

# 基于宽线性迭代平均仿射 LM S算法的 DS-CDMA M A I抵消

彭 喆, 周元建

(广东警官学院, 广东广州 510232)

**摘要:** 基于宽线性处理可以改善线性多用户接收机的性能以及仿射和迭代平均可以加快算法收敛的思想, 提出了一种宽线性迭代平均仿射 LM S算法, 分析了算法在均方意义下的收敛性, 给出了算法稳定条件和失调公式, 以及算法应用于码分多址系统多址干扰抵消的效果.

**关键词:** 宽线性; 迭代平均; 仿射 LM S算法; 码分多址; 多址干扰抵消

中图分类号: TN 914.53 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2006) 04-0674-04

## W idely Linear Iterate-A veraging A ffin e LM S A lgorithm w ith Application to DS-CDMA M A I Suppression

PENG Han, ZHOU Yuan-jian

(Guangdong Police Officers College China, Guangzhou, Guangdong 510232 China)

**Abstract** Motivated by the performance of linear multiuser receivers can be improved by widely linear processing and the convergence speed of stochastic approximation algorithm can be fasten by affine and iterate-averaging. This work develops a widely linear iterate-averaging affine LM S algorithm for DS-CDMA M A I suppression. Its mean square convergence has been analyzed, and its stability region and misadjustment have been found out. Simulation in MATLAB shows that the performance of the proposed algorithm.

**Keywords** widely linear, iterate-averaging, affine LM S, CDMA; M A I suppression

## 1 引言

DS-CDMA系统以其较高的频带利用率和较强的抗干扰能力而引起人们的普遍关注。但在实际系统中, 由于扩频码的准正交性及多径效应, DS-CDMA系统中存在着多址干扰(M A I), 使基于匹配滤波器的单用户检测器在接收远区用户信号时受到近区用户的干扰, 限制了多址用户数或同样用户数条件下的通信质量。近十年来, 以消除多址干扰为目标的多用户检测技术成为国内外研究CDMA技术的热点<sup>[1]</sup>, 人们仍在努力从优化处理的角度寻求多用户检测的新型处理模型和算法, 尽量减少算法复杂度。从结构上看, 多用户检测器分两类: 线性多用户检测器和非线性多用户检测器。研究表明, 宽线性(W L)处理可以大大地改善线性多用户接收机的性能<sup>[2,3]</sup>。由于线性和宽线性接收机具有相似性, 所以可以获得有效的基于数据辅助的宽线性最小均方误差(W L-M M SE)自适应滤波算法和盲自适应算法<sup>[4-6]</sup>, 但迄今为止, 复杂度低且鲁棒的宽线性随机梯度算法仅文献[7]有报道。文献[7]的研究结果表明, W L最小均方(W L-LM S)算法、W L最小输出能量

(W L-M OE)算法和W L盲最小均方(W L-BLM S)算法都比其对应的线性算法收敛快。但从文献[7]可以看出, W L-M OE和W L-BLM S算法的信干比(SNR)都较低, 并不适合独立应用于CDMA M A I抑制。由于仿射LM S算法收敛速度快<sup>[8]</sup>, 而迭代平均算法速度快且具有很好的鲁棒性<sup>[9]</sup>, 本文提出一种宽线性迭代平均仿射LM S算法(W L-I A -LM S), 对算法的性能进行分析, 并讨论其应用于CDMA系统M A I抑制中的效果。

## 2 系统模型及宽线性多址干扰抑制

考虑一个有K个用户的DS-CDMA系统, 系统通过高斯加性白噪声(AWGN)信道传输二进制码流。假定每个信号间隔T中有L个码片(Chip), 则在时间间隔[kT, (k+1)T)内基站所接收的包含L个样本的信号向量 $r[k](k \in \mathbb{Z}$ 整数集)可表示为

$$\begin{aligned} r[k] = & \sum_{m=1}^K \sqrt{E_m / E_1} e^{j\Theta_m} s_m b_m [k] + n[k] \\ = & p_1 b_1 [k] + \sum_{m=2}^K e^{j\Phi_m} p_m b_m [k] + n[k] \end{aligned} \quad (1)$$

式中 $E_m$ 为每个信号的能量,  $\Theta_m$ 为信号相位,  $s_m$ 为扩频序

列(长度为  $L$ ),  $b_m[\cdot]$  为用户的发送信号序列,  $1 \leq m \leq K$ ,  $j = \sqrt{-1}$  为复数单位,  $\mathbf{n}[k]$  是零均值高斯加性噪声向量, 满足  $E\{\mathbf{n}[k]\mathbf{n}^H[k]\} = \sigma^2 \mathbf{I}_L$ , 这里  $(\cdot)^H$  记厄米特转置,  $E\{\cdot\}$  记括号中随机变量的期望值,  $\sigma^2$  为噪声功率,  $\mathbf{I}_L$  记  $L \times L$  单位矩阵,  $\mathbf{p}_m = \sqrt{E_m/E_1}\mathbf{s}_m$ . 不失一般性, 本文中我们假定用户 1 为期望用户, 且用户 1 已完全相位同步, 即  $\Theta_1 = 0$  并假设传送的各用户信号序列  $\{b_m[k]\}$  为独立同分布的二进相移键控(BPSK)序列, 即  $b_m[k] \in \{\pm 1\}$ , 且  $E\{b_m[k]\} = Q, E\{b_m^2[k]\} = 1$ ; 扩频序列都归一化使得  $\mathbf{s}_m^H \mathbf{s}_m = 1, 1 \leq m \leq K$ .

本文我们只考虑 MAI 的实值部分的抑制和 MMSE 滤波器的优化, 即最小化误差  $e_{WL}[k] = b_1[k] - Re\{\mathbf{c}^H \cdot \mathbf{r}[k]\}$ , 其中  $Re\{\cdot\}$  记复数的实部,  $\mathbf{c}$  包含复滤波器系数. 对于式(1)所描述的 DS-CDMA 模型及前面所描述的信号序列, 可以推出宽线性最小均方误差(无偏)解为

$$\mathbf{c}_{WL}^b = 2(\mathbf{R}_{rr} - \mathbf{R}_{rr} \mathbf{R}_{rr}^{-1} \mathbf{R}_{rr}^*)^{-1} (\mathbf{p}_1 - \mathbf{R}_{rr} \mathbf{R}_{rr}^{-1} \mathbf{p}_1^*).$$

式中  $\mathbf{R}_{rr} = E\{\mathbf{r}[k]\mathbf{r}^H[k]\} = \mathbf{P}\mathbf{P}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_L$ ,  $\mathbf{R}_{rr} = E\{\mathbf{r}[k] \cdot \mathbf{r}^T[k]\} = \mathbf{P}\mathbf{P}^T, \mathbf{P} = [e^{\varphi_1} \mathbf{p}_1, e^{\varphi_2} \mathbf{p}_2, \dots, e^{\varphi_K} \mathbf{p}_K]$ .

$(\cdot)^*$  代表复共轭,  $(\cdot)^T$  记转置.

### 3 宽线性迭代仿射 LMS 算法

#### 3.1 算法结构

令  $\mathbf{X}_{p,d} = [\mathbf{r}[k], \mathbf{r}[k-d], \dots, \mathbf{r}[k-(p-1)d]]$  记接收机当前时刻及其过去时刻所接收信号向量构成的矩阵, 其中  $p$  为信号个数,  $d$ (大于零的整数)为信号间的间隔; 相应的期望信号向量及误差信号向量分别记为

$$\mathbf{B}[k] = [b_1[k], b_1[k-d], \dots, b_1[k-(p-1)d]],$$

$$\mathbf{E}[k] = (\mathbf{B}[k] - Re\{(\mathbf{c}[k]^H \mathbf{X}_{p,d}[k])^T\}).$$

我们提出的新算法最小瞬时代价函数  $J(\mathbf{c}[k]) = (e[k])^2$ , 这里  $e[k] = b_1[k] - Re\{(\mathbf{c}[k])^H \mathbf{r}[k]\}$  为  $\mathbf{E}[k]$  的第一个元素, 其二阶权向量更新公式由仿射 LMS 算法和迭代平均算法的迭代公式构成, 并具有如下的迭代更新公式

$$\mathbf{c}[k+1] = \mathbf{c}[k] + \mu \mathbf{X}_{p,d}[k] \mathbf{E}[k] \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{c}}[k+1] = (1-\rho) \bar{\mathbf{c}}[k] + \rho \mathbf{c}[k+1] \quad (3)$$

式中  $\mu$  为步长因子,  $\rho$  为迭代平均因子, 满足  $0 < \rho < 1$ .

由于式(2)实际上可以展开为

$$\mathbf{c}[k+1] = \mathbf{c}[k] + \mu \mathbf{r}[k] e[k] + \mu \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{r}[k-i] e[k-i] \quad (4)$$

与文献[7]中 WL-LMS 算法相比, 式(2)所描述的迭代过程增加了扰动项  $\mu \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{r}[k-i] e[k-i]$ , 正如我们在文献[10]中所分析的一样, 扰动项自适应地调节滤波器向量的更新方向, 从而加快了算法的收敛速度. 但扰动项的加入将导致累积误差增加, 因而我们用式(3)所描述的迭代平

均过程加以控制, 并以  $\bar{\mathbf{c}}[k+1]$  作为实际的滤波器系数. 显然, 当  $\rho = 1$  时, 新算法完全蜕化为 WL-LMS 算法.

#### 3.2 算法收敛性

由于由式(2)和式(3)所描述的算法是两个相对独立的迭代过程所构成的, 式(2)收敛则式(3)必收敛, 所以我们只需证明式(2)收敛则可得出所提算法收敛.

为方便起见, 类似于文献[7]引进双射  $f$

$$\mathbf{x} \xrightarrow{f} \tilde{\mathbf{x}} : \tilde{\mathbf{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\mathbf{x}^T \mathbf{x}^H]^T \quad (5)$$

并引进滤波器误差向量  $\epsilon[k] = \mathbf{c}[k] - \mathbf{c}_{WL}^b$ , 从式(2)可获得

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}[k+1] &= (\mathbf{I}_L - \mu \tilde{\mathbf{X}}_{p,d}[k] \tilde{\mathbf{X}}_{p,d}^H[k]) \tilde{\epsilon}[k] \\ &\quad + \mu \tilde{\mathbf{X}}_{p,d}[k] \mathbf{E}_{WL}[k] \end{aligned} \quad (6)$$

其中  $\mathbf{E}_{WL}[k] = (\mathbf{B}[k] - Re\{(\mathbf{c}_{WL}^b)^H \tilde{\mathbf{X}}_{p,d}[k]\})^T$ . 利用文献[11]中的独立性假设(对于零符号间干扰同步 CDMA 系统来说, 这个假设是合理的<sup>[12]</sup>), 并如文献[11]将式(6)所描述的算法的收敛性转化为以下方程描述的算法的收敛性问题

$$\tilde{\epsilon}[k+1] = (1 - \mu \mathbf{R}_{rr}) \tilde{\epsilon}[k] + \mu \tilde{\mathbf{X}}_{p,d}[k] \mathbf{E}_{WL}[k] \quad (7)$$

令  $\mathbf{V}[k] = E\{\tilde{\epsilon}[k](\tilde{\epsilon}[k])^H\}$ , 由于独立性意味着  $\mathbf{c}[k]$  与  $\mathbf{r}[k]$  及过去样本  $\mathbf{r}[k-1], \mathbf{r}[k-2], \dots, \mathbf{r}[1]$  独立<sup>[13]</sup>, 我们可推出

$$\mathbf{V}[k+1] = (\mathbf{I}_L - \mu \mathbf{R}_{rr}) \mathbf{V}[k] (\mathbf{I}_L - \mu \mathbf{R}_{rr}) + \mu^2 p \mathbf{J}_{min}^{WL} \mathbf{R}_{rr} \quad (8)$$

式中  $\mathbf{J}_{min}^{WL} = E\{(b_1[k] - Re\{(\mathbf{c}_{WL}^b)^H \mathbf{r}[k]\})^2\}$ .

设厄米特对称矩阵  $\mathbf{R}_{rr}$  的奇异值分解为  $\mathbf{R}_{rr} = \mathbf{Q} \mathbf{A} \mathbf{Q}^H$ , 其中  $\Lambda$  为  $\mathbf{R}_{rr}$  的按升序排列的特征值  $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_L$  所构成的对角矩阵  $\Lambda = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L]$ . 令  $\mathbf{C}_i[k]$  为  $\mathbf{Q} \mathbf{V}[k] \mathbf{Q}^H$  的第  $i$  个对角元素 ( $1 \leq i \leq L$ ), 则由式(8)可得

$$\mathbf{C}_i[k+1] = (1 - \mu \lambda_i) \mathbf{C}_i[k] + \mu^2 p \mathbf{J}_{min}^{WL} \lambda_i \quad (9)$$

显然, 当  $\mu$  满足  $|1 - \mu \lambda_i| < 1$  ( $1 \leq i \leq L$ ) 时, 上述  $L$  个迭代方程均收敛, 所以我们容易得到算法的收敛域为

$$0 < \mu < 2/\sum \lambda_i$$

#### 3.3 失调和信干比

由于 WL-IA-LMS 算法是在式(2)所描述算法的基础上增加迭代平均式(3)得到的, 两者的失调和信干比(SNR, Signal-to-interference-plus-noise)近似相等, 我们这里给出式(2)所描述算法的失调和信干比公式, 并作为 WL-IA-LMS 算法的失调和信干比的近似公式.

由于式(2)所描述算法的学习曲线可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}[k] &= E\{e[k]^2\} = \mathbf{J}_{min}^{WL} + \text{tr}(\mathbf{R}_{rr} E\{\tilde{\epsilon}[k] \tilde{\epsilon}[k]^H\}) \\ &= \mathbf{J}_{min}^{WL} + \text{tr}(\mathbf{R}_{rr} \mathbf{V}[k]) = \mathbf{J}_{min}^{WL} + \text{tr}(\mathbf{Q} \mathbf{R}_{rr} \mathbf{V}[k] \mathbf{Q}^H) \\ &= \mathbf{J}_{min}^{WL} + \sum_{i=1}^L \mathbf{C}_i[k] \end{aligned} \quad (10)$$

所以我们有如下的超量均方误差公式

$$J_{ex}[k] = J[k] - \mathbf{J}_{min}^{WL} = \sum_{i=1}^L \mathbf{C}_i[k] \quad (11)$$

对式(9)作z变换,则有

$$z(C_i[z] - C_i[0]) = (1 - \mu p)C_i[z] + \frac{\mu^2 p J_{min}^{WL}}{1 - z^{-1}} \quad (12)$$

对式(11)作z变换,并将式(12)代入,则可得算法的超量均方误差为

$$\begin{aligned} J_\alpha[\infty] &= \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \sum_{i=1}^L |C_i[z]| \\ &= \lim_{z \rightarrow 1} \sum_{i=1}^L \frac{z(1 - z^{-1})C_i[0] + \mu^2 p J_{min}^{WL}}{z - (1 - \mu p)} \\ &= \sum_{i=1}^L \frac{\mu p J_{min}^{WL}}{2 - \mu} \end{aligned}$$

所以算法的失调为

$$\eta = \frac{J_{ex}[\infty]}{J_{min}^{WL}} = \sum_{i=1}^L \frac{\mu}{2 - \mu}$$

对于第2节所描述的信号,我们可以计算出算法的信干比为

$$\begin{aligned} SNR &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{E\{\text{Re}\{(\mathbf{c}[k])^H \mathbf{p}_1\}\}^2}{E\{\text{Re}\{(\mathbf{c})^H (\mathbf{r}[k] - \mathbf{p}_1 b_1[k])\}\}^2} \\ &= \frac{SNR_{WL}}{1 + \eta(1 + 1/SNR_{WL})} \end{aligned}$$

式中  $SNR_{WL}$  为宽线性最小均方误差接收机的信干比<sup>[7]</sup>.

#### 4 计算机仿真

本节我们通过计算机仿真评价所提出WL-IA-ALMS算法的性能。仿真中,扩频序列使用Gold序列,长度为  $L = 31$ ,  $\sigma^2 = 0.01$ ,  $d = 1$ , SNR取100次独立试验结果的平均值。图1中的用户数  $K = 20$ ,  $E_m/A_1 = 10$ ,  $2 \leq m \leq K$ , 信道相位取值为  $\Theta_m = 2p(m-1)/K$ ,  $1 \leq m \leq K$ ,  $\mu = 0.05$ 。仿真结果表明,在相同的步长下,WL-IA-ALMS算法随迭代平均因子  $p$  的变小和仿射因子的增加而加快。图2中对应于注记①的学习曲线的信道相位取值为  $\Theta_m = 2p(m-1)/K$ ,  $1 \leq m \leq K$ ; 对应于注记②的学习曲线的信道相位取值为  $\Theta_m = 0.1 \leq m \leq K$ , 此时的仿真用DS-CD-

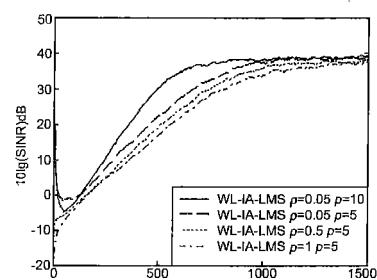


图1 不同参数值下WL-IA-ALMS算法性能比较

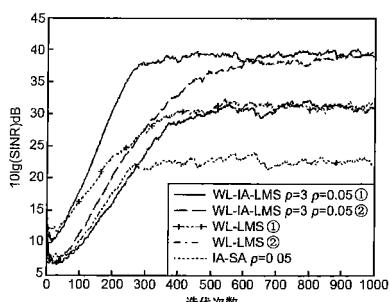


图2 WL-IA-ALMS与WL-LMS和IA-SA性能比较

MA模型与文献[14]中迭代符号算法(IA-SA)所使用的模型一致。仿真中各算法均取收敛性能较好步长,图2中WL-IA-LMS算法的步长为0.2, WL-LMS的步长为0.009, IA-SA算法的步长为0.001。仿真结果表明,与WL-LMS算法一样,WL-IA-ALMS算法比其对应的线性算法收敛快,并且WL-IA-ALMS算法比WL-LMS算法和IA-SA收敛到相同精度时的速度快,且有更高的收敛精度。

#### 5 结论

本文所提出的算法由于引进了接收信号向量构成的矩阵和迭代平均过程,所以应用于DS-CDMA系统多址干扰抑制时的收敛速度和收敛精度较Yin(2003)及Schober(2004)所提出的算法都有所提高。由于算法中的矩阵与向量乘可转化为向量与数乘运算,因而新算法仍具有复杂度低,易于实现等优点,且当参数  $p = \rho = 1$  时算法蜕化为Schober(2004)所提出的WL-LMS算法,因而是WL-LMS算法的很好扩展。

#### 参考文献:

- [1] VERDUE S. Multiuser Detection [M]. New York Cambridge Univ Press, 1998.
- [2] Picinbono B, Chevalier P. Widely linear estimation with complex data [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1995, 43(8): 2030–2033.
- [3] Yoon Y C, Leib H M. Maximizing SNR in improper complex noise and applications to CDMA [J]. IEEE Commun Lett, 1997, 1(1): 5–8.
- [4] Gelli G, Paura L, et al. Blind widely linear multiuser detection [J]. IEEE Commun Lett, 2000, 4(6): 187–189.
- [5] Buzzi S, Lops M, et al. A generalized minimum mean-output-energy strategy for CDMA system with improper MAI [J]. IEEE Trans Inform Theory, 2002, 48(3): 761–767.
- [6] Buzzi S, Lops M. Performance analysis for the improved linear multiuser detectors in BPSK modulated DS-CDMA systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(1): 37–42.
- [7] Schober R, Gerstacker W H, et al. Data-aided and blind stochastic gradient algorithms for widely linear mmse mai suppression for DS-CDMA [J]. IEEE Trans Signal Processing, 2004, 52(3): 746–756.
- [8] 谢胜利,周元建.一种新自适应滤波快速算法及其在多路回波消除中的应用[J].电子学报,2003,31(2): 276–279.
- Xie Shengli, Zhou Yuanjian. A new adaptive filtering algorithm and its application in stereophonic acoustic echo cancellation [J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(2): 276–279. (in Chinese)

- [ 9 ] Yin G G, Krishnarthy V, Ion C. Iterate-averaging sign algorithm s for adaptive filtering w ith applications to blind multiuser detection[ J]. IEEE Trans Inform Theory, 2003, 49(3): 657– 671.
- [ 10 ] 周元建, 谢胜利. 带有旋转因子的多路回波消除自适应滤波算法 [ J]. 电子学报, 2001, 29( 10): 1360– 1363  
Zhou Yuan-jian, Xie Shengli A adaptive filtering algorithm w ith rotating factor for multi-channel echo cancellation[ J]. Acta Electronica Sinica, 2001, 29( 10): 1360 – 1363 ( in Chinese)
- [ 11 ] Haykin S. 自适应滤波器原理 (第三版) [ M ]. 北京: 电子工业出版社, 1998
- [ 12 ] Roy S. Subspace blind adaptive detection for multiuser CDMA [ J]. IEEE Trans Commun, 2000, 48( 1): 169– 175.
- [ 13 ] 张贤达. 现代信号处理 [ M ]. 北京: 清华大学出版社,

1999.

## 作者简介:



彭 焱 女, 1965年出生于湖南湘潭. 研究方向为图像识别和信号处理.

E-mail penghan@ gdppk.edu.cn



周元建 男, 博士, 1964 年出生于湖南望城. 广东警官学院计算机系副主任. 研究方向为数字信号处理.