

# 基于正交空时分组码的酉空时码设计

郭永亮,朱世华,张国梅

(西安交通大学信息与通信工程系,陕西西安 710049)

**摘 要:** 提出了一种基于正交空时分组码构造酉空时码的方案,证明了所设计的酉空时码可以获得满分集. 同原有方案相比,所提方案的优点是码率较高,缺点是解码复杂度较原方案高. 针对该缺点,提出了一种次优解码算法,该算法的复杂度同原方案几乎相同. Monte-Carlo 仿真实验表明,在相同的频谱效率下,对同一误码率本文方案所需信噪比比原方案低 5dB;同时,对同一误码率本文的次优解码算法同最优解码算法相比信噪比损失约 1dB.

**关键词:** 正交空时分组码; 酉空时码; 空时编码

**中图分类号:** TN911.22

**文献标识码:** A

**文章编号:** 0372-2112 (2006) 01-0123-04

## A Unitary Space-Time Code Based on Orthogonal Space-Time Block Code

GUO Yong-liang, ZHU Shi-hua, ZHANG Guo-mei

(Dept of Information and Communications Engineering, Xian Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

**Abstract:** Based on orthogonal space-time block code, a scheme for constructing unitary space-time code is proposed. The conclusion that the proposed scheme can achieve full diversity is proved. Compared with original scheme, the advantage of proposed scheme is its higher code rate. However, the disadvantage of proposed scheme is its high complexity needed for decoding. In view of high complexity of the optimum decoding algorithm, a suboptimal decoding algorithm is employed. The complexity of suboptimal algorithm is almost the same as the fast decoding algorithm of original scheme. Monte-Carlo simulation shows that the required SNR of the proposed scheme is reduced by 5dB relative to original scheme at the same BER and spectrum efficiency. Meanwhile, simulation results indicate that the SNR of the suboptimal algorithm loses about 1dB compared to that of the optimum algorithm.

**Key words:** orthogonal space-time block code; unitary space-time code; space-time code

## 1 引言

高效而可靠地传输信息一直是无线通信的发展方向,但无线信道所固有的衰落和时变特性始终是系统设计者面临的挑战. 信息论已证明,多输入多输出(MIMO)系统能够提高系统的抗衰落和抗噪声性能,从而获得更大的容量. MIMO技术中的空时编码技术通过将时间分集和空间分集结合起来,分别在时域和空域引入冗余,提高了系统的传输性能. 空时编码技术分为分组码和网格码两类. 网格码的特点是性能较好,但其设计比较困难,解码复杂度很高;分组码由于引入了正交设计具有编解码简单的优点,因而被 3GPP 的 WCDMA 协议所采纳.

然而,无论是网格码还是分组码,在接收端进行解码时都需要通过信道估计来获得信道状态信息(CSI),这需要发射端发射已知的训练序列来进行信道估计,在天线数

目较多或信道衰落较快时这一点很难满足. 如文献[1]中所举的例子:假设移动台速度为 100km/h,系统载波为 1.9GHz,此时信道相关时间大约为 2.4ms,当数据速率为 30Kbps 时信道相关时间大约为 72 个符号周期,每对收发天线间在一个信道相关时间内一般需要 5 个训练符号,当发射端采用 4 根发射天线时每个接收天线需要  $5 \times 4 = 20$  个符号来进行信道估计,可见信道估计所占资源太多. 因此研究接收端无需信道估计的空时编码具有很大的实用价值. Hochwald 和 Marzetta 在文献[2]中分析了接收端未知信道状态信息时 MIMO 系统的信道容量,这是酉空时码设计的理论基础. 酉空时码的设计主要涉及到误码性能、频谱效率和计算复杂性三个方面,文献[3]提出的“系统设计”方案以线性分组码为基础,通过引入分组循环相关(Block-Circulant Correlation)结构,利用随机搜索的方法设计酉空时码,该方案的缺点是随机搜索难以达到全局最

收稿日期:2005-04-08;修回日期:2005-08-30

基金项目:国家自然科学基金(Na 60372055);国家 863 高技术研究发展计划(Na 2003AA123320);博士点基金(Na 20020698024,20030698027)

优.文献[4]基于 Alamouti方案提出的“代数设计”方案虽然具有解码复杂度低的优点,但其码率仅为 Alamouti方案的一半.酉空时码的设计是一个优化问题,该问题至今仍然没有得到很好的解决<sup>[1]</sup>.

本文受文献[5]所提出方法的启发,提出了一种改进的编码方案.该方案的优点在于其可获得满分集且具有较高的码率,是一种较好的设计方法.本文首先对 MIMO 系统的模型和酉空时码的分集增益进行了简述,然后详细介绍了所提出的编解码方法并通过计算机仿真对所提方案进行了仿真,最后给出了结论.

## 2 MIMO系统模型

考虑一个无线通信系统,发射与接收天线数分别为  $M$  和  $N$ ,一帧内的时隙数为  $T$ .其信道输入输出关系为

$$Y = \sqrt{M}SH + W \quad (1)$$

其中  $M \times N$  矩阵  $H$  为信道矩阵,其  $MN$  个元素统计独立且均服从均值为 0,每维方差为  $1/2$  的复高斯分布,设信道在一帧内保持不变,在帧间是独立变化的.  $T \times N$  矩阵  $W$  为噪声矩阵,其  $TN$  个元素统计独立且均服从均值为 0,每维方差为  $1/2$  的复高斯分布.  $T \times M$  矩阵  $S$  为发射矩阵,假设接收端未知 CSI.酉空时码的设计准则要求  $S$  满足  $S^H S = T I_M$ <sup>[6]</sup>,其中  $(\cdot)^H$  表示矩阵的共轭转置,  $I_M$  为  $M$  阶单位阵.  $T \times N$  矩阵  $R$  为接收矩阵,此时由式(1)知每个接收天线上的信噪比为

令所有发射矩阵组成的集合为  $A = \{S_i\}$ ,  $|A| = 2^b$ ,其中  $|A|$  表示集合的基数,  $b$  为每帧发射的比特数,该码的频谱效率为  $b/T$  bps/Hz.为了方便,令  $s_i = S_i/\sqrt{T}$ ,令集合  $A = \{s_i\}$ ,  $0 \leq i \leq |A| - 1$ .关于酉空时码的误码性能,文献[5]从空间维数的角度给出了其分集增益为  $r = M - \max\{\dim(R(s_i) - R(s_j)) \mid i, j \in A, i \neq j\}$ ,其中  $\dim(\cdot)$  表示线性空间的维数,  $R(\cdot)$  为矩阵的列空间,  $\cap$  表示线性子空间的交.若  $r=M$  称该编码达到了满分集.

## 3 基于正交空时分组码设计酉空时码

受文献[5]的启发,本文对其方案进行了推广.先考虑发射天线数  $M$  为 2 的情形,令  $T=2k$ ,其中  $k$  为某个确定的正整数且  $k \geq 2$ ,构造  $T \times M$  发射矩阵为

$$S = \frac{1}{\sqrt{2k-1}} [I_2 \quad B_1^T \dots B_{k-1}^T], B_i = \begin{bmatrix} x_{2i-1} & x_{2i} \\ -x_{2i}^* & x_{2i-1}^* \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中  $(\cdot)^T$  表示矩阵转置.式(2)中  $B_i$  为 Alamouti 方案,  $(\cdot)^*$  表示复数共轭,其中  $x_i \in Q$ ,  $1 \leq i \leq 2k-2$ ,  $Q$  为 MPSK 星座集合.当  $k=2$  时,该方案就是文献[5]中的方案.当  $x_i$  遍历集合  $Q$  时,记矩阵  $S$  的全体为集合  $A$ ,该编码的频谱效率

为  $(k-1) \log_2(|Q|)/k$  bps/Hz.显然,  $k$  越大,频谱效率越高,这正是本文对原有方案进行推广的原因.这种推广固然简单直观,但对该方案将会提出以下三个问题:(1)该编码方案是不是酉空时码?即对任意  $s_i, s_j \in A$ ,  $s_i^H s_j = 0$ ? (2)若该方案是酉空时码,其可否达到满分集? (3)该方案可否同原方案一样实现快速极大似然解码?下文将对这三个问题进行逐一回答.

对问题 1,通过直接计算即可回答.对任意  $s_i, s_j \in A$  有

$$s_i^H s_j = \frac{1}{2k-1} \left[ I_2 + \sum_{p=1}^{k-1} B_p^H B_p \right] = I_2 \quad (3)$$

即式(2)的编码是酉空时码.

对问题 2,为证明该编码方案可获得满分集,先证如下引理:对任意  $s_i, s_j \in A$ ,  $s_i \neq s_j$ ,成立  $\dim(R(s_i) + R(s_j)) = 2M$ ,其中  $R(s_i) + R(s_j)$  表示  $R(s_i)$  与  $R(s_j)$  的和空间.

证明:由(2)式,设

$$s_i = \frac{1}{\sqrt{2k-1}} [I_2 \quad B_{1i}^T \dots B_{k-1i}^T]^T, \quad s_j = \frac{1}{\sqrt{2k-1}} [I_2 \quad B_{1j}^T \dots B_{k-1j}^T]^T \quad (4)$$

由  $s_i \neq s_j$  知,存在  $s$  满足  $1 \leq s \leq k-1$ ,使  $B_{si} \neq B_{sj}$  成立,为方便,定义矩阵  $B$  为 4 分块方阵  $\begin{bmatrix} I_2 & I_2 \\ B_{si} & B_{sj} \end{bmatrix}$ ,显然  $B$  为 4 阶方阵,其行列式为

$$|B| = |B_{si} - B_{sj}| \quad (5)$$

式(5)用到了如下结论:若  $D_1, D_2, D_3, D_4$  为同阶方阵且  $D_1 D_3 = D_3 D_1$ ,  $|D_1| \neq 0$ ,则 4 分块矩阵  $\begin{bmatrix} D_1 & D_2 \\ D_3 & D_4 \end{bmatrix}$  的行列式为  $|D_1 D_4 - D_3 D_2|$ <sup>[7]</sup>.由式(2),设

$$B_{si} = \begin{bmatrix} x_{2i-1}^s & x_{2i}^s \\ -x_{2i}^{*s} & x_{2i-1}^{*s} \end{bmatrix}, B_{sj} = \begin{bmatrix} x_{2j-1}^s & x_{2j}^s \\ -x_{2j}^{*s} & x_{2j-1}^{*s} \end{bmatrix} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)得

$$|B| = |x_{2i-1}^s - x_{2j-1}^s|^2 + |x_{2i}^s - x_{2j}^s|^2 \quad (7)$$

由  $B_{si} \neq B_{sj}$  知,  $x_{2i-1}^s - x_{2j-1}^s$  和  $x_{2i}^s - x_{2j}^s$  至少有一个成立,则由式(7)有

$$|B| \neq 0, \text{rank}(B) = 4 \quad (8)$$

即矩阵  $B$  列满秩.由于矩阵  $[I_2 \dots I_2]$  的列向量只是矩阵  $B$  的列向量添加了若干对应分量而得,故由  $B$  列满秩可知  $[I_2 \dots I_2]$  列满秩,即  $\text{rank}([I_2 \dots I_2]) = 4$ .由  $\dim(R(s_i) + R(s_j)) = \text{rank}([I_2 \dots I_2])$ <sup>[7]</sup>,有

$$\dim(R(s_i) + R(s_j)) = 2M = 4 \quad (9)$$

证毕.

由本文第 2 节所述的分集增益的定义知,要证满分集,只需证  $\dim(R(s_i) - R(s_j)) = 0$  即可.证明时用到了维数公式

$$\dim(R(s_i) + R(s_j)) + \dim(R(s_i) - R(s_j)) = \dim(R(s_i)) + \dim(R(s_j)) \quad (10)$$

由式(3)知

$$\dim(R(i)) = \text{rank}(i) = M \quad (11)$$

$$\dim(R(j)) = \text{rank}(j) = M$$

将式(9)和式(11)代入式(10)可得  $\dim(R(i) - R(j)) = 0$ , 即问题 2 得到肯定地回答。

当发射天线数  $M$  为 4 时, 文献[5]中的编码方案只适用于实星座调制, 这限制了其应用, 类似于发射天线数为 2 时的构造方法, 借助于已有的正交空时分组码理论, 构造  $T \times M$  发射矩阵 为

$$B_i = \frac{1}{\sqrt{3k-2}} [I_M \quad B_1^T \quad B_2^T \dots B_{k-1}^T]^T, \quad (12)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} x_{3i-2} & x_{3i-1} & x_{3i} & 0 \\ -x_{3i-1}^* & x_{3i-2}^* & 0 & x_{3i} \\ x_{3i} & 0 & -x_{3i-2}^* & x_{3i-1} \\ 0 & x_{3i}^* & -x_{3i-1}^* & -x_{3i-2} \end{bmatrix}$$

其中  $x_i \in Q, 1 \leq i \leq 3k-3, Q$  为 MPSK 星座集合, 该编码的频谱效率为  $3(k-1) \log(|Q|)/(4k)$  bps/Hz 显然, 该方案不受实星座调制的限制. 完全类似于发射天线数为 2 时的方法, 可以证得对任意  $i, j, H_i = I_k$  成立且该编码方案可获得满分集。

#### 4 西空时码的解码

西空时码的最大似然解码准则为<sup>[6]</sup>

$$A_{ml} = \arg \max_{A_i} \text{tr}(A_i A_i^H R R^H) \quad (13)$$

为方便叙述, 本文以发射天线数为 2 来进行说明, 姑且令

$$(2) \text{ 式中的 } k \text{ 为 } 2, \text{ 注意到 } A = \sqrt{4/3} \begin{bmatrix} I_2 \\ B_1^T \end{bmatrix}, B_1 =$$

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ -x_2^* & x_1^* \end{bmatrix}, \text{ 在式 (13) 中令 } R R^H = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}, \text{ 显然 } r_{12} =$$

$r_{21}^*$ . 由文献[5]可得估值符号  $\tilde{x}_1$  和  $\tilde{x}_2$  分别为

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1 &= \arg \max_{x_1 \in Q} \text{Re}(x_1 r_{11} + x_1^* r_{22}), \\ \tilde{x}_2 &= \arg \max_{x_2 \in Q} \text{Re}(x_2 r_{12} + x_2^* r_{21}) \end{aligned} \quad (14)$$

由  $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2$  和比特到星座点的映射规则可得到解码比特. 所以当  $k=2$  时可以根据 (14) 式实现快速极大似然解码. 当发射天线数为 4 且  $k=2$  时, 可得到相同的结论。

若  $k>2$ , 使用 (13) 式进行解码时假设在接收端预先计算并存储了所有的  $A_i A_i^H$ , 解码所需的复数乘法次数约为  $kN(2k+1) + 4k^2|Q|^{2k-2}$ ; 对原有方案,  $k=2$ , 据式 (14) 解码所需的复数乘法次数约为  $10N + 4|Q|$ . 为了具体, 下一针对具体参数分析两种方案的解码复杂度. 综上所述, 问题 3 可回答如下: 若发射天线数为 2 或 4 且  $k=2$ , 可实现快速极大似然解码, 当  $k>2$  时不能实现快速解码。

#### 5 仿真实验及分析

本节通过仿真实验对本文所提出的方案和文献[5]中

的方案进行仿真, 其仿真条件如下: 两种方案的发射天线数均为 2, 接收天线数均为 1, 本文方案对应于 (2) 式中  $k=4$  的情形, 调制方式为 QPSK, 其频谱效率为 1.5 bps/Hz 文献[5]中的方案对应于 (2) 式中  $k=2$  的情形, 为了在同一频谱效率下进行比较, 选择其调制方式为 8 PSK 比特到符号的映射均采用格雷映射. 图 1 和图 2 分别为两种方案的误码率和误帧率曲线, 在图中本文方案和原方案分别标识为 “ $k=4$ ” 和 “ $k=2$ ”. 从仿真曲线可以看出, 无论是误码率还是误帧率, 在同一误码性能下, 两种方案所需信噪比相差约 5 dB, 这是因为在相同的频谱效率下, 同本文方案相比, 原方案需要采用较高阶的调制方式, 这会降低其误码性能. 由本文第 4 节知两个方案的计算复杂度之比为  $(kN(2k+1) + 4k^2|Q|^{2k-2})/(2(10N + 4|Q|))$ , 其中  $|Q|=4, |Q_2|=8, N=1$ , 分母中的 2 是因为传输相同比特的信息,  $k=2$  时所需帧数为  $k=4$  时所需帧数的两倍. 代入具体数值后, 两种方案的计算复杂度比值为 3121, 所以本文方案的计算复杂度很高, 鉴于此, 现给出一种次优解码算法, 为方便, 仍以  $M=2, k=4$  进行说明. 设想发射矩阵为  $[I_2 \quad B_1^T \quad B_2^T \quad B_3^T]^T$ , 设接收矩阵为  $[R_0^T \quad R_1^T \quad R_2^T \quad R_3^T]^T$ ,  $R_i$  为  $2 \times N$  矩阵,  $0 \leq i \leq 3$ , 其中  $R_0, R_1, R_2, R_3$  分别为发射  $I_2, B_1, B_2, B_3$  时相应的接收数据. 考虑到  $B_1, B_2$  和  $B_3$  是独立编码的, 一种可行的办法是依次使用  $[R_0^T \quad R_1^T]^T, [R_0^T \quad R_2^T]^T$  和  $[R_0^T \quad R_3^T]^T$  及式 (14) 分别解得  $B_1, B_2$  和  $B_3$  中的未知符号, 由于该算法对未知符号的解码是一组一组完成的, 故称该次优算法为分组解码算法. 为了分析分组解码算法的计算复杂度, 先不妨设式 (2) 中的  $k$  为偶数, 则分组解码算法的计算量相当于执行了  $k-1$  次如式 (14) 所示的解码; 对  $k=2$  的方案, 在同样的时隙数内共发送了  $k/2$  (这里假定  $k$  为偶数的目的是为了保证  $k/2$  为整数, 当  $k$  为奇数时, 只需把所考虑的时隙数加倍即可) 个码字, 其解码计算量相当于执行了  $k/2$  次如式 (14) 所示的解码. 故两者的计算量之比为  $k-1 \quad k/2 \quad 2$ , 当  $k$  为奇数时可得到相同结论. 实际上 2 倍只是一个保守的估计, 这是因为前者的码率较高, 如果考虑到两者的频谱效率相同, 则后者的调制阶数必然高于前者, 由 (14) 知, 调制阶数越高, 解码时的计算量也就越大, 故分组解码的计算量不会超过原快速解码计算量的两倍。

使用分组解码算法重新对两个方案进行仿真, 其在图 1 和图 2 中标识为分组解码. 从图可知, 分组解码与最大似然解码相比, 对应于同一误码率, 两者所需信噪比相差不到 1 dB; 对同一误帧率, 两者所需信噪比相差约 1.5 dB. 两个算法性能有差异的原因是: 本文在接收端解码时无需信道估计, 故其对信道矩阵是当作一个随机矩阵处理的. 尽管  $B_1, B_2$  和  $B_3$  是互相独立编码的, 但其所对应的接收数据  $R_1, R_2$  和  $R_3$  通过信道矩阵产生了间接的联系, 换言之, 接收数据间并不是统计独立的, 它们之间是相关的. 本文的次优算法正是由于忽略了接收数据内部的相关性, 武断地

认为接收数据间是互相独立而导致了其与最优算法相比有 1dB 的性能差异。该次优算法与最优算法所需乘法次数之比约为  $3(10N + 4|Q_1|) / 2(10N + 4|Q_2|)$ , 代入具体参数后该比值为约为 1, 即两种方案的计算复杂度几乎相等, 所以该次优算法较好地克服了本文方案复杂度高的缺点, 具有一定的实用性。

图 3 和图 4 分别为时变信道下各方案的误码率, 仿真中采用的信道模型为 Jakes 模型, 取参数  $f_d T_s = 0.001$ , 其中  $f_d$  为最大多普勒频移,  $T_s$  为码元宽度, 其他编码参数同图 1, 其中  $f_d T_s = 0$  用来标识本文系统模型部分所指的准静态平坦衰落信道。从曲线可知, 相对于准静态信道, 各方案在时变信道下均有大约 1dB 的信噪比损失, 这是由于信道的时变性导致的。可以预见, 随着信道时变性的增强, 误码性能也会逐渐恶化。

在本文即将结束时, 有一点值得指出: 表面上看, 可通过增加式 (2) 中的  $k$  值获取更高的码率, 但是, 较高码率的获取是通过增加信道的相关时间来换取的, 这也正是本文的局限性所在。从这一点上讲, 本文方案只是实现了在一定的信道相关时间限制下, 通过选取尽可能高的  $k$  值来获得较高的码率。另外, 当发射天线数为 4 时, 上述的分组解

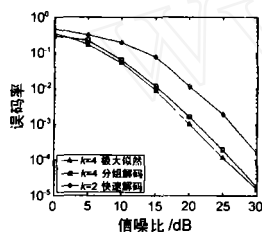


图 1 静态信道误码率比较曲线

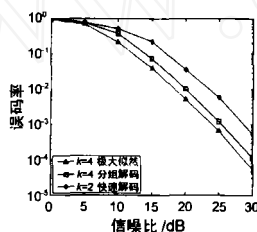


图 2 静态信道误码率比较曲线

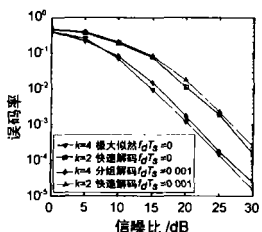


图 3 时变信道最优解码误码率

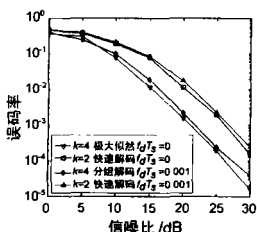


图 4 时变信道次优解码误码率

码算法及仿真结论依然成立。

## 6 结论

本文所提出的基于正交空时分组码的空时码设计方法通过能够充分利用信道的相关时间进行编码, 该方案具有满分集、码率高的优点, 同时所提出的次优算法能够较好地对解码复杂度和误码性能进行折衷。

## 参考文献:

- [1] 程健, 陈明, 等. 无线通信领域中的空时编码技术 [J]. 电路与系统学报, 2002, 7(1): 67 - 71.
- [2] T L Marzetta, B M Hochwald. Capacity of mobile multiple-antenna communication link in Rayleigh flat fading [J]. IEEE Trans on IT, 1999, 45(1): 139 - 157.
- [3] T L Marzetta, et al. Systematic design of unitary space time constellations [J]. IEEE Trans on IT, 2000, 46(6): 1962 - 1973.
- [4] Zhao W L, Geert Leus, G B Giannakis. Algebraic design of unitary space-time constellations [A]. IEEE International Conference on Communications [C]. Anchorage, 2003, 5: 3180 - 3184.
- [5] V Tarokh, IM Kim. Existence and construction of noncoherent unitary space-time codes [J]. IEEE Trans on IT, 2002, 48(12): 3112 - 3117.
- [6] T L Marzetta, B M Hochwald. Unitary space-time modulation for multiple-antenna communications in Rayleigh flat fading [J]. IEEE Trans on IT, 2000, 46(2): 543 - 564.
- [7] 西北工业大学应用数学系线性代数教学组. 线性代数 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1999. 87 - 88.

## 作者简介:

郭永亮 男, 1977年 11 月生于甘肃省灵台县, 西安交通大学博士生, 研究方向为时空编码, 多人多出系统等。

E-mail: ylg@mailst.xjtu.edu.cn

朱世华 男, 1950年 1 月生于上海市, 西安交通大学教授, 博士生导师, 主要从事移动通信, 数字传输和程控交换等方面的研究。