

降低 OFDM 信号峰均功率比的压扩方法研究

曹若云¹, 江 涛², 秦家银¹

(1. 中山大学信息科学与技术学院电子与通信工程系, 广东广州 510275;

2. Department of Electronic and Computer Engineering, University of Michigan, Dearborn Campus, 4901 Evergreen Road, Dearborn, MI 48128, USA.)

摘 要: 本文通过理论推导和分析, 确定了基于误差函数降低正交频分复用 (OFDM) 系统峰均功率比的非线性压扩方法中两个关键参数的取值, 修正了以前的结果, 并在此基础上提出了一种新的压扩函数来降低 OFDM 系统的峰均功率比. 理论分析和仿真结果表明, 新的压扩方法能够在保持原信号平均功率不变的情况下使峰均功率比降低到 7.8 dB 以下, 并且系统具有较好的误比特率性能.

关键词: 正交频分复用; 峰均功率比; 压扩变换

中图分类号: TN915.1

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2007) 06-1099-03

Study on Companding Transforms for Reduction in PAPR of OFDM Signals

CAO Ruo-yun¹, JIANG Tao², QIN Jia-yin¹

(1. Department of Electronics and Communication Engineering, Sun Yat-Sen University, Guangzhou, Guangdong 510275, China;

2. Department of Electronic and Computer Engineering, University of Michigan, Dearborn Campus, 4901 Evergreen Road, Dearborn, MI 48128, USA.)

Abstract: We propose a new companding scheme to reduce Peak-to-Average Power Ratio (PAPR) of Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) signals to revise our previous work, which is based on our rigorous theoretical derivation. Both theoretical analysis and simulation results show that the proposed companding transform can reduce PAPR to below 7.8 dB while keeping the average power unchanged, and the system having good BER performance simultaneously.

Key words: orthogonal frequency division multiplexing; peak-to-average power ratio; companding transform

1 引言

正交频分复用 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 作为宽带无线通信的关键技术之一, 已在通信系统中获得了广泛的应用^[1]. 但是, OFDM 信号具有很高的峰均功率比 (Peak-to-Average Power Ratio, PAPR, 简称为峰均比), 因而对发射机内功率放大器的线性动态范围提出了较高的要求. 在降低 OFDM 信号峰均比的众多方案中, 非线性压扩方法由于其实现简单、效果显著而引起人们的重视^[2~6]. 文献[2]采用 μ 律压扩方法来处理 OFDM 信号, 以增大发射信号的平均功率为代价来降低峰均比. 该方法压扩后信号的功率值更加接近功率放大器的非线性变化区域, 容易造成信号的失真. 文献[3]通过误差函数将原始 OFDM 信号从高斯分布变换为均匀分布, 仿真结果显示该方法可以较好地降低 PAPR. 但是该文没有从理论上给出其压扩函数中两个关键参数如何取值, 而且其压扩后的 OFDM 信号只是服从准均匀分布. 文献[4]提出了指数压扩的方法, 同样

是通过改善信号的统计特性来降低峰均比. 进一步的研究发现, 文献[3]和[4]提出的压扩方案会使系统误比特率增大到难以实用的程度.

本文首先通过理论推导和分析, 确定了文献[3]中给出的压扩函数中关键参数的取值; 然后提出了一种新的非线性压扩方案, 其研究结果表明该方法具有更好的系统性能.

2 基于误差函数的非线性压扩方案的修正

考虑从改善信号的统计分布特性来降低 PAPR. 根据中心极限定理, 当子载波数目较大时, OFDM 信号呈现复高斯分布. 文献[3]提出了将原始 OFDM 信号的实部和虚部分别变换为服从均匀分布的想法, 但是缺乏严密的理论推导, 下面给出详细的分析.

假设 OFDM 信号实部 x_n 的均值为 0, 方差为 σ_x^2 , 其概率密度为 $f_{x_n}(x)$. 假定压扩变换函数 $y = f(x)$ 能够将 x_n 变换为服从均匀分布的随机变量 u_n , ($u_n \in [-a, +a]$), 则 u_n 的概率密度为 $f_{u_n}(y) = 1/(2a)$. 根据随机变

收稿日期: 2005-12-23; 修回日期: 2006-11-02

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 60672048); 广东省科技计划项目 (No. 2005B10101001); 国家自然科学基金和广东省联合基金项目 (No. U0635003)

量的函数分布的变换法则,可得

$$f_{u_n} = f_{x_n}(x) \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (1)$$

压扩函数 $y = f(x)$ 是严格的单调递增函数,因此上式中的绝对值符号可去掉. 为了保证信号压扩前后的平均功率不变, $f(x)$ 还应满足下列等式

$$E(x^2) = E(f^2(x)) \quad (2)$$

联合式(1)和(2)可得

$$f(x) = \sqrt{3} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) \quad (3)$$

以上结果表明,只存在唯一的压扩函数将原始 OFDM 信号从高斯分布变换为严格的均匀分布. 对于平均功率归一化的 OFDM 信号, $\frac{2}{x} = 0.5$, 对照文献[3]中给出的压扩函数的标准形式,可知其中两个参数的取值应为 $k_1 = \sqrt{3}/2$, $k_2 = 1$, 因而文献[3]中的参数取值有误,应予修正.

图 1 给出了功率归一化信号的不同的压扩函数曲线,其中虚的对角线表示函数 $y = x$. 以这条虚线作为参考线,可以看出,当两个参数取修正后的值时,压扩函数能够放大小信号而压缩大信号;文献[2]中的方案不仅放大了小信号,还放大了大信号;而文献[3]中的方案则对所有的信号都呈现压缩的效果. 显然,修正后的压扩方案效果更为理想.

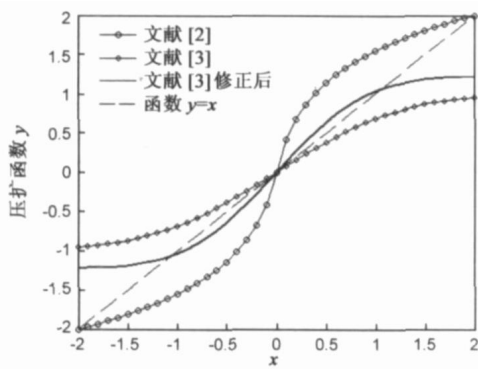


图 1 文献[2]、[3]和修正后的压扩函数

3 新的非线性压扩方案

从峰均比的定义发现,当信号的平均功率一定时,峰均比只与信号的幅度有关. 假设存在某压扩函数 $y = h(x)$ 对 OFDM 信号的幅值 $|s_n|$ 进行变换,压扩后的信号幅度为 $|t_n|$, 即 $|t_n| = h(|s_n|)$. 文献[4]中当 $d = 1$ 时,压扩函数将 OFDM 信号的振幅从瑞利分布变换为均匀分布. 这样固然可以有效地降低峰均比,但是系统的误比特率较高,其实用性很差.

本文假设压扩函数使 $|t_n|$ 的取值分布为线性函数,即其概率密度为 $f_{|t_n|}(y) = ky + b$ ($k < 0$, $b > 0$). 采用上节所述的推导方法和步骤,再考虑到边界条件 $h(0) =$

0,可以得到新的压扩函数

$$y = h(x) = \sqrt{6} \left[1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right] \quad (4)$$

在文献[4]中,当 $d = 1$ 时,对其中给出的压扩函数化简后得到

$$h(x) = \sqrt{3} \left[1 - \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \right] \quad (5)$$

比较式(4)和(3)可知,新的压扩函数不需要进行积分运算,因此其运算复杂度较低;将式(4)和(5)比较可知,新的压扩函数与文献[4]中方案的复杂度相同,对于幅度很大的 OFDM 信号,两者的压扩效果都接近于剪波;但是,新压扩函数的限幅门限为 $\sqrt{6}$, 而文献[4]方案的限幅门限为 $\sqrt{3}$, 前者比后者高 0.4 倍,所以新压扩方法的剪波效应不像文献[4]那么明显,因此,在相同的信噪比条件下,新压扩方案的系统误比特率比文献[4]中方案低.

4 性能分析与仿真

对于基于误差函数的非线性压扩修正方案,令 Z 表示压扩后信号的功率, $[-a, +a]$ 表示压扩后信号实部或虚部的取值范围,推导得 Z 的分布函数为

$$F_Z(z) = P\{Z < z\} = \begin{cases} \frac{a}{a^2} \frac{1}{4a^2} \int_{-a}^a \int_{-a}^a dx_1 dx_2 = 1, & 2a^2 < z \\ 4 \left[\frac{a \sqrt{z-a^2}}{4a^2} + \frac{z}{2} \left(\frac{1}{2} - 2\cos^{-1} \frac{a}{\sqrt{z}} \right) \frac{1}{4a^2} \right], & a^2 < z < 2a^2 \\ \int_{x_1^2+x_2^2 < z} \frac{1}{4a^2} dx_1 dx_2 = \frac{z}{4a^2}, & 0 < z < a^2 \\ 0, & z < 0 \end{cases} \quad (6)$$

式中 $a = \sqrt{3}/2$. 根据 $P\{\text{PAPR} > z\} = 1 - P\{\text{PAPR} \leq z\} = 1 - F_Z(z)^N$ 即可得到文献[3]修正后方案的互补累积分布函数 (Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF) 表达式.

同理,可以得到文献[4]中方案的 CCDF 表达式为:

$$P(\text{PAPR} > z) = 1 - \left(\frac{z}{3} \right)^{N/2} \quad (7)$$

本文提出的新压扩方案的 CCDF 表达式为:

$$P(\text{PAPR} > z) = 1 - \left(\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{3}} - \frac{z}{6} \right)^N \quad (8)$$

图 2 给出了不同压扩方案下的 CCDF 曲线,其中最右侧的虚线表示功率归一化的原始 OFDM 信号的 CCDF 理论曲线. 可以看出,文献[3]修正后的方案和文献[4]中方案对应的 CCDF 曲线均陡峭截止于峰均比等于 4.77 dB 处,这是由于其压扩函数对较大信号的处理类似剪波所致. 而本文提出的新压扩方案其仿真的 CCDF 曲线与理论曲线一致,结果表明新方案降低 PAPR 的效

果不如文献[4]显著,概率为 10^{-4} 时对应的 PAPR 比文献[4]大约高 3dB,约等于 7.8dB.对照文献[7]的图 1 可知,新的压扩方案降低 PAPR 的效果可以与选择性映射(Selected Mapping,SLM)方法相比拟,但其计算量远远小于 SLM 方法.

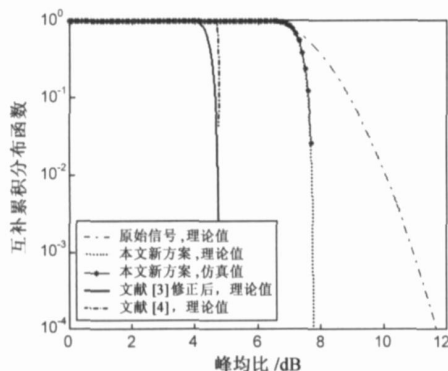


图 2 互补累积分布函数曲线(16QAM, 子载波数为 256)

图 3 给出了不同压扩方案下的误比特率仿真曲线,图中“理想情况”对应的是只考虑加性高斯白噪声条件下的理论误比特率曲线.很明显,新压扩方案的误比特率低于文献[3,4]的方案,具有较高的实用价值.

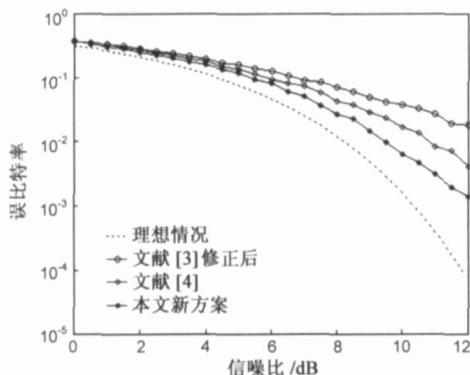


图 3 误比特率曲线(DQPSK, 子载波数为 64)

5 结论

本文首先给出了文献[3]中压扩函数的两个关键参数的取值方法,然后在此基础上提出了一种新的非线性压扩方案.研究结果表明,新的压扩方法降低峰均比的能力与 SLM 方法相当,但其运算量远远小于 SLM 方法;另外,与文献[3]和[4]相比,新方案在降低峰均比和系统误码率之间达到了较好的折中,具有较好的实用价值.

参考文献:

- [1] A R S Bahai, B R Saltzberg. Multicarrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM [M]. Norwell, MA: Kluwer Academic, 1999.
- [2] X B Wang, T T Tjhung, C S Ng. Reduction of peak-to-average

power ratio of OFDM system using a companding technique [J]. IEEE Trans on Broadcasting, 1999, 45(3): 303 - 307.

- [3] T Jiang, G X Zhu. Nonlinear companding transform for reducing peak-to-average power ratio of OFDM signals [J]. IEEE Trans on Broadcasting, 2004, 50(3): 342 - 346.
- [4] Tao Jiang, Yang Yang, Yong-Hua Song. Exponential companding technique for PAPR reduction in OFDM systems [J]. IEEE Trans on Broadcasting, 2005, 51(2): 244 - 248.
- [5] 黄晓, 陆建华, 郑君里. 低复杂度 OFDM 信号峰均功率比压缩技术 [J]. 电子学报, 2003, 31(3): 398 - 401.
Huang Xiao, Lu Jian-hua, Zheng Jun-li. Low complexity reduction of peak-to-average power ratio of OFDM signals [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(3): 398 - 401. (in Chinese)
- [6] 江涛. 新的低复杂度降低 OFDM 信号峰均功率比的压缩扩张技术 [J]. 电子学报, 2005, 33(7): 1218 - 1221.
Jiang Tao. New and low complexity companding technique for reducing peak-to-average power ratio of OFDM signals [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(7): 1218 - 1221. (in Chinese)
- [7] Seung Hee Han, Jae Hong Lee. An overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission [J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2005, 12(2): 56 - 65.

作者简介:



曹若云 女, 1976 年生于河南南阳, 中山大学博士研究生, 研究方向为第四代移动通信系统中的 OFDM 技术.

E-mail: cao.ruoyun@yahoo.com.cn



江涛 男, 美国密歇根大学电子与计算机工程系, 目前的主要研究兴趣包括 OFDM, MIMO, WiMAX 和无线通信网络的 QoS 研究等.

E-mail: Tao.Jiang@umich.edu



秦家银 男, 1961 年生于湖北荆门, 中山大学信息科学与技术学院副院长, 电子与通信工程系教授, 博士生导师, 主要研究方向为无线 CDMA 与移动通信技术和光电子技术. 通信.

E-mail: issqjy@mail.sysu.edu.cn