代后的分离结果,概率密度函数估计的带宽 $h$ ,高斯核函数和学习常数 $\epsilon$ ,与算例1相同。从图中可以看出盲分离问题的两个不确定性,即源信号幅值和排列顺序的不确定性。

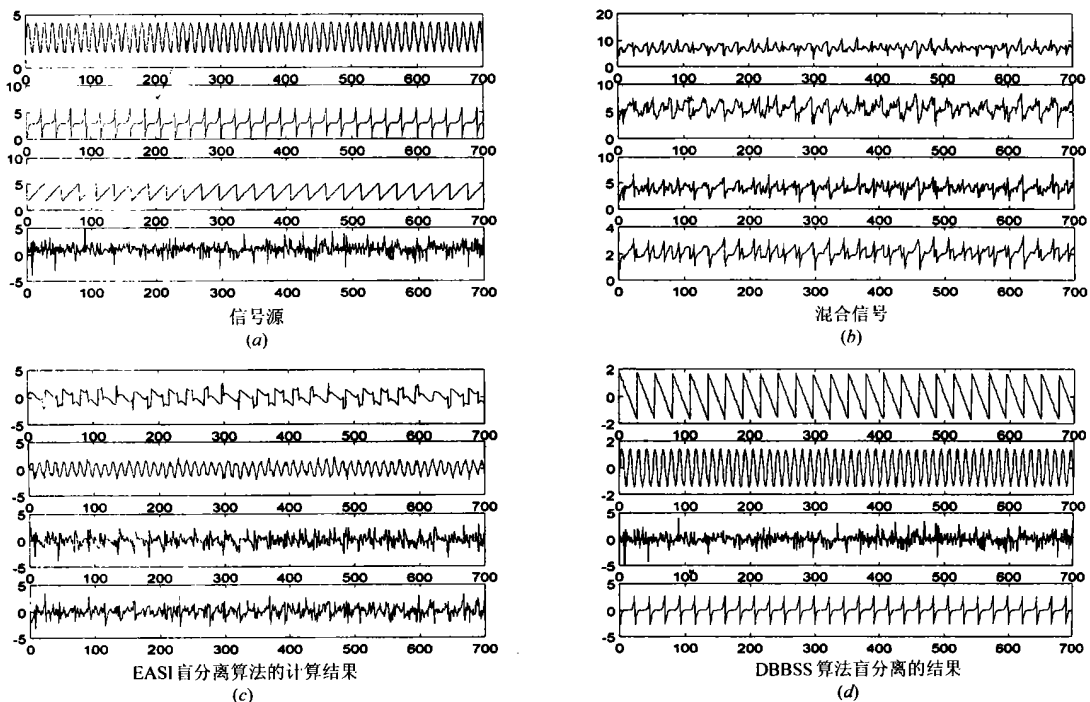


图2 算例2的各种波形。(a)源信号波形;(b)混合信号波形;(c)EASI盲分离算法的计算结果;(d)DBBSS算法的盲分离结果

## 6 结论

利用随机变量概率密度函数非参数估计的核函数法,本文提出了一种能够对任意(超高斯和/或亚高斯)混合信号进行盲分离的 DBSS 盲分离高效算法.本算法无需人为地选择非线性函数,而是自动地根据信号的统计特性直接估计评价函数,因此能有效地分离杂系信号.与现有的信号源盲分离算法相比,DBSS 算法能够适用于“全盲”或“真正盲”的信号源分离问题.

### 参考文献:

- [1] S Amari. Adaptive blind signal processing: neural network approaches [J]. Proc. IEEE, Oct. 1998, 86(10): 2026 - 2048.
- [2] X R Cao, R W Liu. General approach to blind source separation [J]. IEEE Trans. Signal Processing, Mar. 1996, 44: 562 - 571.
- [3] J F Cardoso. Blind signal separation: statistical principles [J]. Proc. IEEE, Oct. 1998, 86(10): 2009 - 2025.
- [4] J F Cardoso. Informax and maximum likelihood for source separation [J]. IEEE Signal Processing Lett., Apr. 1997, 4: 112 - 114.
- [5] J F Cardoso, B Laheld. Equivariant adaptive source separation [J]. IEEE Trans. Signal Processing, Dec. 1996, 44: 3017 - 3030.
- [6] S Choi. Flexible independent component analysis [J]. Journal of VLSI Signal Processing-Systems for Signal, Image, and Video Technology, 2000.
- [7] P Comon. Independent component analysis, a new concept? [J]. Signal Processing, Apr. 1992, 36(3): 287 - 314.
- [8] S C Douglas, A Cichocki, S Amari. Multichannel blind separation and deconvolution of sources with arbitrary distributions [A]. in Neural Networks for Signal Processing [C], Proc. 1997 IEEE Workshop (NNSP-97). Sept. 1997: 436 - 445.
- [9] K Fukunaga, L D Hostetler. The estimation of the gradient of a density function, with applications in pattern recognition [J]. IEEE Trans. Information Theory, January, 1975, IT-21(1).
- [10] B W Silverman. Density Estimation for Statistics and Data Analysis [M]. Chapman and Hall, London, 1986.
- [11] M C Jones, S J Sheather. A brief Survey of bandwidth selection for density estimation [J]. Journal of the American Statistical Association, March, 1996, 91(433): 401 - 407.
- [12] 赵青, 等. 非理想信道多用户数字信号的盲分离. 电子学报, Jan. 1999, 27(1): 41 - 44.

### 作者简介:

张洪渊 男, 1974 年 7 月生, 博士, 毕业于上海交通大学. 现在深圳市中兴通讯股份有限公司技术中心研究部从事下一代互联网技术的相关研究工作.

史习智 男, 1936 年 12 月生, 教授, 博士生导师. 当前的研究方向是: 信号处理与软计算、模式识别、数据融合与数据挖掘以及智能控制. E-mail: xzshi@mail.sjtu.edu.cn