基于Frank T/S范数的柔性概率逻辑算子研究

王万森[1,2], 何华灿[2],
(1.首都师范大学信息工程学院,北京 100037;2.西北工业大学计算机学院,陕西西安 710072)

摘 要: Frank算子簇满足相容性定理,基于Frank T/S范数构造柔性概率逻辑算子,是在逻辑框架内解决概率逻辑不确定性推理问题的一种有效探索.论文针对传统概率逻辑算子在相关性方面存在的缺陷,用广义相关系数h建立起与相关性的联系,并基于Frank T/S范数构造了一套运算关系可以随h连续变化的柔性概率逻辑算子.理论证明,该算子既可满足概率测度的基本公理,又具有连续单调可变性.

关键词: Frank相容算子; T/S范数; 柔性概率逻辑算子
中图分类号: TP18 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112(2009)05-1141-05

Research on Flexible Probability Logic Operator Based on Frank T/S Norms

WANG Wan-sen[1,2], HE Hua-can[2]
(1. College of Information Engineering, Capital Normal University, Beijing 100037, China;
2. College of Computer Science and Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xian, Shaanxi 710072, China)

Abstract: Frank operator cluster satisfy compatible theorem, the flexible probability logic operator based on Frank T/S norms, is a effective study which solve the problem of probability logic uncertain reasoning in the framework of logics. Aimed at solving the problem of limitation on the correlativity of the traditional probability logic operator, the paper uses the generalized correlation coefficient h to establish a connection with correlativity, and constructs a set of flexible probability logic operator based on Frank T/S norms, whose operation relation can changes continuously with h. The theory prove that the operator not only can satisfy basic axiom of probability measure, but also show the continuous monotone variability.

Key words: frank compatibility operator; T/S norms; flexible probability logic operatorl

1 引言

概率逻辑在不确定性推理方面有着重要的理论价值和应用前景.其经典模型主要包括:基于标准概率空间的逻辑学模型,基于概率最大熵原则的可能世界模型和基于扩展概率空间的条件事件模型.但由于上述经典模型中的逻辑学模型无法解决条件推理问题,可能世界模型超出了逻辑学的范畴,条件事件模型不再是标准的概率测度,因此,到目前为止,经典概率逻辑仍不能真正实现逻辑框架内的不确定性推理[1].

泛逻辑学是一个以T/S范数为主要数学工具建立起来的柔性逻辑体系.其研究表明,概率逻辑属于它在$k=0$, $h\in[0.5,1]$时的研究范畴[2].T/S范数是一组定义在[0,1]区间上的能够生成经典三角不等式的二元函数.在众多的T/S范数簇中,Frank算子簇是目前唯一发现的满足相容性定理的T/S相容算子簇,它只有$h\in[0.5,1]$部分,是一个半完整簇.Frank算子的这一半完整簇的特性,恰好与概率逻辑属于泛逻辑学在$k=0$, $h\in[0.5,1]$的研究范畴相符,因此可基于Frank算子簇去构造柔性概率逻辑算子.

理论证明,基于Frank T/S范数构造出来的柔性逻辑算子既可满足概率逻辑的基本公理,又可保持Frank算子簇的单调可变性.这一方法,为在逻辑框架内解决概率逻辑不确定性推理问题提供了一条有效途径[3].

2 Frank算子簇及其相容性

2.1 Frank T/S范数的定义

定义1 当$h\in[0.5,1]$时,Frank算子簇的T/S范数分别为

$$T(x,y,h)=\log_a(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1))$$
$$a\in R_+,\ h\in(0.5,1)$$

收稿日期:2008-08-18;修回日期:2008-11-16
基金项目:国家自然科学基金(No.60775038)

$$S(x, y, h)=1-\log_a(1+(a^{1-x}-1)(a^{1-y}-1)/(a-1))\ a\in R_+,\ h\in(0.5, 1)$$

其中

$$a=((1-h)/(h-0.5))^3$$
$$h=(1+a^{1/3}/2)/(1+a^{1/3})$$

且有

当 $a\to 0$ 时, $h\to 1$, $T(x, y, h)\to \min(x, y)$

当 $a\to 1$ 时, $h\to 0.75$, $T(x, y, h)\to xy$

当 $a\to\infty$时, $h\to 0.5$, $T(x, y, h)\to \max(0, x+y-1)$

2.2 Frank T/S 范数的相容性

对零级不确定性问题, 当 $h\in[0.5, 1]$时, T/S 范数满足相容性定律的充要条件是

$$\frac{\partial T(x, y, h)}{\partial x}+\frac{\partial S(x, y, h)}{\partial x}=1$$

Frank T/S 范数的相容性可用下述命题描述.

命题 1 Frank T/S 范数满足相容性定律.

证明 对 Frank T 范数和 Frank S 范数分别关于 x 求偏导数

$$\frac{\partial T(x, y, h)}{\partial x}=\frac{\log_a e\log_e a(a^y-1)a^x}{(a-1)+(a^x-1)(a^y-1)}=\frac{(a^y-1)a^x}{(a-1)+(a^x-1)(a^y-1)}$$

$$\frac{\partial S(x, y, h)}{\partial x}=\frac{\log_a e\log_e a(a^{1-y}-1)a^{1-x}}{(a-1)+(a^{1-x}-1)(a^{1-y}-1)}=\frac{(a^{1-y}-1)a^{1-x}}{(a-1)+(a^{1-x}-1)(a^{1-y}-1)}$$

当 $a\neq 0$, $a\neq 1$, $a^x\neq 0$, $a^y\neq 0$ 时, 对$\partial S(x, y, h)/\partial x$ 的分子分母同乘以a^xa^y, 有

$$\frac{\partial T(x, y, h)}{\partial x}+\frac{\partial S(x, y, h)}{\partial x}=\frac{(a-a^x-a^y+a^xa^y)}{(a-1)+(a^x-1)(a^y-1)}=1$$

即 Frank T/S 范数满足形容性定律. (证毕)

3 基于 Frank T/S 范数的柔性概率逻辑算子的构造

3.1 相关性与广义相关性的联系

相关性是概率逻辑中的一个概念, 它包括独立相关和非独立相关, 用于描述一个事件对另一个事件的概率的影响程度, 并直接影响到概率的计算. 广义相关性是泛逻辑学中的一个概念, 它描述不同命题之间相关联的程度, 由广义相关系数 $h\in[0.5, 1]$ 来刻画. 利用广义相关系数 h, 可建立起相关性与广义相关性之间的联系. 即当 $h=0.75$ 时, 对应于经典概率中的独立相关. 当 $h\neq 0.75$ 时, 对应于经典概率中的非独立相关. 至于非独立相关时的运算模型, 可由下面所定义的柔性概率逻辑算子来确定.

3.2 柔性概率逻辑算子的定义

基于Frank T/S 范数的柔性概率逻辑算子的定义方法是, 利用 Frank T/S 范数建立柔性概率逻辑“与”, “或”条件算子, 利用零级 N 范数建立柔性概率“非”算子.

定义 2 设 P 是一个语言L_p 的概率函数, $A, B\in L_p$, 且 $P(A)=x$, $P(B)=y$, 则对 $h([0.5, 1]$, 基于 Frank T/S 范数和零级 N 范数的柔性概率逻辑算子的运算模型分别为:

(1) 概率“与”

$$P(A\wedge B, h)=T(P(A), P(B), h)=\log_a(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1))$$

(2) 概率“或”

$$P(A\vee B, h)=S(P(A), P(B), h)=1-\log_a(1+(a^{1-x}-1)(a^{1-y}-1)/(a-1))$$

(3) 概率“条件”

$$P(A|B, h)=T(P(A), P(B), h)/P(B)=\log_a(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1))/y$$

(4) 概率“非”

$$P(\neg A)=N(P(A))=1-x$$

在以上定义中

$$a=((1-h)/(h-0.5))^3$$
$$h=(1+a^{1/3}/2)/(1+a^{1/3})$$
$$h\in(0.5, 1),\ a\in R_+$$

至于 $h=0.5$、$h=0.75$ 和 $h=1$, 是它的 3 个特殊值. 这些特殊值所对应的概率描述分别为:

$h=1$ 表示最大相吸, 有

$$P(A\wedge B, 1)=\min(P(A), P(B))$$
$$P(A\vee B, 1)=\max(P(A), P(B))$$
$$P(A|B, 1)=\min(P(A), P(B))/P(B)$$

$h=0.75$, 表示独立相关, 有

$$P(A\wedge B, 0.75)=P(A)P(B)$$
$$P(A\vee B, 0.75)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$$
$$P(A|B, 0.75)=P(A)$$

$h=0.5$, 表示最大相斥, 有

$$P(A\wedge B, 0.5)=\max(0, P(A)+P(B)-1)$$
$$P(A\vee B, 0.5)=\min(1, P(A)+P(B))$$
$$P(A|B, 0.5)=\max(0, P(A)+P(B)-1)/P(B)$$

广义相关系数 h 是实现概率逻辑算子柔性化的基础. 在上述定义中, 除概率“非”算子外, 柔性概率“与”、概率“或”和概率“条件”算子都是 h 的函数. 由于 h 在 $[0.5, 1]$ 上连续可变, 因此这些柔性概率逻辑算子所描述的概率逻辑运算关系也具有连续可变性.

由上面分析可知, 除 $h=1$ 和 $h=0.5$ 外, 对 $h\in(0.5, 1)$, 当 $h=0.75$ 时, 为经典概率逻辑的独立相关; 当 $h\in(0.5, 0.75)$ 和 $h\in(0.75, 1)$时, 为经典概率逻辑的非独立相关. 因此, 基于 Frank T/S 范数的柔性概率算子既包容了经典概率逻辑算子, 同时又对经典概率逻辑算子的运算模型进行了扩充.

作为柔性概率逻辑算子的简单例子, 假设在袋中有 r 个红球和 b 个黑球, 任意取出 2 个球 R_1 和 R_2, 若定义命题 R_i= {第 i 个取出的是红球}, 求 $P(R_1 \wedge R_2)$ 和 $P(R_2 | R_1)$.

下面分 $h=0.75$ 和 $h \neq 0.75$ 两种情况进行讨论. 为讨论问题方便, 假设 $r=8$, $b=10$.

先看 $h=0.75$, 它表示 R_1 和 R_2 独立相关, 本例中对应于取出一个球后又放回的情况. 即

$P(R_1)=P(R_2)=r/(r+b)=0.4444$

按柔性概率逻辑算子的运算模型有

$P(R_1 \wedge R_2, 0.75)= P(R_1)P(R_2)=0.1975$

$P(R_2 | R_1, 0.75)= P(R_2)=0.4444$

它与按经典概率逻辑算子的计算结果相同.

再看 $h \neq 0.75$, 它表示 R_1 和 R_2 非独立相关, 本例中对应于为取出一个球后不放回的情况. 按柔性概率逻辑算子的运算模型, 取 $h=0.7032$, 则有

$a=((1-h)/(h-0.5))^3=1.6099$

且

$x=P(R_1)=y=P(R_2)=0.4444$

将 a, x, y 的值代入柔性概率逻辑算子, 即有

$$P(A \wedge B, 0.7032)=\log a(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1)) = 0.1830$$

$$P(A | B, 0.7032) = (\log a(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1)))/y = 0.4118$$

它与按经典概率逻辑算子

$$P(R_1 \wedge R_2)=(r(r-1))/((r+b)(r+b-1)) = 0.1830$$

$$P(R_2 | R_1)=(r-1)/(r+b-1)=0.4118$$

的计算结果相同.

3.3 柔性概率逻辑算子的概率测度分析

按照概率测度的基本公理, 设 F 为样本空间 Ω 上的 σ 代数, 若 F 上的实值函数 P 满足非负性、规范性和可加性, 则称 P 为 (Ω, F) 上的概率测度.

命题 2 设 P 是一个语言 L_p 上的概率函数, $A, B \in L_p$, Ω 为整个概率空间, A、B 互不相容, 且 $P(A)=x$, $P(B)=y$, 基于 Frank 算子的柔性概率逻辑满足概率测度的基本公理.

证明 (1) 已知 $P(A)=x$, 由于 P 是语言 L_p 上的概率函数, $P(A) \geqslant 0$, 因此 $P(A)=x \geqslant 0$, 即满足非负性.

(2) 由前述概率非运算模型 $P(\Omega)=P(\neg \Phi)=N(P(\Phi))=1-0=1$, 即满足规范性.

(3) 由概率的相容性和相关性可知, 不相容必定是非独立的. 再由广义相关性的定义, 不相容是一种最大相斥的情况, 即 $h=0.5$. 而当 $h=0.5$ 时, 有 $P(A \vee B, 0.5)=\min(1, P(A)+P(B))=P(A)+P(B)$, 即满足可加性. (证毕)

4 基于 Frank T/S 范数的柔性概率逻辑算子的单调性

根据定义 2, 柔性概率逻辑算子的单调性可通过 $T(x, y, h)$ 和 $S(x, y, h)$ 的单调性来证明[4,5].

命题 3 对 $h \in (0.75, 1)$ 或 $h \in (0.5, 0.75)$, $T(x, y, h)$ 是随 h 单调递增的.

证明: 由于

$$\frac{\partial T(x, y, h)}{\partial h}=\frac{\partial T(x, y, a)}{\partial a} \cdot \frac{da}{dh}$$

因此, 要证明 $T(x, y, h)$ 随 h 单调递增, 只要能证明 $T(x, y, a)$ 关于 a 单调递减, 且 a 关于 h 也为单调递减即可. 即证明

$$\partial T(x, y, a)/\partial a<0, \text{ 且 } da/dh<0$$

其证明分以下两步进行:

第 1 步 先证明 $T(x, y, a)$ 关于 a 单调递减

由于当 $a \rightarrow 0$ 时, $h \rightarrow 1$; 当 $a \rightarrow 1$ 时, $h \rightarrow 0.75$; 当 $a \rightarrow \infty$ 时, $h \rightarrow 0.5$

因此, 要证明 $h \in (0.75, 1)$ 或 $h \in (0.5, 0.75)$ 时 $T(x, y, a)$ 关于 a 单调递减, 就是要证明 $a \in (0, 1)$ 或 $a \in (1, \infty)$ 时 $T(x, y, a)$ 关于 a 单调递减. 其证明如下:

$$T(x, y, a)=\log_a(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1)) = \ln(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1))/\ln a$$

其中, $a \in (0, 1)$, 而 $x, y \in (0, 1)$ 是固定的, 要证明 $T(x, y, a)$ 关于 a 在 $(0, 1)$ 上递减, 需要证明对任何 $0<a<1$ 或者 $1<a<\infty$, 以上结论成立.

为此定义函数

$$f: [0, 1] \times [0, 1] \times D \rightarrow [0, 1]$$

其中 $D=[0, 1) \cup (1, \infty)$. 取

$$f(x, y, a)= T(x, y, a)$$

求 f 对 a 的偏导数有

$$\partial f(x, y, a)/\partial a=\frac{f_1(x, y, a)-f_2(x, y, a)}{-(\ln a)^2}$$

其中

$$f_1=\frac{[x a^{x-1}(a^y-1)+y a^{y-1}(a^x-1)](a-1)-(a^x-1)(a^y-1)}{(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1))(a-1)^2}\ln a$$

$$f_2=\frac{1}{a}\ln(1+(a^x-1)(a^y-1)/(a-1))$$

而且对所有的 $(x, y, a) \in [0, 1] \times [0, 1] \times D$, 有

$$\frac{\partial f(0, y, a)}{\partial a}=\frac{\partial f(x, 0, a)}{\partial a} = \frac{\partial f(1, y, a)}{\partial a}=\frac{\partial f(x, 1, a)}{\partial a}=0$$

我们现在固定某个 $a \in (1, \infty)$, 固定某个 $y \in (0, 1]$, 仅考虑一个关于 x 的函数:

$$g(x)=\partial f(x, y, a)/\partial a \tag{1}$$

已知 $g(0)=g(1)=0$, 要证明 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上总是小于 0, 只要能证明 $g(x)$ 仅有一个极小值即可. 因此, 下面的目标就是要证明 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上只有一个极小值.

由于所有的极值都发生在 $g'(x)=0$ 的点上, 如果方程 $g'(x)=0$ 只有一个根 x_0, 那么 $g(x)$ 就只有一个极值.

但我们还需验证 x_0 在 $(0,1)$ 上, 并且是极小值(即 $g''(x)>0$) 而不是极大值(即 $g''(x)<0$).

通过计算可得

$$g'(x)=\frac{a^{x-1}\times[x(a^y-1)(a-a^y)+ya^y(a-1)-a(a^y-1)]}{[(a-1)+(a^x-1)(a^y-1)]^2}$$

由于

$$\frac{a^{x-1}}{[(a-1)+(a^x-1)(a^{y-1}-1)]^2}>0$$

若要 $g'(x)=0$, 只有让 $x(a^y-1)(a-a^y)+ya^y(a-1)-a(a^y-1)=0$

即

$$x=\frac{a(a^y-1)-ya^y(a-1)}{(a^y-1)(a-a^y)} \qquad (2a)$$

记式(2)为 x_0

需要注意的是, 这里我们考虑的是 $a\in(1,\infty)$, $y\in(0,1)$, 对于 $a\in(0,1)$, 只需要做一个变量替换, 让

$$\bar{a}=\frac{1}{a}, \bar{y}=1-y$$

即有 $\bar{a}\in(1,\infty)$, $\bar{y}$ 仍然在 $(0,1)$ 上. 此时, 重新定义计算(1)和(2), 仍可得到同样的 x_0, 即对 $a\in(0,1)$, $y\in(0,1)$ 我们有

$$x_0=\frac{\bar{a}(\bar{a}^{\bar{y}}-1)-\bar{y}\bar{a}^{\bar{y}}(\bar{a}-1)}{(\bar{a}^{\bar{y}}-1)(\bar{a}-\bar{a}^{\bar{y}})} \qquad (2b)$$

其中, $\bar{a}\in(1,\infty)$, $\bar{y}\in(0,1)$. 因此, 只需考虑 $a\in(1,\infty)$ 的情况.

现在要证明的是这个极值点 x_0 在 $(0,1)$ 上.

首先, 我们观察到不等式

$$a^y<(a-1)y+1 \qquad (3)$$

对任何 $a>1$, $y\in(0,1)$ 总是成立的. 原因是函数 $m(y)=(a-1)y+1$ 是连接点 $(0,1)$ 和 $(1,a)$ 的直线, 它在 $(0,1)$ 区间上总是位于函数 a^y 之上, 因此总有(3)式成立.

下面就利用这个结论去证明 $x_0>0$.

首先, 由(2)式可知, 总有 x_0 的分母

$$(a^y-1)(a-a^y)>0$$

将其展开整理得

$$a^{y+1}-a-ya^{y+1}+ya^y>0$$

即要证明

$$a<a^{y+1}-ya^{y+1}+ya^y$$

两边同时除以 a^y, 有

$$a^{1-y}<a-ya+y$$

即等价于证明

$$a^{1-y}<a+(1-a)y \qquad (4)$$

令 $z=1-y$, 有

$$a^z<a+(1-a)(1-z)$$

即

$$a^z<(a-1)z+1$$

即为式(3)只不过是把 y 替换成了 z. 因此, 上面的式子成立. 再一步步推回去, 即得出 $x_0>0$.

下面再证明的是 $x_0<1$

由式(2), 将其分母乘过去, 等价于证明

$a(a^y-1)-ya^y(a-1)<(a^y-1)(a-a^y)$

$\Leftrightarrow a(a^y-1)-(a^y-1)(a-a^y)<ya^y(a-1)$

$\Leftrightarrow(a-a+a^y)(a^y-1)<ya^y(a-1)$

$\Leftrightarrow a^y(a^y-1)<ya^y(a-1)$

$\Leftrightarrow(a^y-1)<y(a-1)$

$\Leftrightarrow(3)$

即式(3)总是成立的. 因此有 $x_0<1$.

然后, 还需证明 $g(x)$ 在 x_0 点是极小值而不是极大值.

由微积分中的定理可知, 要证明 $g(x)$ 在 x_0 点是极小值, 只要能证明 $g(x)$ 的二阶导数在 x_0 点大于 0 即可. 由于

$$g''(x_0)=\frac{a^{x_0-1}(a^y-1)(a-a^y)}{[(a-1)+(a^{x_0}-1)(a^y-1)]^2}$$

显然有 $g''(x_0)>0$.

综上所述, 我们证明了 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上总是小于 0 的, 即

$$\frac{\partial f(x,y,a)}{\partial a}<0 \quad \text{在}[0,1]\times[1,0]\times D\text{ 上}$$

因此, $f(x,y,a)$ 关于 a 在 $(0,1)$ 和 $(1,\infty)$ 上都是递减的. 亦即

$$\frac{\partial T(x,y,a)}{\partial a}<0 \quad \text{在}[0,1]\times[1,0]\times D\text{ 上}$$

即 $T(x,y,a)$ 关于 a 在 $(0,1)$ 和 $(1,\infty)$ 上也都是递减的.

第 2 步 再证明 a 关于 h 是也单调递减的

很明显 $a=((1-h)/(h-0.5))^3$ 在 $h\in(0.75,1)$ 或 $h\in(0.5,0.75)$ 上关于 h 是一个减函数. 即有

$$\frac{da}{dh}<0$$

综合以上第 1 步和第 2 步的证明, 有

$$\frac{\partial T(x,y,h)}{\partial h}=\frac{\partial T(x,y,a)}{\partial a}\cdot\frac{da}{dh}>0$$

因此, $T(x,y,h)$ 是关于 h 的单调增函数. (证毕)

命题 4 对 $h\in(0.75,1)$, 有 $P(A|B,h)>P(A)$.

证明　已知 $P(A \wedge B, h) = T(x, y, h)$, 且 $P(A) = x$, $P(B) = y$. 由于

$$P(A \mid B, h) = \frac{P(A \wedge B, h)}{P(B)} = \frac{T(x, y, h)}{y}$$

要证明对 $h \in (0.75, 1)$ 有 $P(A \mid B, h) > P(A)$, 即证

$$\frac{T(x, y, h)}{y} > x \quad 亦即\ T(x, y, h) > xy$$

由于 $T(x, y, 0.75) = xy$, 且 $T(x, y, h)$ 在 $h \in (0.75, 1)$ 上是递增的, 因此当 $h \in (0.75, 1)$ 时有

$$T(x, y, h) > xy \qquad (证毕)$$

命题 5　对 $h \in (0.5, 0.75)$, 有 $P(A \mid B) < P(A)$.

证明　已知 $P(A \wedge B, h) = T(x, y, h)$, 且 $P(A) = x$, $P(B) = y$. 由于

$$P(A \mid B, h) = \frac{P(A \wedge B, h)}{P(B)} = \frac{T(x, y, h)}{y}$$

因此, 要证对 $h \in (0.5, 0.75)$ 有 $P(A \mid B, h) < P(A)$, 即证

$$\frac{T(x, y, h)}{y} < x \quad 亦即\ T(x, y, h) < xy$$

而 $T(x, y, 0.75) = xy$, 且 $T(x, y, h)$ 在 $h \in (0.5, 0.75)$ 上是递增的, 因此当 $h \in (0.5, 0.75)$ 时有

$$T(x, y, h) < xy \qquad (证毕)$$

命题 6　对 $h \in (0.75, 1)$ 和 $h \in (0.5, 0.75)$, $S(x, y, h)$ 都是随 h 单调递减的.

证明　由于 $T(x, y, h)$ 和 $S(x, y, h)$ 满足相容定律, 即

$$T(x, y, h) + S(x, y, h) = x + y$$

亦即

$$S(x, y, h) = x + y - T(x, y, h)$$

又由于对 $x, y \in (0, 1)$, 当 $h \in (0.75, 1)$ 和 $h \in (0.5, 0.75)$ 时, $T(x, y, h)$ 都是单调递增函数, 因此对 $h \in (0.75, 1)$ 和 $h \in (0.5, 0.75)$, $S(x, y, h)$ 都是随 h 单调递减的. (证毕)

5　结束语

基于 Frank T/S 范数的柔性概率逻辑算子, 可以通过 h 的变化改变经典概率逻辑的刚性运算关系, 实现了概率逻辑运算关系的柔性化. 并且, 当 $h \in (0.75, 1)$ 时有 $P(A \mid B) > P(A)$, 当 $h \in (0.5, 0.75)$ 时有 $P(A \mid B) < P(A)$. 这一研究, 是在逻辑框架内解决概率逻辑不确定推理问题的一种有益探索, 对人工智能的发展有着重要的理论和实际意义[6]. 笔者下一步的研究重点是建立基于柔性概率逻辑算子的概率逻辑推理模型.

参考文献:

[1] 王万森, 何华灿. 基于泛逻辑学的逻辑关系柔性化研究[J]. 软件学报, 2005, 16(5): 754–760.
Wang wansen, He Huacan. Research flexibility of logic relation based on universal logics[J]. Journal of Software, 2005, 16(5): 754–760. (in Chinese)

[2] He Huacan, et al. Princip of Universal Logics[M]. China: Science Press, 2006.

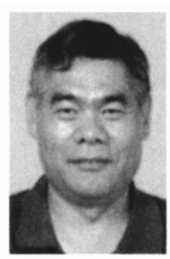
[3] 王万森, 何华灿. 基于泛逻辑学的概率命题逻辑研究与分析[J]. 计算机研究与发展, 2005, 42(7): 1204–1209.
Wang wansen, He Huacan. Research and analysis of probability logic based on universal logics[J]. Journal of Computer Research and Development, 2005, 42(7): 1204–1209. (in Chinese)

[4] D Butnariu, E. P Klement, Triangular Norm-Based Measures and Games with Fuzzy Coalitions[M]. Springer, 1 edition, 1993.

[5] E P Klement, R Mesiar, E Pap. Triangular Norms[M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000

[6] 钟义信. 机制主义: 人工智能的统一理论[J]. 电子学报, 2006, 34(2): 317–321.
Zhong yixin. Mechanism: a unified theory of AI[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(2): 317–321. (in Chinese)

作者简介:



王万森　男, 1953 年生于河南沁阳, 教授, 主要研究方向: 人工智能、概率逻辑、不确定推理、个性化网络教学系统. 通信作者
Email: wansenw@126.com

何华灿　男, 1938 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 人工智能、泛逻辑学、不确定性推理.