

一种超方向性阵列天线综合方法

刘 源, 邓维波, 李 雷, 许荣庆

(哈尔滨工业大学电子工程技术研究所, 黑龙江哈尔滨 150001)

摘 要: 以往的阵列综合方法不能在获得高的方向性系数的同时保证外部噪声占优, 不能用于超方向性阵列综合. 本文提出了一种新的阵列综合方法, 该方法适用于任意阵列形式, 以最大化阵列方向性系数为目标, 通过对阵列效率的约束保证了外部噪声占优的条件, 并通过迭代控制了方向图的旁瓣, 实现了阵列效率和旁瓣约束下的方向性系数最优化, 很好地满足了超方向性阵列综合的要求. 对多种阵列的综合结果表明了这种方法的有效性和灵活性.

关键词: 超方向性阵列天线; 阵列综合; 方向性系数; 阵列效率

中图分类号: TN821 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 03-0459-05

A Pattern Synthesis Method for Superdirective Array Antennas

LIU Yuan, DENG Weibao, LI Lei, XU Rongqing

(Research Institute of Electronic Engineering Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract The existing pattern synthesis method can't be used for superdirective array antennas for they can't ensure the dominance of external noise as well as keep high array directivity. A new pattern synthesis method which can be applied to superdirective arrays is presented. It can also be applied to arbitrary array geometries. The dominance of external noise is ensured by constraining the array efficiency and the desired sidelobe level is achieved by implementing linear constraints through iteration. By optimizing the array directivity subject to array efficiency and sidelobe constraints, the highest possible directivity with controlled array efficiency and desired sidelobe level is achieved, and the requirement on superdirective array synthesis is satisfied. The simulation results of different arrays show that the proposed method is very effective and flexible.

Key words superdirective array antenna; array synthesis; directivity; array efficiency

1 引言

天线设计者一个关心的问题就是在满足设计要求的同时, 尽可能的减小天线阵的电尺寸. 早在上个世纪四五十年代, 一些学者就提出了超方向性天线综合的概念, 用于使小天线实现高的方向性, 比较有代表性的 Schekunoff 单位圆法^[1]以及 Dolph-Chebyshev 法^[2]都产生于那个时期. 但一直以来超方向性天线的低效率特性, 限制了它在实际系统中的应用. Newman^[3]的研究表明在接收系统中, 如果外部噪声占主导地位, 接收系统输出的信噪比与天线的方向性系数成正比, 而与天线效率无关. Barrick^[4]认为, 由于高频段的外部噪声远高于内部噪声, 超方向性天线在削弱信号的同时按相同比例削弱了噪声, 天线效率只要能够保证衰减后的外部噪声仍远高于内部噪声, 则系统的信噪比与效率无关. 这都表明了在某些频段及特定应用环境中, 低效率不再是限制超方向性天线应用的核心问题, 超方向性天线的实际应用成为了可能.

高的方向性系数是超方向性阵列综合的一个主要目

标, 而出于实际对抗干扰和噪声的需要, 阵列综合方法往往以阵列方向图的旁瓣为目标进行考虑. 如经典的 Chebyshev 法^[2]是一种针对等间距线阵列的等旁瓣综合法, 近年来出现的多种数值综合方法^[5~7]能够对不规则阵列进行综合, 得到指定的旁瓣包络, 但这些方法均没有在控制旁瓣的同时考虑实现最优化阵列的方向性系数. 同时, 虽然低效率不再限制超方向性天线的应用, 但其大小必须能够满足衰减后的外部噪声仍远高于内部噪声, 即保证外部噪声占优. 由于外部噪声会随季节, 时间, 地点而变化^[8], 超方向性阵列综合方法应能够随其变化灵活地控制阵列效率. 但是目前还没有将方向性系数, 阵列效率及旁瓣等多种因素综合考虑的适用于超方向性阵列的综合方法.

结合超方向性阵列综合的特点, 本文提出了一种超方向性阵列天线综合方法. 该方法是一种适用于任意阵列形式, 能够在满足给定的效率及旁瓣约束的同时得到最大方向性系数的数值综合方法. 它通过加入二次不等式表示的阵列效率约束条件, 控制了阵列效率, 从而满足了外部噪

声占优的条件. 通过采用迭代的方法, 满足了对方向图旁瓣的要求. 对多种阵列形式的仿真结果不仅表明了该方法对超方向性阵列进行综合的灵活性和有效性, 也表明它能够用于普通阵列的综合, 具有普遍的适用性.

2 阵列的最大方向性

由于高的方向性系数是超方向性综合的主要目标, 首先考虑阵列的最大方向性综合.

N 元阵列方向性系数的定义为:

$$D = \frac{|F(\theta_s, \phi_s)|^2}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |F(\theta, \phi)|^2 \sin\theta d\theta d\phi} \quad (1)$$

其中, (θ_s, ϕ_s) 为阵列的最大辐射方向, $F(\theta, \phi)$ 为阵列的方向图, 有:

$$F(\theta, \phi) = \mathbf{w}^H \cdot \mathbf{v}(\theta, \phi) \quad (2)$$

$\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$ 为阵列的加权向量 (第 k 个阵元上的实际加权值为 w_k^* , $k=1, \dots, N$), $\mathbf{v}(\theta, \phi)$ 为阵列导向矢量, 上标 H , T 和 $*$ 分别表示共轭转置, 转置和共轭. 若各阵元的方向图为 $g_k(\theta, \phi)$, $k=1, 2, \dots, N$, 则有:

$$\mathbf{v}(\theta, \phi) = [g_1(\theta, \phi) \exp(j2\pi f_0 t_1), \dots, g_N(\theta, \phi) \exp(j2\pi f_0 t_N)]^T \quad (3)$$

其中, f_0 为入射波的频率, t_k ($k=1, 2, \dots, N$) 为入射平面波的波前到各阵元的时间延迟.

将式 (2) 和 (3) 代入式 (1), 可将方向性系数 D 表示为广义瑞利商的形式:

$$D = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{B} \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{A} \mathbf{w}} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{B} = \mathbf{v}(\theta_s, \phi_s) \mathbf{v}^H(\theta_s, \phi_s)$, $\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathbf{v}(\theta, \phi) \mathbf{v}^H(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi$, 均为厄尔米特矩阵. 由于式 (1) 分母表示阵列在整个空间的平均辐射功率, 所以 \mathbf{A} 为正定的厄尔米特矩阵. 可由广义瑞利商的性质通过特征分解得到阵列的最大方向性及其对应的加权向量^[9]. 由于这样不易加入其他约束条件, 我们将最大方向性综合问题转化为下面的约束最优化问题.

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} & \quad \mathbf{w}^H \mathbf{B} \mathbf{w} \\ \text{s.t.} & \quad \mathbf{v}^H(\theta_s, \phi_s) \mathbf{w} = 1 \\ & \quad \text{Re}[\mathbf{v}_0^H(\theta_s, \phi_s) \mathbf{w}] = 0 \\ & \quad \text{Re}[\mathbf{v}_p^H(\theta_s, \phi_s) \mathbf{w}] = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

其中, Re 表示取实部, 下标 θ 和 ϕ 分别表示对 θ 和 ϕ 的导数. 第一个约束保证了式 (4) 分子为 1 剩余两个为主瓣约束条件^[10], 保证了方向图在 (θ_s, ϕ_s) 方向出现峰值. 则式 (5) 表示的约束最小化问题等效为得到最大的 D . 如将其约束条件表示为:

$$\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (6)$$

\mathbf{C} 为 $N \times M$ 的列满秩矩阵, \mathbf{f} 为 $M \times 1$ 的向量, M 为约束条件的个数, 则问题可写为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} & \quad \mathbf{w}^H \mathbf{B} \mathbf{w} \\ \text{s.t.} & \quad \mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f} \end{aligned} \quad (7)$$

式 (7) 表示的二次规划问题可以通过 Lagrange 乘子法求得:

$$\mathbf{w}_D = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (8)$$

\mathbf{w}_D 即为阵列最大方向性综合所对应的加权向量.

3 超方向性阵列天线数值综合法

3.1 效率约束下的最优方向性综合法

超方向性阵列综合中, 天线效率的大小需要满足外部噪声占优的要求. 阵列天线的效率 η 包含阵元效率 η_e 和阵列效率 η_a . 其中, η_e 由天线自身损耗, 匹配网络的传输增益, 馈线损耗等引起, 与阵列综合方法无关; η_a 是由各阵元不均匀加权引起, 可用下式来表示^[11]:

$$\eta_a = \frac{|F(\theta_s, \phi_s)|^2}{N \cdot \sum_{k=1}^N |w_k|^2} \quad (9)$$

可见, 在阵元及匹配网络设计完成后, η 的大小由 η_a 决定. 通过内外部噪声差值和 η_e 可确定能够保证外部噪声占优的阵列效率的最小值 ε . 结合式 (5), 对阵列效率的要求可转化为 \mathbf{w} 的二次不等式约束.

$$\mathbf{w}^H \mathbf{w} \leq \frac{1}{N \varepsilon} = b \quad (10)$$

则效率约束下的最优方向性综合可表示为下述的非线性规划问题:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} & \quad \mathbf{w}^H \mathbf{B} \mathbf{w} \\ \text{s.t.} & \quad \mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{f} \\ & \quad \mathbf{w}^H \mathbf{w} \leq b \end{aligned} \quad (11)$$

可由 Lagrange 乘子法得到其解具有如下形式:

$$\mathbf{w} = (\mathbf{A} + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{C} [\mathbf{C}^H (\mathbf{A} + \mu \mathbf{I})^{-1} \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{f} \quad (12)$$

其中, $\mu \geq 0$ 为 Lagrange 乘子, \mathbf{I} 为 N 阶单位矩阵. 同式 (11) 相比可见, 二次约束 $\mathbf{w}^H \mathbf{w} \leq b$ 的作用相当于对矩阵 \mathbf{A} 进行了对角加载.

令 $g(\mu) = \mathbf{w}^H \mathbf{w}$, 记 $g_0 = \lim_{\mu \rightarrow 0} g(\mu)$, $g_\infty = g(0)$, 则有:

$$g_0 = \mathbf{f}^H (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (13)$$

$$g_\infty = \mathbf{f}^H (\mathbf{C}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (14)$$

因为 $g(\mu)$ 为 μ 的单调递减函数 (证明见附录), 则对于不同的 ε 所对应的 b 值, 可以按照如下方法得到 μ .

(1) 若 $b \geq g_0$, $\mu = 0$ 即可以满足 $\mathbf{w}^H \mathbf{w} \leq b$ 表明式 (11) 与只含有线性约束的式 (7) 具有相同的解.

(2) 若 $g_0 \leq b < g_\infty$, 方程 $g(\mu) - b = 0$ 有唯一解, 可通过数值方法 (如牛顿迭代法) 求得 μ .

(3) 若 $b < g_\infty$, 表明二次约束不能同线性约束一起被满足. 对于效率约束下的最优方向性综合, 不会出现这种情况.

解得最优 μ 后, 将其代入式 (12) 即可得到效率约束下的最优方向性综合的加权向量 \mathbf{w}_μ .

3.2 效率及旁瓣约束下的最优方向性综合法

本小节在效率约束的基础上, 参考^[5]中方法通过迭代加入了对旁瓣的约束. 令正实数函数 $s(\theta, \phi)$ 为待优化旁瓣区域内期望旁瓣的幅值函数, 设每次迭代前阵列的加权向量为 w_c , 其对应的方向图为 $F_c(\theta, \phi)$. 则每次迭代所得到的加权向量为下述问题的解.

$$\begin{aligned} \min_w & w^H A w \\ \text{s.t.} & C_1^H w = f \\ & w^H w \leq b \end{aligned} \quad (15)$$

其中的前两个约束条件与前面的意义相同, 剩余的 m 个线性约束条件控制当前方向图 $F_c(\theta, \phi)$ 中的 m 个旁瓣峰值点处的幅值到给定值 $s(\theta_i, \phi_i)$, $i = 1, \dots, m$. 设每次迭代中搜寻到当前方向图目标区域内有 m_s 个旁瓣峰值点, 由于线性约束的总个数不能超过 N 个, 每次迭代中最多可加入 $m_{\max} = N - M$ 个旁瓣约束, 所以有 $m = \min(m_s, m_{\max})$. 如果 $m_s > m_{\max}$, 则选取其中 m_{\max} 个大的旁瓣作为约束对象. 与文献^[5]不同, 这里没有引入残余向量 Δw , 所以 f_i 的值为:

$$f_i = s(\theta_i, \phi_i) \cdot \frac{c_i}{|c_i|}, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

其中, $c_i = \sqrt{v^H(\theta_i, \phi_i) w_c}$ 为这 m 个点处的当前值. 合并式 (15) 中的线性约束条件, 可化为与式 (11) 类似的形式:

$$\begin{aligned} \min_w & w^H A w \\ \text{s.t.} & C_1^H w = f \\ & w^H w \leq b \end{aligned} \quad (17)$$

其中, C_1 为 $N \times (M + m)$ 的复矩阵, f 为 $M + m$ 维的列向量. 其解为:

$$w_0 = (A + \mu_0 I)^{-1} C_1 [C_1^H (A + \mu_0 I)^{-1} C_1]^{-1} f \quad (18)$$

由式 (13), (14) 计算每次迭代中的 g_0 和 g_{0n} . 分别记为 g_{0l} 和 g_{0u} . 如果某次迭代中出现 $b < g_{0l}$, 则可通过减小旁瓣约束个数 m 或选择其他的旁瓣点来改变矩阵 C_1 和 f , 再重新计算 g_{0l} 和 g_{0u} . 通常情况下, 这样均能使得 $b \geq g_{0l}$, 然后求得 μ_0 . 加入旁瓣约束后的最优综合可按照如下步骤进行:

- (1) 以效率约束下的最优综合加权值 w_c 作为初始的加权向量, 即首次迭代中有 $w_c = w_{c0}$.
 - (2) 找到目标旁瓣区域内当前方向图的 m 个旁瓣峰值点, 由式 (16) 计算 f_i ($i = 1, 2, \dots, m$).
 - (3) 计算 μ_0 , 并由式 (18) 求得 w_0 .
 - (4) 如果得到的方向图满足要求, 则终止程序, 并令 $w_{opt} = w_0$; 否则令 $w_c = w_0$, 跳转至步骤 (2) 开始下一次迭代.
- 最终得到的 w_{opt} 就是保证了外部噪声占优, 满足方向图旁瓣要求并实现最大方向性的超方向性阵列综合法所对应的加权向量. 这里借鉴了文献^[5]中方法来控制方向图的旁瓣, 这种旁瓣控制策略的收敛速度较快, 通常情况下 3~5 次迭代即能够得到令人满意的结果.

4 结果与讨论

4.1 超方向性线阵列

首先, 考虑 $d = \lambda/4$ 的 14 元等间距线阵列. 分别采用了效率约束为 -15dB 和 -30dB 的本文方法, Chebyshev 法和文献^[5]中的方法. 对其进行 -30dB 等旁瓣综合, 主瓣指向 70° , 综合得到的方向图表示在图 1 中, 各种情况对应的 D 及 η_a 列于表 1 中.

表 1 $d = \lambda/4$ 线阵列的方向性系数和阵列效率				
	Chebyshev	-15dB 效率约束	-30dB 效率约束	文献 ^[5] 中方法
D (dB)	7.8	8.6	8.9	9.4
η_a (dB)	-0.7	-15.0	-30.0	-67.1

结合图 1 和表 1, 由于此时阵元间距小于半波长, Chebyshev 法已不再是最优的了, 在同样旁瓣下, 它的主瓣最宽, -15dB 效率约束下的结果次之, 而文献^[5]中方法的主瓣最窄; 但 Chebyshev 法的效率最高, -15dB 和 -30dB 效率约束下的阵列效率被很好的控制住了, 文献^[5]中方法的阵列效率最低, 为 -67.1dB. 这与超方向性天线研究中同等条件下获取更高的方向性要以牺牲天线效率为代价^[12]的结论是一致的. 由于以往的方法没有考虑阵列效率, 用它们进行阵列综合时, 效率是不受控制的, 无法保证外部噪声占优的要求, 所以不适合用于超方向性阵列的综合.

表 2 随机线阵列的阵元位置					
阵元	阵元相对位置	阵元	阵元相对位置	阵元	阵元相对位置
1	0	8	1.3879 λ	15	2.7637 λ
2	0.2116 λ	9	1.6045 λ	16	2.9943 λ
3	0.4179 λ	10	1.7765 λ	17	3.1652 λ
4	0.6658 λ	11	1.9028 λ	18	3.3678 λ
5	0.8599 λ	12	2.0802 λ	19	3.5843 λ
6	1.0349 λ	13	2.2995 λ	20	3.7335 λ
7	1.1847 λ	14	2.5237 λ	21	3.9716 λ

然后我们考虑了 21 元随机分布的线阵列. 其各阵元间距离在 $\lambda/8$ 和 $\lambda/4$ 间随机变化, 文中采用的一组随机得到的阵元位置列于表 2. 由于实际中干扰可能集中于某个

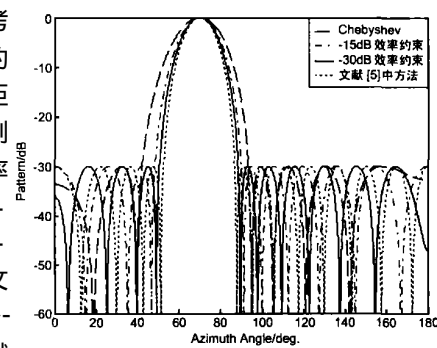


图 1 $d = \lambda/4$ 线阵列方向图

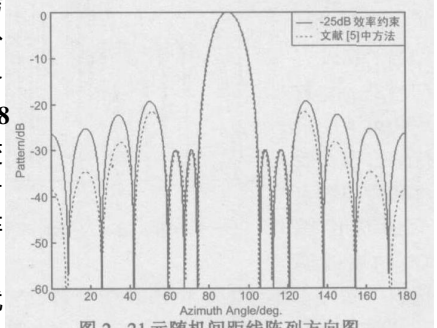


图 2 21 元随机间距线阵列方向图

范围内,这里考虑在 $60^\circ \sim 120^\circ$ 间进行 -30dB 等旁瓣综合,主瓣指向 90° ,分别采用了 -25dB 效率约束下的本文方法和文献 [5] 中的方法,方向图如图 2 所示.在 -25dB 效率约束下,阵列方向性系数为 9.6dB ,文献 [5] 中方法得到的 D 为 9.8dB ,而效率很低,为 -64.4dB .

4.2 超方向性圆阵列

本小节应用文中方法对工作在高频段的 7 元半径为 3m 的圆阵列进行了综合.文献 [8] 给出了我国某地高频段外部噪声系数的测量值,在 5MHz 时,外部噪声比内部噪声高出 50dB 左右;而在 15MHz 时外部噪声大约高出内部噪声 30dB .这里认为 -30dB 和 -10dB 的阵列效率就能够满足 5MHz 和 15MHz 处外部噪声占优的条件(具体应用时应根据当地外部噪声测量值及设计得到的 η_e 来决定对 η_e 的约束大小).

对该阵列在 5MHz 和 15MHz 进行综合,对应的约束效率分别选为 -30dB 和 -10dB ,主瓣指向 180° ,控制旁瓣在 $0^\circ \sim 30^\circ$ 和 330°

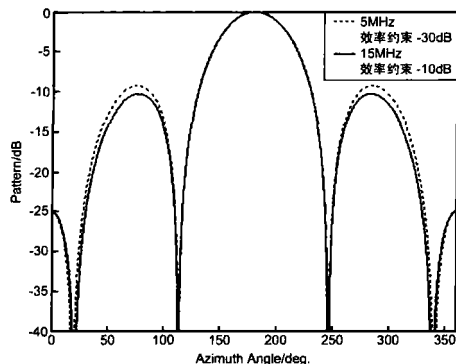


图3 7元圆阵列的方向图

$\sim 360^\circ$ 之间不高于 -25dB ,综合结果如图 3 所示.从图 3 可看出, $330^\circ \sim 30^\circ$ 之间的方向图很好地满足了要求.综合得到的 5MHz 时的 D 和 η_e 分别为 8.9dB 和 -30dB , 15MHz 时分别为 8.8dB 和 -10dB ,阵列效率也被很好地控制住了.这表明了文中方法能够有效地综合超方向性圆阵列,并且可对于工作在较宽频带内的超方向性阵列进行综合.

4.3 $d = \lambda/2$ 的线阵列

考虑 20 元间距为半波长的旁射阵,分别对它进行了 Chebyshev 综合,最大方向性综合,效率约束下的最优综合以及效率和旁瓣约束下的最优综合,约束效率选为 -10dB ,旁瓣约束为 -30dB 的等旁瓣,结果如图 4 所示.

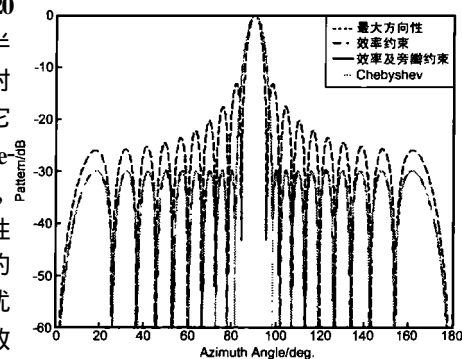


图4 $d = \lambda/2$ 旁射阵方向图

通过计算 g_l 和 g_w 可得 $b > g_w$,这表明没有加入效率约束的最优解也能够满足此时的效率约束.这是因为阵元间距为半波长时,最大方向性在均匀激励下得到,而均匀激励下阵列效率为 1.同样,加入旁瓣约束后,每次迭代中均有 $b > g_w$.所以在图 4 中,最大方向性与效率约束下的最优综合的方向图是重合的,它们的方向性系数和效率均分别为 13dB 和 0dB ,而效率与旁瓣约束下最优综合结果与旁瓣 -30dB 的 Chebyshev 综合的结果也是完全相同的, D 和 η_e 分别为 12.4dB 和 -0.6dB .这表明了本文方法同样能够用于对普通阵列进行约束最优方向性综合,具有很强的普遍性.

上面均采用理想点源作为阵元,没有考虑阵元间互耦的作用.而实际中由于超方向性阵列阵元间距离很近,互耦的影响

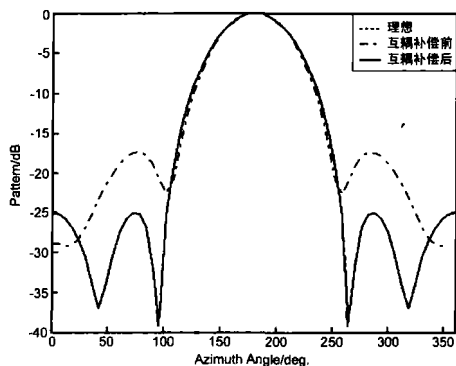


图5 互耦补偿前后 7 元圆阵列方向图

不再能够被忽略,可通过 [13] 中的方法对其进行补偿.以上面讨论的 7 元半径为 3m 的均匀圆阵列为例,考虑阵单元为 6m 长的偶极天线,在工作频率为 15MHz 时对其进行 -10dB 效率约束下的 -25dB 的等旁瓣综合,互耦补偿前后的方向图如图 5 所示.其中,点划线为采用矩量法计算得到的互耦影响下的方向图,实线表示的互耦补偿后结果与虚线表示的理想情况下的综合结果几乎完全重合在了一起.

互耦补偿过程会改变阵列效率的大小,如令 η_{m} 为互耦补偿后的阵列效率,则它与理想情况下阵列效率 η_e 间的关系可表示为:

$$\eta_{\text{m}} = \gamma \cdot \eta_e \quad (19)$$

对于上例有 $\gamma = 1.062$ 即 η_{m} 比 η_e 高出了 0.26dB .在实际应用中,可以先通过上式判定互耦补偿对于阵列效率的影响,如果 γ 接近于 1,则可以忽略互耦补偿过程对于阵列效率的影响;如果影响较大,则需要用 η_{m} 代替 η_e 进行效率约束,从而保证阵列综合中的外部噪声占优条件.关于 γ 的表达式及理论分析可以参见文献 [14].

5 结论

本文提出了一种超方向性阵列天线综合方法.同以往的阵列综合方法相比,该方法的主要特点在于: (1) 它以最大化阵列的方向性系数为目标; (2) 通过加入对阵列效率的控制,保证了超方向性天线应用中外部噪声占优的条件.它能够在满足给定旁瓣要求,控制阵列效率高于给定约束效率的同时得到最优的方向性系数,很好地满足了超

方向性阵列综合的要求, 对超方向性阵列设计有着重要的实用价值. 同时, 该方法还能用于通常阵列的综合, 是一种适用于任意阵列形式的阵列综合方法.

附录: $g(\mu)$ 在 $[0, \infty]$ 单调性的证明

对式 (11) 中矩阵 A 进行特征值分解, 有:

$$A = U^H \Gamma U \quad (20)$$

由于 A 为正定厄尔米特矩阵, Γ 为元素均为正的对角矩阵. 则式 (12) 可写为:

$$w = U^H (\Gamma + \mu I)^{-1} M^H (\Gamma + \mu I)^{-1} M^{-1} f \quad (21)$$

令 $M = UC$, $T = (\Gamma + \mu I)$, 其中, I 为单位矩阵, 则有:

$$g(\mu) = w^H w = f^H (M^H T^{-1} M)^{-1} M^H T^{-1} T^{-1} M (M^H T^{-1} M)^{-1} f \quad (22)$$

将 $g(\mu)$ 对 μ 求导, 得:

$$g'(\mu) = 2f^H (M^H T^{-1} M)^{-1} M^H T^{-1} \cdot [T^{-1} M (M^H T^{-1} M)^{-1} M^H T^{-1} - T^{-1}] \cdot T^{-1} M (M^H T^{-1} M)^{-1} f \quad (23)$$

令 $B = T - M [M^H T^{-1} M]^{-1} M^H$, 并定义

$$Q = \begin{bmatrix} M^H T^{-1} M & M^H \\ M & T \end{bmatrix}, \text{ 则对任意 } M+N \text{ 维向量 } X = [X_1$$

$X_2]^T$ 有:

$$X^H Q X = X_1^H M^H T^{-1} M X_1 + X_2^H M X_1 + X_1^H M^H X_2 + X_2^H T X_2 = \|X_1^H M^H T^{-1/2} + X_2^H T^{1/2}\|^2 \geq 0 \quad (24)$$

其中, $X_1 = [x_1 \cdots x_M]^T$, $X_2 = [x_{M+1} \cdots x_{M+N}]^T$. 所以, Q 为半正定矩阵. 由文献 [15] 可知, 如果矩阵 T 为正定矩阵, 则 Q 和 B 的正定性是等价的. 所以, 矩阵 B 也为一半正定矩阵. 从而对任意的 $\lambda \in [0, \infty]$, 均有 $g'(\mu) \leq 0$ 即 $g(\mu)$ 为 μ 的单调递减函数.

参考文献:

- [1] Schunkoff S A. A mathematical theory of linear arrays [J]. Bell Syst Tech J 1943 22(1): 80-107.
- [2] Dolph C L. A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between beamwidth and side lobe level [J]. Proc RE, 1946 34(6): 335-348.
- [3] Newman E H, Richmond J H, Walter C H. Superdirective receiving arrays [J]. IEEE Trans Antennas Propagat 1978 26(5): 629-634.
- [4] Barrick D E. EEZ surveillance-The compact HF Radar alternative [A]. EEZ Technology [C], Edition 3. London: CG Publishing LTD, 1998 125-129.
- [5] Tseng C Y, Giffiths L J. A simple algorithm to achieve desired patterns for arbitrary arrays [J]. IEEE Trans Signal Processing 1992 40(11): 2737-2746.
- [6] Olen C A, Compton R T. A numerical pattern synthesis algorithm for arrays [J]. IEEE Trans Antennas Propagat 1990 38(10): 1666-1676.
- [7] Wang F, Yang R, Frank C. A new algorithm for array pattern synthesis using the recursive least squares method

[J]. IEEE Signal Processing Lett 2003 10(8): 235-238.

- [8] 邓维波, 刘兴钊, 于长军. 环境噪声测试方法及测试数据 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2001 33(3): 372-374. Deng W B, Liu X Z, Yu C J. Measurement of environment noise and data measured [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2001, 33(3): 372-374 (in Chinese).
- [9] 汪茂光, 吕善伟, 刘瑞祥. 阵列天线分析与综合 [M]. 成都: 电子科技大学出版社, 1989 153-174. Wang M G, Lv S W, Liu R X. A ray antenna analysis and synthesis [M]. Chengdu: The Press of UESTC, 1989. 153-174 (in Chinese).
- [10] Tseng C Y. Minimum variance beam forming with phase-independent derivative constraints [J]. IEEE Trans Antennas Propag 1992 40(3): 285-294.
- [11] Chryssomallis M, Sahalos J N. A synoptic study of different superdirective endfire array concepts [J]. Archiv für Elektrotechnik 1993 (76): 469-476.
- [12] Liu Y, Deng W B, Xu R Q. A design of superdirective endfire array in HF band [A]. In: Tang K Y, Liu D Y. 2004 Asia-Pacific Radio Science Conference Proceedings [C]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004 74-77.
- [13] Liu Y, Deng W B, Xu R Q. A mutual coupling compensation method in array antennas [A]. 3rd International Symposium on Instrument Science and Technology [C]. Xi'an: ISIT, 2004 3-1077-3-1080.
- [14] 刘源. 高频地波雷达接收阵列天线小型化研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学工学博士学位论文, 2005 116-121. Liu Y. Research on the compact receiving array antenna of high frequency surface wave radar [D]. Ph.D dissertation, Harbin Institute of Technology, 2005 116-121 (in Chinese).
- [15] Horn R A, Johnson C R. Matrix analysis [M]. Reprinted with correction 1990. Cambridge: Cambridge University Press 1990 474-475.

作者简介:



刘 源 男, 1978 年出生于河南省郑州市, 2001 年于哈尔滨工业大学电子与通信工程获硕士学位, 现为哈尔滨工业大学通信与信息系统博士研究生, 主要研究方向为阵列综合, 阵列信号处理等. E-mail: liuyuan@hit.edu.cn