

基于旋转变换的最小互信息量盲分离算法

谢胜利, 章晋龙

(华南理工大学无线电与自动控制研究所, 广东广州 510640)

摘 要: 一种新的实时线性混叠信号盲分离算法在本文提出. 该算法先采取白化混叠信号将混叠矩阵转换为正交矩阵, 然后基于 QR 分解理论, 将混叠信号进行一系列初等旋转变换, 并结合源信号相互独立时互信息量最小的特点, 导出了一种新的自适应盲分离算法. 该方法回避了目前基于信息理论方法中 (如 Torkkola 1996; Pham 1999; Lee 2000 以及谭 2000 等) 对“ $\ln|\det w|$ ”的复杂计算. 我们不仅给出了详细的理论证明, 而且也进行了仿真试验, 理论分析与仿真结果表明该算法减少了分离时间, 并具有很好的分离效果.

关键词: 白化; 旋转变换; Givens 矩阵; 最小互信息量; 盲分离

中图分类号: TN911. 23 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 05-0628-04

Blind Separation Algorithm of Minimal Mutual Information Based on Rotating Transform

XIE Sheng-li, ZHANG Jin-long

(Institute of Radio and Automatic Control, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510640, China)

Abstract: A new kind of blind separation algorithm for real-time linear mixture signals is presented in this paper. At first, the mixture matrix is changed into orthogonal matrix by using whitened mixture signals. Then based on QR decomposing theory, a series of primary rotating transforms are performed for mixture signals. It is also considered that the mutual information is the least if source signals are independent and a new kind of adaptive blind separation algorithm is deduced. This method avoids the complex calculation of $|\det w|$ with the present information theory method (e. g. Torkkola 1996, Pham 1999, Lee 2000, as well as Tang 2000). In the paper we not only give the theoretic proof in detail, but also carry out the simulation experiments. Both of theoretic analysis and simulation results show that this algorithm saves the separation time and has a good separation effect.

Key words: whiten; rotating transform; Givens matrix; minimal mutual information; blind separation

1 引言

盲分离 (BSS) 问题是近年来出现的一个新的研究领域, 它具有很多潜在的应用, 特别是在无线通信、医学分析、图像增强等方面, 一个很典型的例子就是从多个麦克风测得的声音信号中完全的分出说话者的声音. 用数学语言可以将该问题描述为

$$x(t) = As(t) \quad (1)$$

其中 $s(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t))^T$ 为源信号矢量, $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t))^T$ 为观测信号矢量, A 为 $m \times n$ 的混叠矩阵. 之所以称为盲, 主要是因为在此问题中, 除了原始输入信号是相互独立的这一信息之外, 我们不知道有关原始输入信号 $s(t)$ 与信道结构 A 的任何先验知识. 盲分离的目的就是从这些观测信号 $x(t)$ 中获取源信号 $s(t)$. 由于盲信号分离的广泛应用, 对该问题的研究引起了人们的充分关注, 各种盲

分离算法不断涌现. 在各种分离算法中有一类是基于信息理论的方法, 如谭丽丽 (2000)^[1], Bell (1995)^[2], Torkkola (1996)^[3] 的最大熵算法 (ME); Yang (1997)^[4], 谭丽丽 (1999)^[5], Pham (1999)^[6] 的最小互信息量算法 (MMD); 以及 Andrzej (1996)^[7] 和 Lee (2000)^[8] 的最大负熵算法. 关于这类方法, 最近 Hyvarinen (2000)^[9] 给出了一些分析和总结, 在这些方法中其目标函数里都有一个共同项“ $\ln|\det w|$ ”. 由于该项的出现, 在自适应调节时涉及到逆矩阵的计算, 即使是使用自然梯度算法可以避免求逆运算, 但其计算量太大, 这样大大的增加了分离时间. 本文首先将混叠矩阵正交化, 然后基于 QR 分解理论, 对分离矩阵进行一系列初等变换, 从而消掉了目标函数中的 $\ln|\det w|$. 理论分析表明该算法可以减少 $n^2 - C_n^2$ 个变元的调节从而减少了计算量; 仿真试验也表明本算法不仅具有良好的分离算法效果, 同时也缩短了分离时间.

2 算法原理

为简单起见,依然假设源信号是零均值、单位方差的平稳遍历随机过程,混叠矩阵为非奇异的方阵。

由于分离的目标等价于在置换的意义下将混叠矩阵对角化,即将 A 转化为 P,其中 Λ 为一对角阵, P 为一置换阵。为了达到这一目标,考虑先将混叠信号白化,即构造白化矩阵 w ,使得 $R_y(0) = I$,其中 $y(t) = wx(t)$,则模型(1)转化为

$$y(t) = wAs(t) = us(t) \quad (2)$$

然后对白化后的混叠矩阵 u 进行 QR 分解,则式(2)转化为如下形式

$$y(t) = QRs(t) \quad (3)$$

其中 Q 为正交矩阵, R 为上三角矩阵,由于

$$R_y(0) = QRR_s(0)R^TQ^T = I \quad (4)$$

由假设条件 $R_s(0) = I$ 知 R 为一正交阵,但 R 同时又是上三角阵,所以 R 为一对角阵,且其对角元素为 1 或者 -1。于是混叠模型转化为如下形式

$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_n(t) \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} k_{11} & & & \\ & k_{22} & & \\ & & \ddots & \\ & & & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \dots \\ s_n(t) \end{bmatrix} = Q \begin{bmatrix} \delta_1(t) \\ \delta_2(t) \\ \dots \\ \delta_n(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, $k_{ii} = \pm 1, \forall i = 1, \dots, n$ 。依据 QR 分解思想,正交矩阵 Q 可以分解为一系列 Givens 矩阵的乘积,即

$$Q = (T_{n-1} \dots T_2 T_1)^T \quad (6)$$

其中:

$$T_1 = T_{1n} T_{1, n-1} \dots T_{12}, T_2 = T_{2n} T_{2, n-1} \dots T_{23}, \dots, T_{n-1} = T_{n-1, n} \quad (7)$$

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & c_{ij} & & -s_{ij} \\ & & & & 1 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 \\ & & s_{ij} & & & & & c_{ij} \\ & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$c_{ij}^2 + s_{ij}^2 = 1 \quad (9)$$

由上述分解我们可以看出, Q 为 C_n^2 个 Givens 矩阵的乘积,故要确定 Q 就等价于要确定 C_n^2 个 c_{ij} 。而在文献[1~8]的方法中,要确定 n^2 个未知元素,从而我们可以减少 $n^2 - C_n^2 = \frac{n(n+1)}{2}$ 个元素的调节。对于这些未知的 Givens 矩阵元素,可采用最小互信息量方法确定,为此定义目标函数

$$J(Q) = I(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n) = \sum_{i=1}^n H(\delta_i) - H(\delta) \quad (10)$$

由概率密度的计算关系

$$P_\delta(\delta) = P_\delta(Q^T y) = \frac{P_y(y)}{|\det Q^T|} \quad (11)$$

则有

$$\begin{aligned} J(Q) &= \sum_{i=1}^n H(\delta_i) - H(y) - \ln |\det(Q^T)| \\ &= \sum_{i=1}^n H(\delta_i) - H(y) \end{aligned} \quad (12)$$

将 $H(\delta_i)$ 利用 Gram-Charlier 展式展开并截断到四阶累积量可得

$$\begin{aligned} H(\delta_i) &= H_N(\delta_i) - \left| \frac{1}{12} cum^2(\delta_i^3) + \frac{1}{48} cum^2(\delta_i^4) \right. \\ &\quad \left. + \frac{7}{48} cum^4(\delta_i^3) - \frac{1}{8} cum^2(\delta_i^3) cum(\delta_i^4) \right| \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$H_N(\delta_i) = \frac{1}{2} \ln(2 - e^{-2}) = \frac{1}{2} \ln(2 - e) \quad (14)$$

从而

$$\begin{aligned} J(Q) &= \frac{n}{2} \ln(2 - e) - H(y) - \sum_{i=1}^n \left| \frac{1}{12} cum^2(\delta_i^3) + \frac{1}{48} cum^2(\delta_i^4) \right. \\ &\quad \left. + \frac{7}{48} cum^4(\delta_i^3) - \frac{1}{8} cum^2(\delta_i^3) cum(\delta_i^4) \right| \end{aligned} \quad (15)$$

由于上式中只有第三项含有 Q,所以目标函数可以简化为

$$\begin{aligned} J(Q) &= - \sum_{i=1}^n \left| \frac{1}{12} cum^2(\delta_i^3) + \frac{1}{48} cum^2(\delta_i^4) \right. \\ &\quad \left. + \frac{7}{48} cum^4(\delta_i^3) - \frac{1}{8} cum^2(\delta_i^3) cum(\delta_i^4) \right| \end{aligned} \quad (16)$$

故问题转化为

$$\begin{cases} \min J(Q) \\ c_{ij}^2 + s_{ij}^2 = 1, i = 1, \dots, n-1; j = 2, \dots, n; i < j \end{cases} \quad (17)$$

3 算法实现

由于上述问题式(17)是一个带约束的极值问题,我们不能直接利用最速下降法去解,于是我们定义

$$\bar{T}_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & c_{ij} & & -s_{ij} \\ & & & & 1 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 1 \\ & & s_{ij} & & & & & c_{ij} \\ & & & & & & & & 1 \\ & & & & & & & & & \ddots \end{bmatrix}; \quad (18)$$

显然

$$\bar{T}_{ij} \bar{T}_{ij} = T_{ij} \quad (19)$$

又因为

$$I(y_1, \dots, y_i, \dots, y_j, \dots, y_n) = \int \dots \int p(y_1, \dots, y_i, \dots, y_j, \dots, y_n) \prod_{i=1}^n p(y_i) dy = I(y_1, y_2, \dots, y_n) \quad (20)$$

从式(19)和式(20)可以看出, c_{ij}, s_{ij} 同时乘以一个常数因子并不改变目标函数的值,即 \bar{T}_{ij}, T_{ij} 是等价的,所以可以采用如下的方法解上述的带约束的极值问题,将 c_{ij}, s_{ij} 每经过一次最速下降法迭代后将其正规化,即

$$c_{ij}^{new 1} = c_{ij} - \frac{\partial L}{\partial c_{ij}} \quad s_{ij}^{new 1} = s_{ij} - \frac{\partial L}{\partial s_{ij}} \quad (21)$$

$$c_{ij}^{new 2} = \frac{c_{ij}^{new 1}}{\sqrt{(c_{ij}^{new 1})^2 + (s_{ij}^{new 1})^2}} \quad (22)$$

$$s_{ij}^{new 2} = \frac{s_{ij}^{new 1}}{\sqrt{(c_{ij}^{new 1})^2 + (s_{ij}^{new 1})^2}}$$

其中 δ 为步长因子.

4 仿真结果与分析

为了满足源信号是零均值单位方差的条件,在仿真时可

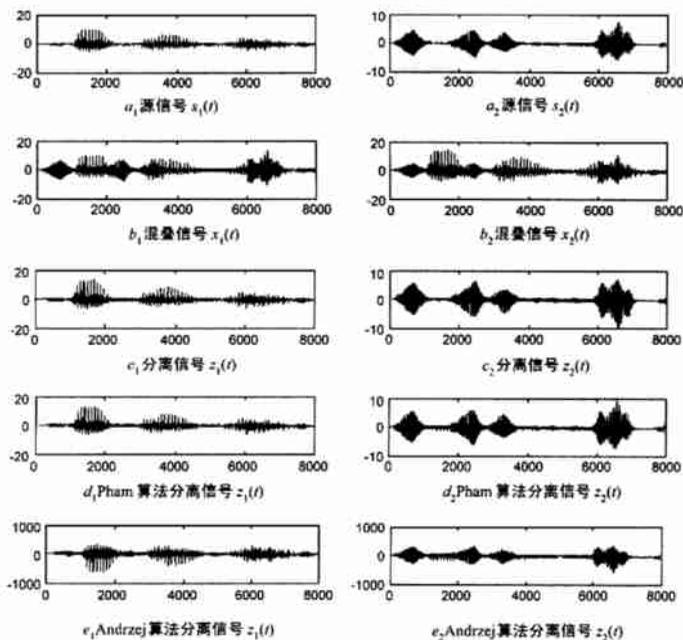


图 1 两个语音信号的分离效果

表 1 2 个语音信号盲分离算法性能比较

算法	Pham 算法	本算法	Andrzej 算法
分离时间	50.34s	45.76s	60.48s
分离效果评判	$\begin{bmatrix} 0.96 & 0.06 \\ 0.06 & 0.96 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.95 & 0.07 \\ 0.07 & 0.96 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.75 & 0.19 \\ 0.29 & 0.76 \end{bmatrix}$

图 1 中 c_1 和 c_2 是本文算法的分离效果,而 d_1, d_2 以及 e_1, e_2 分别是 Pham(1999)算法和 Andrzej(1996)算法的分离效果.从图 1 中可以看出,本文的分离效果与 Pham(1999)的分离效果相近,而比 Andrzej(1996)的分离效果好.但在分离时间上

以先将源信号标准化,即采用下式转化

$$s(t) = \frac{s(t) - E(s(t))}{\sqrt{\text{var}(s(t))}} \quad (23)$$

其中 $E(s(t)), \text{var}(s(t))$ 分别为源信号 $s(t)$ 的均值与方差.

为了定量的评价分离效果,我们采用分离信号与源信号的相似系数 i_{ij} 作为其检验指标之一,其中

$$i_{ij} = (z_i, s_j) = \frac{|\sum_{t=1}^n z_i(t) s_j(t)|}{\sqrt{\sum_{t=1}^n z_i^2(t) \sum_{t=1}^n s_j^2(t)}} \quad (24)$$

当 $z_i = cs_j$ 时, $i_{ij} = 1$,即允许盲分离结果在幅度上存在差异, z_i 与 s_j 相互独立时, $i_{ij} = 0$.而另一个评判指标为分离时间 t .

下面我们将分别就语音信号和图象信号进行分离仿真.

仿真一,源信号为两个语音信号,其来源于 <http://www.princeton.edu/~srickard/bss.html>,混叠矩阵为 $\begin{bmatrix} 1 & 1.5 \\ 1.4 & 1 \end{bmatrix}$,分

离后的相似系数矩阵为 $\begin{bmatrix} 0.75 & 0.09 \\ 0.09 & 0.76 \end{bmatrix}$,仿真结果如图 1 所示.

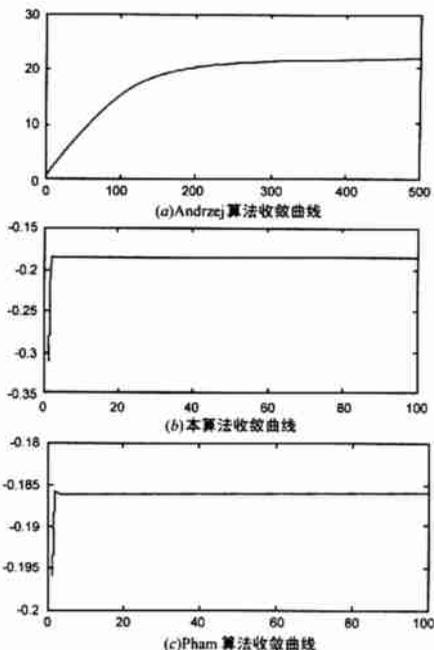


图 2 收敛曲线对比

本文的效果最好,所需的时间是最短的,其比较见如下表 1.

为了对算法的性能进行进一步的分析,我们特对三种算法的收敛曲线进行比较,其比较图见图 2.

从图 2 中可以看出,本算法的收敛速度与 Pham(1999)相当,但比 Andrzej(1996)要快.

仿真二,源信号为两个 256 x 256 的灰度图像信号,混叠

矩阵为 $\begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 1.5 & 1 \end{bmatrix}$,分离后的相似系数矩阵为 $\begin{bmatrix} 0.1977 & 0.7854 \\ 0.7636 & 0.0727 \end{bmatrix}$,仿真结果如图 3 所示.

从上面两个仿真例子的相似矩阵可以看出,其每行每列



图3 两幅图像的分离效果

都有且仅有一个元素接近于 1, 其它元素都接近于 0, 这说明分离效果是比较理想的. 另外与原算法比较, 本算法减少了分离时间, 与神经网络算法比较而言, 本算法不仅大大地减少了分离时间, 而且提高了分离效果.

5 结论

本文提出了一种新的实时线性混叠信号盲分离算法, 该算法先采取白化混叠信号将混叠矩阵转换为正交矩阵, 然后将混叠信号进行一系列初等旋转变换, 并结合源信号相互独立时互信息量最小的特点, 导出了一种旋转自适应盲分离算法. 与 Pham(1999) 的算法比较而言, 本算法虽然与其分离效果和收敛速度相当, 但减少了分离时间; 而与 Andrzej(1996) 的算法比较, 本算法不仅减少了分离时间, 而且大大地提高了分离效果.

参考文献:

- [1] 谭丽丽, 韦岗. 多输入多输出盲解卷问题的最大熵解法 [J]. 电子学报, 2000, 28(1): 114 - 116.
- [2] Bell A J, Sejnowski T J. An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution [J]. Neural Computation, 1995, 7: 1129 - 1159.

- [3] Torkkola K. Blind separation of delayed sources based on information maximization [A]. Proc ICASSP [C]. 1996. 3509 - 3512.
- [4] Yang H H. Adaptive on-line learning algorithms for blind separation-maximum entropy and minimum mutual information [J]. Neural Computation, 1997, 9: 1457 - 1482.
- [5] 谭丽丽, 韦岗. 卷积混叠信号的最小互信息量盲分离算法 [J]. 通信学报, 1999, 20(10): 49 - 55.
- [6] Pham D T. Mutual information approach to blind separation for stationary sources [A]. Proceeding of ICA '99 conference [C]. Aussois, France: 1999. 215 - 220.
- [7] Andrzej Cichocki, Włodzimierz Kasprzak. Local adaptive learning algorithms for blind separation of nature images [J]. Neural Network World, 1996, 6(4): 515 - 523.
- [8] Lee T W, et al. A unifying information-theoretic framework for independent component analysis [J]. Computers and mathematics with applications, 2000, 39: 1 - 21.

作者简介:



谢胜利 男, 1958 年 12 月出生于湖北省公安县, 华南理工大学无线电与自动控制研究所教授、博士生导师, 于非线性系统控制理论与应用、自适应信号处理等领域在国内外学术刊物上发表论文 60 多篇, 目前感兴趣的领域为: 非线性系统学习控制理论、自适应信号处理、盲信号分离和图象处理等.



章晋龙 男, 1974 年 7 月出生于湖北监利县, 分别于 1997 年和 2000 年获学士和硕士学位, 现为华南理工大学电信学院博士生, 主要研究方向为盲信号处理、无线网络优化.