

基于紧致字典的基追踪方法在 SAR 图像超分辨中的应用

汪雄良, 冉承其, 王正明

(国防科技大学理学院数学与系统科学系, 湖南长沙 410073)

摘要: 基追踪方法是信号稀疏表示领域的一种新方法. 它寻求从超完备的基集合(字典)中得到信号的最稀疏的表示, 即用尽可能少的基尽可能精确地表示原信号, 从而获得信号的内在本质特性. 本文将基追踪方法的应用扩展到 SAR(Synthetic Aperture Radar)图像的超分辨问题上来. 首先在相位历史域依据 SAR 目标属性散射模型构造了一类紧致字典, 从而大大减小了所求解问题的维数, 其次设计了一种新的迭代算法进行快速求解, 得到 SAR 图像中各散射中心位置和幅度的高精度估计, 最后依据相位历史域 SAR 目标属性散射模型, 生成更大尺度的相位历史数据, 对生成的相位历史数据成像即得到更高分辨率的 SAR 图像. 仿真算例和 MSTAR 实测数据计算表明, 基于紧致字典的基追踪方法能够快速稳定实现, 同时具有良好的超分辨性能.

关键词: SAR 图像; 超分辨; 基追踪; 字典

中图分类号: TN957.52 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2006)06-0996-06

Super-Resolution Processing of SAR Images by Basis Pursuit Method Based on Compacted Dictionary

WANG Xiong liang, RAN Cheng-qi, WANG Zheng-ming

(Department of Mathematics, College of Science, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: Basis Pursuit is a novel method of signal sparse representation. It seeks sparse representation from over-complete dictionaries. That is to use the fewest dictionary elements to represent the signal exactly. Then the intrinsic feature of the signal can be captured. We extend the application of the Basis Pursuit method to SAR super resolution processing. Firstly, based on the SAR attributed scattering model, a new type compacted Dictionary is designed in phase history domain. By this way, the dimension of the desired problem is even smaller. Secondly, a new and fast iterative algorithm is proposed, the fine feature parameter estimation of the scatter in SAR image is obtained. Finally, in terms of SAR attributed scattering model in the phase history domain, larger scale phase history data is built. By FFT imaging, higher resolution image is obtained. Simulation experiments and computational results of measured MSTAR data demonstrate that Basis Pursuit can be implemented speedy and stably, it can provide super resolution at the same time.

Key words: SAR images; super resolution; basis pursuit; dictionary

1 引言

提高合成孔径雷达(SAR)图像的分辨率一直是 SAR 信号处理孜孜以求的目标. 利用现代谱估计方法^[1]提高雷达成像质量是目前超分辨成像研究中最成熟的领域之一. 现代谱估计方法将 SAR 高分辨率成像看成是一个二维谱估计问题. 它建立相位历史域目标散射模型, 通过高精度

的参数估计获得更高分辨率的 SAR 图像. 现代谱估计方法对信号模型的依赖性很大, 另外大多数现代谱估计方法需要估计数据的相关阵, 计算量非常大.

事实上, 图像超分辨问题从信号时频特性的角度来看就是要设法恢复成像系统截止频率之外的高频信息, 使图像获得更多细节; 从数学模型的特征分析来说就是要求解一个大型病态问题. 要求解病态问题, 就必须利用附加的

某种先验信息构造约束条件将病态问题修改为良态问题。David L. Donoho^[2,3]提出并证明了信号满足一定稀疏性条件下超分辨复原的可行性,从理论上阐明了超分辨复原与信号稀疏性约束之间的内在联系。G. Zweig^[4]将这种联系扩展到图像上来。文献[4]在图像满足稀疏性条件下(图像中只包含少数亮点)提出了一种 l_1 -FFT方法并应用于 ISAR 图像超分辨复原,取得了很好的超分辨效果。

基追踪方法^[5]是信号稀疏表示领域的一种新方法。它寻求从超完备的函数(基)集合中得到信号的最稀疏的表示,即用尽可能少的基尽可能精确地表示原信号,从而获得信号的内在本质特性。正因为采用超完备的基函数集,基追踪方法能捕捉信号在常规完备基下不能分辨的细节特征,达到超分辨的目的。基追踪方法采用表示系数的 l_1 范数作为信号表示稀疏性的度量,通过最小化 l_1 范数将信号稀疏表示问题定义为一类有约束的极值问题,进而转化为线性规划问题进行求解。

目前,基追踪方法在信号处理领域有很好的应用。以 David L. Donoho 为代表的斯坦福大学统计系工作组利用基追踪方法在一维实信号去噪和超分辨方面取得了很好的应用结果^[5]。尽管使用了一种新的线性规划算法——内点算法^[5],基追踪方法由于要在所有的字典向量中极小化一个全局目标函数,其计算量仍然是很大的。正因为求解大尺度线性规划问题的困难,目前的基追踪方法仅限于一维的信号去噪和超分辨处理。即便是对于信号长度为 N 的一维信号,直接使用内点算法需要 $O(N^{3.5} \log_2^{5N})$ 次运算,即使使用快速小波包和局部余弦变换,当 $N \geq 1000$ 时,算法不能执行^[6]。

基于基追踪方法的核心思想,结合 G Zweig 对于图像超分辨和稀疏性关系的讨论,本文将基追踪方法的应用扩展到满足稀疏性条件的 SAR 图像的超分辨问题上来。为了解决基追踪方法中线性规划算法计算量大的难题,针对 SAR 图像,本文首先在相位历史域依据 SAR 目标散射模型构造了一类紧致字典,从而大大减小了字典的维数,其次设计了一种新的迭代算法进行快速求解,得到 SAR 图像中各散射中心位置和幅度的高精度估计,最后依据相位历史域 SAR 目标属性散射模型,生成更大尺度的相位历史数据,对生成的相位历史数据成像即得到更高分辨率的 SAR 图像。计算结果表明,基于紧致字典的基追踪方法能够快速稳定实现,同时具有良好的超分辨性能。

2 问题描述

对于观测到的离散信号 $s \in H$, H 为 Hilbert 空间,给定 H 中的字典 $\Phi = \{\varphi_v, v \in \Gamma\}$,其中 Γ 为指标集, φ_v 为 H 中的基函数,也称为原子。基追踪方法将信号稀疏表示问题定义为以下有约束的极值问题,即

$$\min \|a\|_1 \quad \text{subject to } s = \sum_{v \in \Gamma} \alpha_v \varphi_v \quad (1)$$

其中, $\alpha_v (v \in \Gamma)$ 为表示系数。如果我们将字典中的向量表示成矩阵 Φ 的列,系数表示成一个列向量,则上式可表示成

$$\min \|a\|_1 \quad \text{subject to } s = \Phi a \quad (2)$$

由上式可见,基追踪方法的核心问题涉及到(a)原子 φ_v 的选取;(b)字典 $\Phi = \{\varphi_v, v \in \Gamma\}$ 的构造;(c)求解算法设计等三个方面。其中,字典的构造是基追踪方法中的重要环节。为了尽可能精确地表示信号,字典与信号应该是自适应的。对于 SAR 图像而言,我们将需要构造与之相适应的字典。具体来说,我们将基于目标散射模型来构造 SAR 信号字典。

2.1 点散射模型

假定在频率 f 和方位角 ϕ 观测下,含有 p 个点散射中心的目标后向散射场表示为^[7]

$$E(f, \phi) = \sum_{k=1}^p A_k \exp \left[-j \frac{4\pi f}{c} (x_k \cos \phi + y_k \sin \phi) \right] \quad (3)$$

其中, $x_k, y_k (k = 1, 2, \dots, p)$ 为散射中心在散射场中所处的位置坐标, A_k 表示不依赖于频率和方位角的复的散射幅度。

对以上模型(3)进行以下变换,令 $f_x = f \cos \phi, f_y = f \sin \phi$,则模型(3)转换到直角频率域(相位历史域)下有

$$E(f_x^m, f_y^n) = \sum_{k=1}^p A_k \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} (f_x^m x_k + f_y^n y_k) \right] \quad (4)$$

其中, $m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N, M$ 和 N 为在相位历史域的采样数。 $f_x \in [f_c - B/2, f_c + B/2], f_y \in [-f_c \sin(\phi_m/2), f_c \sin(\phi_m/2)]$ 。 B 为系统带宽, f_c 为中心频率, ϕ_m 为成像积累角。

2.2 相位历史域观测模型

假设在相位历史域加入高斯白噪声,满足 $N \sim N(0, \sigma^2/2) + jN(0, \sigma^2/2)$,则相位历史域的观测模型为^[9]:

$$D(f_x^m, f_y^n) = E(f_x^m, f_y^n) + N(f_x^m, f_y^n) \quad (5)$$

将上式写成矩阵方程形式为

$$y = E a + n \quad (6)$$

其中, $a = [A_1, A_2, \dots, A_p]^T$,矩阵 E 为 $MN \times p$ 大小的矩阵,其第 i 列($i = 1, 2, \dots, p$)为

$$E = \begin{bmatrix} \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} f_x^1 x_i \right] & \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} f_x^2 x_i \right] & \dots & \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} f_x^M x_i \right] \\ \odot \left[\exp \left[-j \frac{4\pi}{c} f_y^1 y_i \right] & \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} f_y^2 y_i \right] & \dots & \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} f_y^N y_i \right] \right]^T \end{bmatrix}^T$$

其中 T 表示转置, \odot 表示直积。

2.3 问题的转化

对上式(3)的点散射模型,

$$\begin{aligned} \text{令 } E(f_x^m, f_y^n) &= \sum_{k=1}^p A_k \cdot \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} (f_x^m x_k + f_y^n y_k) \right] \\ &= \sum_{i=1}^{MN} A_i \cdot \exp \left[-j \frac{4\pi}{c} (f_x^m x_i + f_y^n y_i) \right] \end{aligned}$$

我们假想在 $M \times N$ 网格上每一个点都是一个散射中心,当它确实是散射中心时,系数 A_i 不为零,当它确实不是散射中心时,系数 A_i 为零。将上式表示成矩阵形式即

为:

$$s = \tilde{E}\tilde{\alpha}$$

其中, s 为将 $E(f_x^m, f_y^n)$ 拉直得到的向量, $\tilde{\alpha} = [A_1, A_2, \dots, A_{MN}]^T$, 矩阵 \tilde{E} 为 $MN \times MN$ 大小的矩阵, 其形式与 E 完全类似. 与文献[5]中的分析类似, 将 s 看成原信号, $\tilde{\alpha}$ 看成表示系数, 显然 \tilde{E} 即为字典. 在已知 s 的情况下, 求 $\tilde{\alpha}$ 即为将原信号 s 在字典 \tilde{E} 下进行原子分解. 由已知目标后向散射场含有 p 个点散射中心, 而 $\tilde{\alpha}$ 的维数为 $(MN(MN \gg p))$, 因此借鉴基追踪方法的思想, 我们对 $\tilde{\alpha}$ 附加稀疏性约束, 即

$$\min \|\tilde{\alpha}\|_1, \text{ s. t. } s = \tilde{E}\tilde{\alpha} \quad (7)$$

结合式(5), 可以类似地得到含噪情况下的带约束优化问题形式为:

$$\min \|\tilde{\alpha}\|_1, \text{ s. t. } y = \tilde{E}\tilde{\alpha} + n \quad (8)$$

可见, 由已知相位历史域数据求解 $\tilde{\alpha}$ 的问题其实等同于一类基追踪去噪问题^[5].

为方便起见, 我们将式(8)简记为:

$$\min \|\alpha\|_1, \text{ s. t. } y = \varphi\alpha + n \quad (9)$$

其中, φ 为由以上信号原子离散采样网格所形成的字典 ($\varphi = \tilde{E}$), α 称为表示系数 ($\alpha = \tilde{\alpha}$). 显然此时 $\alpha = [A_1, A_2, \dots, A_{MN}]^T$. 因此, 针对式(9), 我们将信号稀疏表示问题归结为求解以下复数域的最优化问题:

$$\min_{\alpha} \frac{1}{2} \|y - \varphi\alpha\|_2^2 + l \|\alpha\|_1 \quad (10)$$

以上最优化问题致力于最小化信号重建误差, 同时使得信号的表示最稀疏. 正则化参数 l 控制着允许误差与稀疏性之间的平衡. 至此, 由已知相位历史域数据求解 α 的问题转化为求解复数域的最优化问题. 而最优化问题的解是否存在? 是否唯一? 我们在附录中对优化问题的解的存在性和唯一性给予了理论证明.

3 优化问题的数值求解

文献[5]提出一种基于线性规划的内点算法 (primal-dual log-barrier) 求解以上最优化问题式(10). 它是将以上最优化问题转化为一种带约束的线性规划问题, 并采用一种内点算法求解. 由于内点算法所针对的是实信号, 而式(10)中变量 y 、 φ 和 α 取值均为复数, 实际处理最常见的作法是将复信号转化为实信号进行处理. 分解形式如下:

$$y_R + iy_I = (\varphi_R + i\varphi_I)(\alpha_R + i\alpha_I) + n_R + in_I$$

其中 $*$ 表示向量 (矩阵) 的实部, i 表示向量 (矩阵) 的虚部. 上式表示成矩阵形式即为:

$$\begin{pmatrix} y_R \\ y_I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_R & -\varphi_I \\ \varphi_I & \varphi_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_R \\ \alpha_I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_R \\ n_I \end{pmatrix}$$

为方便起见, 我们仍将它简记为:

$$y = \varphi\alpha + n$$

其中, $y = \begin{pmatrix} y_R \\ y_I \end{pmatrix}$, $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_R & -\varphi_I \\ \varphi_I & \varphi_R \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_R \\ \alpha_I \end{pmatrix}$, n 为高斯白噪声, 满足 $n \sim N(0, \sigma^2/2)$.

因此, 上述式(10)转化为求解以下实数域的最优化问题:

$$\min_{\alpha} \frac{1}{2} \|y - \varphi\alpha\|_2^2 + l \|\alpha\|_1 \quad (11)$$

式(11)可等价于如下二次规划问题^[5]:

$$\min c^T x + \frac{1}{2} \|p\|^2 \quad \text{subject to } Ax + \phi p = b, x \geq 0, \phi = 1$$

其中, $\alpha = u - v$, $u, v \geq 0$, $x \Leftrightarrow (u, v)$, $A \Leftrightarrow (\varphi, -\varphi)$, $c \Leftrightarrow l(1, 1)$, $b \Leftrightarrow y$

文献[5]采用内点算法求解以上二次规划问题. 这种算法收敛性能稳定, 但由于式(11)中矩阵 φ 维数大 ($2MN \times MN$), 因此它是一种大尺度的线性规划算法, 算法复杂度高, 所花费的计算时间非常长, 不便于实际应用. 由于式(11)中矩阵 φ 的维数比式(10)中矩阵 φ 的维数更大, 为此, 直接针对式(10), 我们首先考虑减小字典矩阵 φ 的维数, 其次我们构造一种新的迭代算法来求解此复数域的最优化问题.

3.1 构造紧致字典

我们首先通过在图像域的峰值提取方法获得各散射中心位置的初始估计, 构造新的紧致字典, 大大减小字典矩阵 φ 的维数.

首先利用 Watershed 算法^[8]对幅度图像进行图像分割, 可以得到最大峰值以下 $0\text{dB} \sim 20\text{dB}$ 的目标区域. 最大峰值 20dB 以外的像素对应噪声和杂波, 可不加考虑. 而目标区域中究竟是包含哪种类型的散射中心以及多少个散射中心, 尚不能确定. 设经过区域分割得到的目标区域记为 D , 设该区域水平方向和垂直方向像素个数分别为 N_h 和 N_v , 该区域的一阶矩和二阶中心矩分别为

$$C_h = \sum_{i=1}^{N_h} \sum_{j=1}^{N_v} iD(i, j) \setminus \sum_{i=1}^{N_h} \sum_{j=1}^{N_v} D(i, j) \quad (\text{水平方向})$$

$$C_v = \sum_{i=1}^{N_h} \sum_{j=1}^{N_v} jD(i, j) \setminus \sum_{i=1}^{N_h} \sum_{j=1}^{N_v} D(i, j) \quad (\text{垂直方向})$$

$$I_h = \sum_{i=1}^{N_h} \sum_{j=1}^{N_v} (i - C_h)^2 D(i, j) \quad (\text{水平方向})$$

$$I_v = \sum_{i=1}^{N_h} \sum_{j=1}^{N_v} (j - C_v)^2 D(i, j) \quad (\text{垂直方向})$$

可以通过计算 I_v / I_h 的值来决定散射中心的类型. 通常, 局部散射中心的 I_v / I_h 值小于且趋近于 1, 而分布散射中心的 I_v / I_h 值大于 1^[9]. 当确定是局部散射中心后, 再由目标区域中所含峰值的个数以及相对位置来确定是包含一个散射中心还是多个散射中心, 这样就大致确定了散射中心的个数. 当经过区域分割得到的目标区域中只有一个散射中心时, 可通过直接计算其质心得到散射中心的初始位置估计; 当分割得到的目标区域中不止一个散射中心时, 可由子像素级精度的峰值提取方法^[8]得到区域中每个散射中心的初始位置估计. 我们将局部散射中心的类型标记为 1. 当确定是分布散射中心后, 可以首先确定散射中心初始峰值位置, 然后搜索散射中心峰值位置两边 3dB 范围

内的点. 峰值位置两边相距最远的 3dB 范围内的点之间的距离即可作为分布散射中心长度参数的初始估计. 当采用理想点散射的信号原子时, 我们将分布散射中心长度上的点都当作理想点散射中心, 只不过将其类型标记为 2. 当完成最大峰值以下 20dB 的区域中所有类型为 1 和 2 的散射中心的标记后, 我们即得到所有目标散射中心位置的初始估计. 再考虑所得到的各散射中心所在的 4 邻域, 得到 q ($q = 5p$) 个可能的散射中心 ($MN \gg q > p$), 这样构造的紧字典 ϕ 的维数已经大大缩小, 其维数为 $MN \times q$.

3.2 迭代求解算法

将字典 ϕ 的维数大大缩小以后, 我们继续求解以下最优化问题:

$$\min_{\alpha} \frac{1}{2} \| \mathbf{y} - \phi \alpha \|_2^2 + \lambda \| \alpha \|_1 \quad (12)$$

首先, 易证 $\| \alpha \|_1 = \alpha^H \mathbf{W}(\alpha) \alpha$. 其中, $\mathbf{W}(\alpha) = \text{diag}(1/|\alpha|)$, $\text{diag}(\cdot)$ 表示以括号内元素为对角元的对角阵. 故用 $\alpha^H \mathbf{W}(\alpha) \alpha$ 替换 $\| \alpha \|_1$, 将式 (12) 转化为求解以下优化问题:

$$\min_{\alpha} \frac{1}{2} \| \mathbf{y} - \phi \alpha \|_2^2 + \lambda \alpha^H \mathbf{W}(\alpha) \alpha \quad (13)$$

其中, H 表示共轭转置.

令

$$\begin{aligned} J(\alpha) &= \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \phi \alpha)^H (\mathbf{y} - \phi \alpha) + \lambda \alpha^H \mathbf{W}(\alpha) \alpha \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{y}^H \mathbf{y} - \mathbf{y}^H \phi \alpha - \alpha^H \phi^H \mathbf{y} + \alpha^H \phi^H \phi \alpha) + \lambda \alpha^H \mathbf{W}(\alpha) \alpha \end{aligned}$$

由 $\nabla J(\alpha) = 0$, 得到

$$(\phi^H \phi + 2\mathbf{W}(\alpha)) \alpha = \phi^H \mathbf{y} \quad (14)$$

迭代求解式 (14), 迭代式如下:

$$\hat{\alpha}^{(n+1)} = \beta (\phi^H \phi + 2\mathbf{W}(\hat{\alpha}^{(n)}))^{-1} \phi^H \mathbf{y} + (1 - \beta) \hat{\alpha}^{(n)} \quad (15)$$

其中, β 为迭代步长, $0 < \beta \leq 1$, 迭代初值可取 $\hat{\alpha}^{(0)} = \phi^H \mathbf{y}$. 迭代的终止条件由 $\| \hat{\alpha}^{(n+1)} - \hat{\alpha}^{(n)} \|_2 \leq \delta_{\text{GC}}$ 控制 (本文取 $\delta_{\text{GC}} = 10^{-3}$), 这样即可得到优化问题的解 $\hat{\alpha}$. 由附录中关于优化问题的解的存在性和唯一性的证明可知, 由于目标函数的单峰性质 (目标函数为凸函数), 我们可在迭代算法中用线性搜索的方法寻求最优的 $\hat{\alpha}$. 在对字典 ϕ 进行规范化 ($\| \phi_v \|_2 = 1$) 的情况下, $\hat{\alpha}$ 的经验值可取 $\hat{\alpha} = \sigma \sqrt{2 \log(P)}^{[5]}$, 其中, P 为字典 ϕ 的势.

在得到表示系数 α 的估计 $\hat{\alpha}$ 以后, 可以由 $\hat{\mathbf{s}} = \phi \hat{\alpha}$ 得到重构的相位历史域信号.

3.3 超分辨成像

由 $\hat{\mathbf{s}} = \phi \hat{\alpha}$ 得到重构的相位历史域信号, 亦即得到散射中心的位置和幅度的高精度估计. 再次利用相位历史域的 SAR 点散射模型, 代入估计值 \hat{x}_k, \hat{y}_k 和 A_k , 生成更大尺度的相位历史数据^[1].

$$E(f_x^m, f_y^n) = \sum_{k=1}^p A_k \exp \left[j \frac{4\pi}{c} (f_x^m \hat{x}_k + f_y^n \hat{y}_k) \right] \quad (16)$$

其中, $m = 1, 2, \dots, \bar{M}, n = 1, 2, \dots, \bar{N}$, 其中 $\bar{M} = \bar{M}, \bar{N} = \bar{N}$, μ 和 $\bar{\nu}$ 分别为行和列向的外推因子, 对得到的更大尺度相

位历史数据通过 IFFT 成像即得到更高分辨率的成像显示结果.

4 实验结果

4.1 仿真点目标实验

取成像仿真参数为: 中心频率 10GHz, 带宽 400MHz, 则距离向分辨率 $R_x = 0.375\text{m}$, 选择成像积累角 2.3° , 使得方位向分辨率 $R_y = 0.375\text{m}$. 在场景中设置四个理想点目标, 目标之间相距 0.424m. 每个点目标的散射幅度为 1. 选择 $M = N = 16$, 对得到的频率-方位角域极坐标数据添加根方差 $\sigma = 0.4$ 的复高斯白噪声, 然后进行坐标转换, 插值得到间隔均匀的直角坐标系下的相位历史数据. 再对此数据子阵进行以下操作: (1) 补零到 64×64 , 通过 IFFT 方法成像, 得到 64×64 的图像 (a); (2) 先加上一个 -35dB 的泰勒窗, 再补零到 64×64 , 通过 IFFT 方法成像, 得到 64×64 的图像 (b); (3) 利用基追踪方法, 构造点散射模型的信号原子, 在得到 \hat{x}_k, \hat{y}_k 和 A_k 的高精度估计值后, 依据相位历史域的 SAR 目标属性散射中心模型, 生成外推因子为 4 的更大尺度的相位历史数据 (64×64), 并 IFFT 成像得到超分辨重构图像 (c). 在配置为奔 4 Celeron (1.8G) 微机上运行未经优化的 Matlab 程序总过程耗时约 3s.

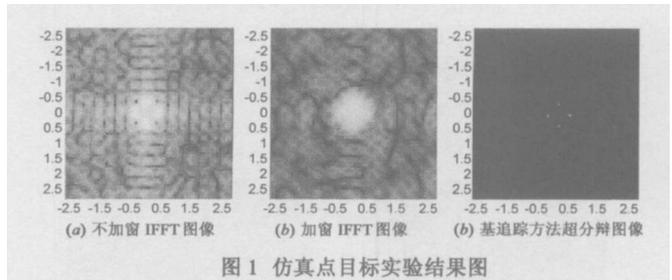


图 1 仿真点目标实验结果图

4.2 MSTAR (Moving and Stationary Target Acquisition and Recognition) 数据实验

(1) 取 MSTAR Slicy 数据 (HB17740.015) 进行实验. 这是一种聚束式 SAR 图像数据. 该图像数据大小为 54×54 (图 2(a)), 对该数据进行 FFT、去零、除窗得到对应的相位历史数据大小为 40×40 . 对此相位历史数据进行以下操作: (1) 补零到 80×80 , 通过 IFFT 方法成像, 得到 80×80 的图像 (b); (2) 先加上 -35dB 的泰勒窗, 再补零到 80×80 , 通过 IFFT 方法成像, 得到 80×80 的图像 (c); (3) 利用基追踪方法, 构造点散射模型的信号原子, 设计字典, 得到各散射中心特征参数的高精度估计值, 在生成外推因子为 2 的更大尺度的相位历史数据后, 得到 80×80 的超分辨重构图像 (d). 在配置为奔 4 Celeron (1.8GHz) 微机上运行未经优化的 Matlab 程序总过程耗时约 6s.

(2) 取 MSTAR Target 数据 (hb03335.015) 进行实验. 这也是一种聚束式 SAR 图像数据. 该图像数据大小为 128×128 (图 3(a)), 对该数据进行 FFT、去零、除窗得到对应的相位历史数据大小为 100×100 . 对此相位历史数据进行

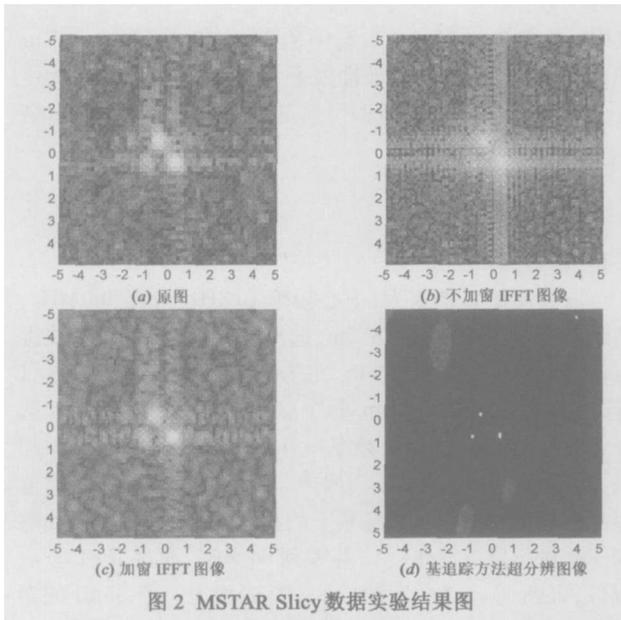


图 2 MSTAR Slicy 数据实验结果图

以下操作: (1) 补零到 200×200 , 通过 IFFT 方法成像, 得到 200×200 的图像(b); (2) 先加上 -35dB 的泰勒窗, 再补零到 200×200 , 通过 IFFT 方法成像, 得到 200×200 的图像(c); (3) 利用基追踪方法, 构造点散射模型的信号原子, 设计字典, 得到各散射中心特征参数的高精度估计值, 在生成外推因子为 2 的更大尺度的相位历史数据后, 得到 200×200 的提高分辨率重构图像提高分辨率重构图像(d). 在配置为奔 4 Celeron(1.8GHz) 微机上运行未经优化的 Matlab 程序总过程耗时 281s.

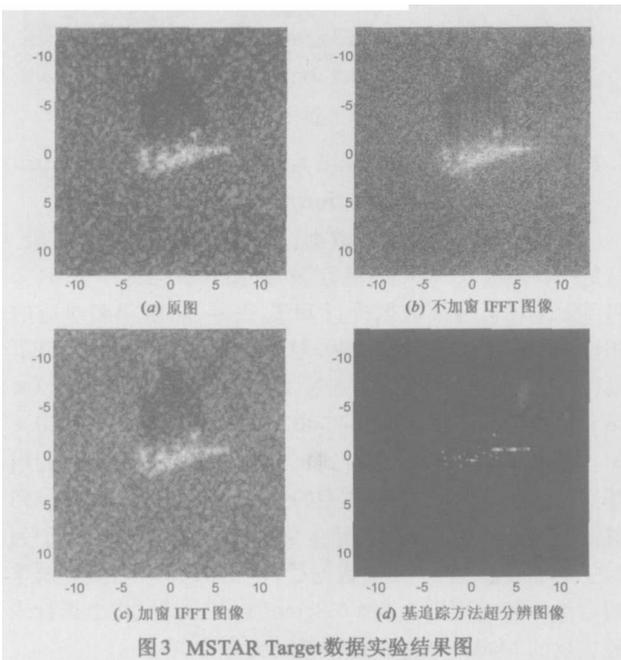


图 3 MSTAR Target 数据实验结果图

从仿真点目标实验和 MSTAR 数据实验结果可见, 不加窗 IFFT 图像中旁瓣非常明显, 加窗 IFFT 图像在降低

旁瓣的同时, 主瓣被展宽, 由此导致分辨率降低. 基追踪方法超分辨图像中点目标显然分开, 目标位置估计准确. 相对于加窗 IFFT 图像而言, 在抑制旁瓣的同时主瓣变窄, 目标更清晰显示出来, 图像分辨率显著提高.

5 结论

本文应用了一种新的 SAR 图像超分辨方法——基追踪方法. 与现代谱估计方法类似, 它也是在频率域(相位历史域)进行参数估计, 所不同的是它采取一种新的信号稀疏分解方法. 仿真理想点目标算例和 MSTAR 实测数据计算表明, 基于紧致字典的基追踪方法能够快速稳定实现, 同时具有良好的超分辨性能.

致谢 感谢国防科技大学理学院数学与系统科学系朱炬波副教授和赵侠博士给本文提出的参考意见.

附录: 优化问题的解的存在性和唯一性证明

定理 1 优化问题: $\min_{\alpha} \frac{1}{2} \|y - \Phi\alpha\|_2^2 + 1 \|\alpha\|_1$ 的解是存在的.

证明 令 $J(\alpha) = \frac{1}{2} \|y - \Phi\alpha\|_2^2 + 1 \|\alpha\|_1$, 则 $J(\alpha)$ 连续且 $J(\alpha) \geq 1 \|\alpha\|_1$. 显然, 水平集 $L_v(J(\alpha)) = \{\alpha | J(\alpha) \leq v\}$ 是闭的($J(\alpha)$ 连续). 又因为 $J(\alpha) \geq 1 \|\alpha\|_1$, 故 $L_v(J(\alpha)) \subseteq \tilde{L}_v = \{\alpha | 1 \|\alpha\|_1 \leq v\}$. 又显然 \tilde{L}_v 是闭的, 且由 $1 \|\alpha\|_1 \leq v \Rightarrow \|\alpha\|_1 \leq \frac{v}{1}$, 故 \tilde{L}_v 有界. 所以 \tilde{L}_v 是紧的. 由 $L_v(J(\alpha)) \subseteq \tilde{L}_v$, 故 $L_v(J(\alpha))$ 也是紧的(\tilde{L}_v 有界则 $L_v(J(\alpha))$ 显然也有界). 又

$$\min_{\alpha} J(\alpha) = \min_{\alpha \in L_v(J(\alpha))} J(\alpha)$$

亦即我们在一个紧集上最小化一个连续函数. 因此, $J(\alpha)$ 在 $L_v(J(\alpha))$ 上有最小值. 从而优化问题的解存在.

定理 2 在 $\Phi^H \Phi > 0$ 的条件下, 优化问题: $\min_{\alpha} \frac{1}{2} \|y - \Phi\alpha\|_2^2 + 1 \|\alpha\|_1$ 的解是唯一的.

证明 由 $\Phi^H \Phi > 0$, 故 $\frac{1}{2} \|y - \Phi\alpha\|_2^2$ 是严格凸的, 又 $1 \|\alpha\|_1$ 是凸的, 则 $J(\alpha)$ 是严格凸的. 假设存在 $\alpha_1, \alpha_2 (\alpha_1 \neq \alpha_2)$ 满足 $J(\alpha_1) = \min_{\alpha} J(\alpha) = C, J(\alpha_2) = \min_{\alpha} J(\alpha) = C$, 则有 $\alpha_0 = l\alpha_1 + (1-l)\alpha_2, 0 < l < 1$, 由 $J(\alpha)$ 是严格凸的, 可知 $J(\alpha_0) = J(l\alpha_1 + (1-l)\alpha_2) < lJ(\alpha_1) + (1-l)J(\alpha_2) = C$, 这与 $\min_{\alpha} J(\alpha) = C$ 矛盾. 假设不成立, 故 $\alpha_1 = \alpha_2$. 从而优化问题的解唯一.

由以上定理可知, 在对所构造的字典进行正交化后, 条件 $\Phi^H \Phi > 0$ 能得到满足, 此时以上优化问题的解存在而且唯一.

参考文献:

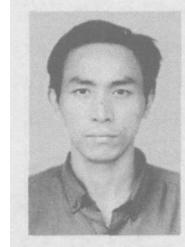
[1] ZhaoQiang BI, Jian Li, ZhengShe Liu. Super resolution SAR imaging via parametric spectral estimation methods

- [1] J. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1999, 35(1): 267– 281.
- [2] Donoho D L. Superresolution via Sparsity Constraints [J]. SIAM J. Math. Anal, 1992, 23(5) : 1309– 1331.
- [3] D L Donoho, I M Johnstone, J C Koch, et al. Maximum entropy and the nearly black object[J]. J R Statist Soc, Series B, 1992, 54(1) : 41– 81.
- [4] G Zweig. Super-resolution Fourier transforms by optimization and ISAR imaging[J]. IEE Proceedings Radar Sonar Navigation, 2003, 150(4): 247– 253.
- [5] S Chen, Donoho D L, Saunders M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM J Sci Comp, 1999, 20(1) : 33– 61.
- [6] Mallat S. 信号处理的小波导引[M]. 杨力华, 等, 译, 第二版. 北京: 机械工业出版社, 2002. 319– 320.
- [7] Ming-Wang Tu, Inder J Gupta. Application of maximum likelihood estimation to radar imaging[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1997, 45(1) : 20– 27.
- [8] 计科峰. SAR 图像目标特征提取和分类方法研究[D]. 长沙: 国防科技大学研究生院, 2003. 42– 43.

Ji Ke-feng. SAR image's target feature extraction and classification research[D]. Changsha, China: National University of Defense Technology, 2003. 42– 43. (in Chinese)

- [9] M A Koets, R L Moses. Feature extraction using attributed scattering center models on SAR imagery [A]. SPIE Conference on Algorithms for SAR Imagery VI[C]. Orlando, Florida, USA: SPIE, 1999. 104– 115.

作者简介:



汪雄良 男, 1974 年 8 月出生于湖北黄梅, 1996 年毕业于华中师范大学数学系. 现为国防科技大学应用数学专业博士生, 研究方向为图像处理、数据融合等.
E mail: wxliang74619@ 163. com

冉承其 男, 1968 年 5 月出生于湖南石门, 于 2005 年获得国防科技大学系统工程专业博士学位. 目前的研究方向包括天基雷达成像、卫星编队飞行及目标跟踪与定位. E mail: bj. rancq@ sohu. com