

非线性动态网络的离散算法及仿真

谢 宏¹, 何怡刚¹, 曾广达²

(1. 湖南大学电气与信息工程学院自动化系, 湖南长沙 410082; 2. 武汉大学空间物理与电子系, 湖北武汉 430072)

摘 要: 在非线性网络响应分析中, 采用 Volterra 级数法可以导出与线性系统传递函数相似的非线性传递函数, 能使非线性系统用线性化和系统化方法达到精确分析. 文中给出了非线性网络响应的 Volterra 级数解的连续算式, 为解决连续算式计算麻烦的问题, 提出用方波脉冲技术处理用 Volterra 级数表示法描述的非线性网络响应与激励之间关系的一组广义卷积积分的迭加计算, 从而得到非线性网络响应求解的 Volterra 级数解的离散算式. 仿真表明该算法求出的非线性网络响应与真实模型曲线十分逼近, 证明了它的有效性.

关键词: Volterra 级数; 非线性网络; 方波脉冲函数变换

中图分类号: TM 13 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 05-0852-04

A Kind of Discrete Algorithm and Its Simulation for Nonlinear Dynamic Network

XIE Hong¹, HE Yirgang¹, ZENG Guangda²

(1. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha, Hunan 410082, China;

2. Department of Space Physics and Electronics, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430072, China)

Abstract In analysis of nonlinear network responses, Volterra Series can be used to deduce the nonlinear transfer function similar to the transfer function of linear systems. Via utilizing the nonlinear transfer function, it can make precision analysis for nonlinear system by using the methods of linearization and systematization. A set of continuous calculating formulae of nonlinear network responses was proposed based on the solutions of Volterra Series. In order to solve the problem of computing the continuous formulae, the block-pulse function transform was adopted to deal with the repeatedly computation of a set of generalized convolution integral which described the relationship between the nonlinear network response and its input by using Volterra series. This method could result in a set of discrete calculating formulae which could be used to obtain the response of nonlinear network based on the solutions of Volterra series. The results of simulation showed that the curve of nonlinear network response produced by this algorithm was very closed to the curve of the real model and proved the availability of the method.

Key words Volterra series; nonlinear network; block-pulse function transform

1 引言

对于非线性网络分析, 传统的数值法和分段线性法等方法都是以线性模型加以近似, 只能表现线性性态, 而忽略了非线性网络固有的非线性特征. Volterra 级数是一种泛函数^[1-3], Volterra 级数法的优越性在于可以导出与线性系统传递函数相似的非线性传递函数, 使非线性系统用线性化和系统化方法达到精确分析. 由于方波函数^[4-7]的积分变换能将时域内的微分、积分运算变换成方波域内的矩

阵代数运算, 所以, 用 Volterra 级数表示法 (一组广义卷积积分的迭加) 描述的非线性网络的响应与激励之间的关系, 利用方波脉冲技术处理十分简便. 另外, 由于方波脉冲变换定义的单值性、独特的运算性质 (如脱关性和积分运算矩阵的三角特性)、函数展开系数的区间平均值特性, 使得它推理简单、结构表达简明精练和适用范围宽, 容易导出一组递推计算公式.

采用 Volterra 级数解的连续时域递推算法与方波脉冲函数 (Block-pulse function), 导出了一类非线性动态网

收稿日期: 2005-07-04 修回日期: 2006-02-22

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 50277010); 高校博士学科点专项基金 (No. 20020532016); 湖南省科技计划项目 (No. 04FJ2003, No. 03GKY3115); 湖南省杰出青年基金 (No. 03JJY1010); 教育部新世纪优秀人才支持计划 (NCET-04-0767)

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

络响应求解的 Volterra 级数解的离散算式^[8], 该算法解决了文献[9]中存在的计算复杂问题, 为非线性网络响应软件仿真和分析提供了一种新颖的数值计算方法, 该方法的公式结构简单、编程容易、计算快捷。

2 非线性动态网络 Volterra 级数解的连续算式

Volterra 级数的表达式如下:

$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^t \cdots \int_0^t h_k(t, \tau_1, \cdots, \tau_k) \prod_{j=1}^k [u(t - \tau_j) d\tau_j] \quad (1)$$

非线性网络响应 $y(t)$ 用 Volterra 级数表示时, 有

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \quad (2)$$

为简化计算, 设网络中仅有代数型非线性电源. 对于一大类连续非线性定常动态网络和/或系统, 其零状态解为^[9]:

$$y(t) = \int_0^t h_1(t - \tau) g(\tau) d\tau + \sum_{k=2}^{\infty} b_k \int_0^t h_1(t - \tau) y^{(k)}(\tau) d\tau \quad (3)$$

$g(t)$ 为外加激励信号. 因 n 阶 Volterra 响应只能由小于 n 的各阶 Volterra 响应为乘积因子的乘积项之和所组成, 且每一乘积项的阶为 n 因此, 根据式(3)可得到 Volterra 响应的连续算式如下:

$$\left. \begin{aligned} y_1(t) &= \int_0^t h_1(t - \tau) g(\tau) d\tau \\ y_{n \geq 2}(t) &= - \sum_{k=2}^n b_k \int_0^t h_1(t - \tau) y_{n-k+1}^{(k)}(\tau) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中:

$$y_n^{(k)}(t) \triangleq \sum_{\tau_1=1}^n \cdots \sum_{\tau_k=1}^{\tau_{k-1}} y_{\tau_1} y_{\tau_2 \tau_1 + 1} \cdots y_{n - \tau_{k-1} + 1}$$

由式(4)可知只要求出一阶 Volterra 时域核 $h_1(t)$, 即可按该式求出各高阶 ($n \geq 2$) 的 Volterra 响应, 但此式的计算相当麻烦。

3 方波脉冲函数

对任意一个在周期 $[0, 1)$ 或 $[0, T)$ 内可积分的函数 $f(t)$, 不管它是解析给出或数表给出, 也不论该函数是周期性或非周期性的, 都可以用一组定义在 $t \in [0, 1)$ 或 $t \in [0, T)$ 内的方波脉冲函数 $\phi_i(t)$ 为基的级数去近似它^[7], 即

$$f(t) \approx f_1 \phi_1(t) + f_2 \phi_2(t) + \cdots + f_m \phi_m(t) = \sum_{i=1}^m f_i \phi_i(t) \quad (5)$$

写成矩阵形式:

$$\begin{aligned} f(t) &= [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_m] \begin{bmatrix} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \\ \vdots \\ \phi_m(t) \end{bmatrix} \\ &= [\phi_1(t), \phi_2(t), \cdots, \phi_m(t)] \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix} = \Phi^T \cdot F = F^T \cdot \Phi \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $f_i = f(t_i)$.

f_1, f_2, \cdots, f_m 称为方波脉冲系数; $F \triangleq [f_1, f_2, \cdots, f_m]^T$ 为方波脉冲函数矢量. $\Phi(t) \triangleq [\phi_1(t), \phi_2(t), \cdots, \phi_m(t)]^T$ 为方波族矢量.

方波函数的积分变换如下, 设时间域内为 $y(t) =$

$$\int_0^t x(\xi) d\xi \text{ 则方波域内为: } Y = P \cdot X \quad (7)$$

$$\text{其中, } P \triangleq \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & & \\ 1 & \frac{1}{2} & & \\ 1 & 1 & \frac{1}{2} & \\ \vdots & & & \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & \frac{1}{2} \end{bmatrix} h \in R^{m \times m},$$

Y 和 X 分别为 $y(t)$ 和 $x(t)$ 的方波脉冲函数, P 为积分运算矩阵, h 为步长.

方波函数的积分变换的价值在于它将时域内的积分运算变换成方波域内的矩阵代数运算. 我们采用方波脉冲函数变换将式(4)变为离散算式.

4 非线性动态网络 Volterra 级数解的离散算式

经过方波脉冲域的运算, 式(4)中的 Volterra 一阶响应

$$y_1(t) = \int_0^t h_1(t - \tau) g(\tau) d\tau \text{ 的方波脉冲函数列向量为:}$$

$$Y_1 = H_1 G = [y_{11}, y_{12}, \cdots, y_{1m}]^T \quad (8)$$

单位冲激响应 $h_1(t)$ 可以由非线性网络模型给出的线性子系统求出, 其方波脉冲函数向量 $H_1(t)$ 为:

$$\tilde{H}_1 = [h_{11}, h_{12}, \cdots, h_{1m}]^T$$

输入激励 $g(t)$ 的方波脉冲函数向量

$$G = [g_1, g_2, \cdots, g_m]^T$$

式(8)中的 H_1 称为一阶冲激响应 $h_1(t)$ 的积分脉冲变换矩阵或一阶传递矩阵.

$$\begin{aligned} H_1 &\triangleq h \begin{bmatrix} \frac{1}{3} h_{11} & 0 & & 0 \\ \frac{1}{2} (h_{11} + h_{12}) & \frac{1}{3} h_{11} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ \frac{1}{2} (h_{1m} + h_{1(m-1)}) & \frac{1}{2} (h_{1(m-1)} + h_{1(m-2)}) & \cdots & \frac{1}{3} h_{11} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 \\ q_2 & q_1 & 0 & 0 \\ \vdots & & & \\ q_m & q_{m-1} & q_2 & q_1 \end{bmatrix} \in R^{m \times m} \end{aligned} \quad (9)$$

一阶传递矩阵 H_1 中各元素的递推公式为:

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= y_{11} / g_1 \\ q_i &= \left(y_{1i} - \sum_{j=1}^{i-1} q_j g_{ij+1} \right) / g_i, \quad (i = 2, 3, \cdots, m) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中: $h = \frac{1}{m}$ (或 $\frac{T}{m}$) 为步长.

式(4)中的高阶 ($n \geq 2$) Volterra 响应在方波脉冲域的离散算式为:

$$Y_{n \geq 2} = - \sum_{k=2}^n b_k H_1 \cdot Y_{n-k+1}^{(k)} \quad (11)$$

$Y_{n \geq 2}$ 为高阶 ($n \geq 2$) Volterra 响应 $y_{n \geq 2}(t)$ 所对应的方波脉冲函数矢量.

式中:

$$Y_n^{(k)} = \sum_{r_1=1}^n \cdots \sum_{r_{k-1}=1}^{r_2} (Y_n)_d \cdot (Y_{n-r_1+1})_d \cdots (Y_{n-r_{k-1}+1})_d \cdot Y_{n-r_{k-1}+1} \quad (12)$$

$Y_i = [y_{i1}, y_{i2}, \cdots, y_{im}]^T$, $(Y_i)_d = \text{diag}[y_{i1}, y_{i2}, \cdots, y_{im}]$

非线性网络总响应 $y(t)$ 的方波脉冲函数矢量为:

$$Y = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n = [y(1), y(2), \cdots, y(m)]^T \quad (13)$$

总响应 $y(t)$ 的时域表达式为:

$$y(t) \approx \Phi^T(t) \cdot Y$$

$$= y(1) \varphi_1(t) + y(2) \varphi_2(t) + \cdots + y(m) \varphi_m(t) \quad (14)$$

式中: $\Phi(t) \triangleq [\varphi_1(t), \varphi_2(t), \cdots, \varphi_m(t)]^T$ 为方波族矢量.

5 算法仿真

对于如图 1 所示非线性网络, $C = 0.001\text{F}$, $R_1 = 500\Omega$, $R = 1000\Omega$

非线性元件的伏-安特性: $i = f(u) = 0.1u + 0.001u^2 + 0.001u^3$.

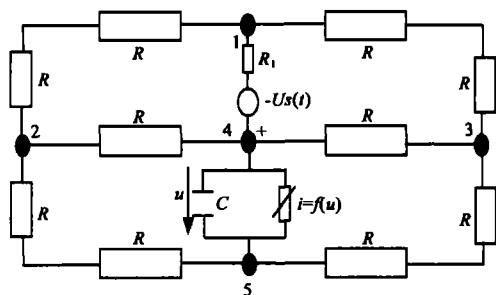


图 1 非线性网络例

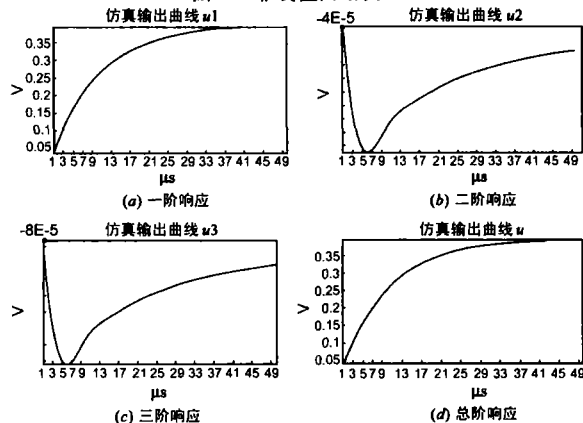


图 2 Volterra 级数响应

由于网络的弱非线性特性, 在此, 取三阶 Volterra 响应, 由上述 Volterra 级数解的离散算式得出的 Volterra 级数的一阶、二阶、三阶响应和总响应分别见图 2(a b c d), Volterra 级数总响应与真实响应的比较曲线见图 3(曲线 (a) 为 Volterra 级数总响应, (b) 为真实响应曲线, 两曲线十分逼近). 由于方波脉冲变换的基本运算环节的最小均方误差是步长 h 的三阶函数, 故减小步长 h 可提高运算精度和减小总误差, 又因每个子区间内的误差不会传递到后续子区间形成误差积累, 所以这种计算是稳定的; 当 $h \rightarrow 0$ 总的误差也趋近于零.

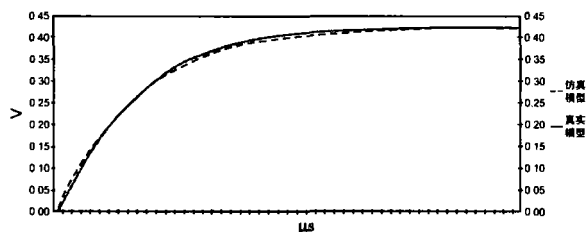


图 3 仿真曲线

6 结束语

本文提出的离散分析算法解决了非线性网络响应的 Volterra 级数解的连续算式计算的困难, 便于编程实现, 是一种快捷的方法, 对于网络模型仅含有非线性代数型电源网络具有通用性. 另外, 对于网络模型含有非线性积分型和微分型电源的情况, 此时在进行 BPFT 变换时, 递推算式中会出现积分和微分变换矩阵, 除此之外, 其他均与上述相同.

参考文献:

- [1] 方洋旺, 焦李成. MIMO 非线性系统辨识: Volterra 级数法 [J]. 电路与系统学报, 2000, 5(4): 38-42
- [2] Chua L O, Tang Y S. Nonlinear oscillation via volterra series [J]. IEEE Trans CAS, 1982, 29(3): 150-168
- [3] Leon B J, Schaefer D J. Volterra series and picard iteration for nonlinear circuits and systems [J]. IEEE trans CAS, 1978, 25(9): 789-793
- [4] P Samniti. Analysis and synthesis of dynamic systems via block-pulse functions [J]. Proc IEE, 1997, 124(6): 569-571.
- [5] Ganti prasad, T Srinivasan. Analysis and synthesis of systems containing times delay via block-pulse functions [J]. Proc IEE, 1978, 125(10): 1064-1068
- [6] L S Shick, C K Yeung, B C M chnis. Solution of state space equations via block-pulse functions [J]. J of Int Control, 1978, 28(3): 102-122
- [7] Zeng Guanda. Block-pulse functions transform with application [J]. Numerical maths and Applications, 1989, (1): 68-81.

[8] 谢宏, 何怡刚, 吴杰. 基于 Volterra 级数和方波脉冲函数变换的非线性系统模型辨识与故障诊断 [J]. 电路与系

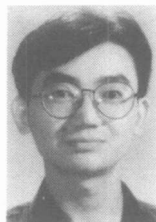
统, 2004 9(2): 50-53

[9] 曾广达. 非线性网络 Volterra 级数解的递推分析 [J]. 武汉大学学报 (自然科学版), 1991 (1): 50-61.

作者简介:



谢 宏 男, 1964 年出生, 副教授, 博士, 硕士生导师. 研究方向: 电路与系统理论及故障诊断、神经网络、智能控制.
E-mail xiehong_zn@163.com



何怡刚 男, 1966 年出生, 教授, 博士生导师. 研究方向: 电路与系统理论及故障诊断、神经网络、有源滤波器等.
E-mail yghc@hnu.net.cn

2006 年全国开放式分布与并行计算学术会议 征文通知

由中国计算机学会开放系统专业委员会主办、西北大学信息学院 (计算机系) 承办、陕西省计算机学会协办的“2006 年全国开放式分布与并行计算学术会议”将于 2006 年 10 月 19-21 日在西安召开, 现将会议征文的有关事项通知如下:

一、征文范围 (包括但不限于下列方面):

(1) 开放式分布与并行计算模型、体系结构、算法及应用; (2) 下一代开放式网络、数据通信、网络与信息安全、业务管理技术; (3) 开放式海量数据存储与 Internet 索引技术, 分布与并行数据库及数据 Web 挖掘技术; (4) 开放式机群计算、网格计算、Web 服务、P2P 网络及中间件技术; (5) 开放式移动计算、移动代理、传感器网络与自组网技术; (6) 分布式人工智能、多代理与决策支持技术; (7) 分布、并行编程环境和工具; (8) 分布与并行计算算法及其在科学与工程中的应用; (9) 开放式虚拟现实技术与分布式仿真; (10) 开放式多媒体技术与流媒体服务, 包括媒体压缩、内容分送、缓存代理、服务发现与管理技术.

二、征文要求:

论文必须是未正式发表的、或者未正式等待刊发的研究成果. 论文格式仿照《微电子学与计算机》刊物的格式, 应包括题目、作者、所属单位、摘要、关键词、正文和参考文献.

献. 一般不超过 5000 字, 一律用 Word2002 格式排版, 提供 A4 激光打印稿一式两份, 并将论文电子版上传到会议网站上或发送 Email 至 chenx@mail.xjtu.edu.cn 经程序委员会审查合格的论文, 将全部在中国计算机学会会刊《微电子学与计算机》(核心期刊) 正刊上发表. 会议将评选优秀论文, 予以奖励并推荐到一级学报发表.

三、重要日期:

会议时间: 2006 年 10 月 19~21 日

截稿日期: 2006 年 7 月 15 日

录用通知: 2006 年 7 月 30 日

四、联系方式:

投稿地址: 西安西北大学信息学院 陈晓江 收

(请在信封上注明 DPCS2006)

邮政编码: 710069

联系电话: 029-88308273 (房鼎益、陈晓江)

电子邮件: chenx@mail.xjtu.edu.cn

(请在邮件主题中注明 DPCS2006)

会议主页: <http://disnet.nwu.edu.cn/DPCS2006>

或 <http://cs.nju.edu.cn/dpcs>

专委会联系人: 南京大学计算机系 陈贵海

Tel 025-58916715 E-mail gchen@nju.edu.cn