

OFDM 系统中基于导符号和判决数据的频率跟踪环路

郑来波¹, 胡健栋²

(1. 山东大学信息科学与工程学院, 山东济南 250100 2. 北京邮电大学电信工程学院, 北京 100876)

摘 要: 在相干正交频分复用 (OFDM) 系统中为跟踪多径信道的实时变化通常在时频网格上插入导符号来进行信道估计. 对利用这些导符号结合判决数据进行频率跟踪的算法作了进一步的研究. 在时域和频域都重新推导了频偏的估计结果, 经过合理近似, 得到了时域最大似然估计的近似解; 在频域推导了另一种形式的似然函数, 得出了最大似然估计的解析表达式. 新的频率跟踪算法降低了计算量, 提高了频率同步的精确度.

关键词: OFDM 系统; 载波频率偏移; 最大似然; 跟踪

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 01-0127-04

The Frequency Tracking Loop for OFDM Systems Based on Pilot Symbols and Decision Data

ZHENG Lai-bo¹, HU Jian-dong²

(1. Information Science and Engineering School, Shandong University, Jinan, Shandong 250100 China)

(2. Telecommunication Engineering School, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing, 100876 China)

Abstract In coherent orthogonal frequency division multiplexing systems, the pilot symbols are often inserted into time-frequency grid to tracking the real time variation of the channel response. The frequency synchronization algorithm using these pilot symbols was further analyzed. By modifying the derivation procedures both in time domain and frequency domain, and by the proper approximation, the approximate maximum likelihood estimation result in time domain was derived. Meanwhile, a different form of likelihood function in frequency domain was derived, and the analytical estimation result was also given. The new tracking algorithm decreases the computational complexity greatly and increases the accuracy of the frequency synchronization.

Key words OFDM systems; carrier frequency offset; maximum likelihood tracking

1 引言

正交频分复用 (OFDM) 系统对频率偏移较敏感, 因此频率同步变得非常重要. 已提出的频率同步方法大致分为两类, 一类利用时域^[1,2]或频域^[3,4]的特殊训练符号来获得频率同步, 捕获范围大, 但降低了数据传输速率. 另一类基于插入循环前缀 (CP) 带来的循环平稳特性^[5,6], 避免了训练符号引起的效率降低. 但由于循环前缀是用来克服多径效应的, 必受到多径信号的污染, 故这类方法跟踪性能通常都不算好. 相干 OFDM 系统中通常插入导符号跟踪信道的实时变化, 这些用于信道估计的导符号也携带有频偏的信息. 文献 [7] 研究了利用这些导符号结合判决数据进行频偏估计的方法, 但由于推出的似然函数过于复杂, 难以得到频偏估计的计算方法, 因此使用了搜索的办法. 这种算法计算量大, 且由于搜索步长的限制精度不高. 为提

高估计精度, 使用了在时域对多个估计结果进行平均的办法, 这样就不能对频偏的变化作出及时的反应. 本文对这种方法进行了进一步的分析, 推导了时域最大似然估计的近似解, 同时在频域使用了不同的分析方法, 得到了不同的似然函数形式, 推导了最大似然估计的解析表达式. 理论分析和仿真证明, 新算法比原算法有更好的跟踪性能, 且大幅降低了计算复杂度.

2 OFDM 系统离散时间信号模型

为简洁, 系统模型及符号采用与文献 [7] 相同的描述和定义, 在此只列出几个关键的表达式. 接收端的时域信号可以表示为

$$r(n) = [p(n) + z(n)] e^{j(2\pi WTB \sum_{k=0}^{n-1} \varepsilon(n+L)/N) + \omega(n)} \quad (1)$$

其中 $p(n)$ 和 $z(n)$ 分别是导符号和数据符号的时域表现形式,

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in Y} P(k) H(k) e^{j2\tilde{z}_k N} \quad (2)$$

$$z(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in Y} X(k) H(k) e^{j2\tilde{z}_k N} \quad (3)$$

接收端的频域信号可以表示为

$$R(i) = S(i) H(i) \xi(i, \varepsilon) + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} S(k) H(k) \xi(k, i, \varepsilon) + W(i). \quad (4)$$

3 频率偏移的最大似然估计

3.1 仅使用导符号的时域最大似然估计

首先, 只考虑已知的导符号. 即对于式(1)中的 $z(n)$, 考虑它的统计特性. 根据中心极限定理, 可以将 $z(n)$ 看作是离散时间高斯过程. 因此, 时域接收信号可以近似表示为

$$r'(n) = p(n) e^{j(2\Delta WTBX \text{ 键} \varepsilon(n+L)/N) + \bar{\omega}(n)} \quad (5)$$

其中 $\bar{\omega}(n)$ 表示等效高斯噪声, 由下式确定:

$$\bar{\omega}(n) = z(n) e^{j(2\Delta WTBX \text{ 键} \varepsilon(n+L)/N) + \bar{\omega}(n)} \quad (6)$$

易得对数似然函数为

$$\Lambda(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}[r'(n) \cdot p(n)^* \cdot e^{-j2\Delta WTBX \text{ 键} \varepsilon(n+L)/N}] \quad (7)$$

令 $\frac{d\Lambda(\varepsilon)}{d\varepsilon} = 0$ 得

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}[r'(n) p^*(n)] \sin \frac{2p\varepsilon(n+L)}{N} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r'(n) p^*(n)] \cos \frac{2p\varepsilon(n+L)}{N} \end{aligned} \quad (8)$$

由以上方程无法得到 ε 的解析解, 因此通过适当的方法求其近似解. 但不同的近似方法将得到不同的近似结果, 其性能也不完全相同. 将式(8)中的三角函数展成麦克劳林级数, 并保留到一次项 (在 ε 较小时误差不大), 可解得频偏的估计值为:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r'(n) p^*(n)]}{\sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}[r'(n) p^*(n)] \cdot 2p(n+L)/N} \quad (9)$$

如果在将式(8)中的三角函数展成麦克劳林级数时保留到二次项, 可解得

$$\varepsilon = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (10)$$

$$\text{其中} \begin{cases} A = \frac{2K}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \{\text{Im}[r'(n) p^*(n)] (n+L)^2\} \\ B = \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \{\text{Re}[r'(n) p^*(n)] (n+L)\} \\ C = - \sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r'(n) p^*(n)] \end{cases} \quad (11)$$

上面得到了两个解, 是因为这种算法在进行频偏跟踪时存在 180° 相位模糊, 跟踪范围小于子载波间隔的 50%. 即如果 $\alpha = \beta - 2^\circ \cos \alpha = \cos \beta$, $\sin \alpha = \sin \beta$ 所以 ε 的值应该取式(10)中绝对值小的一个.

如果先把式(7)中的复指数展开, 分别保留到二次项和三次项, 可解得频偏的估计值分别为.

$$\varepsilon = (N \sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r'(n) p^*(n)] (n+L)) / \left(\sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}[r'(n) p^*(n)] (n+L)^2 \right) \quad (12)$$

$$\varepsilon = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (13)$$

$$\text{其中} \begin{cases} A = \frac{2\pi}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \{\text{Im}[r'(n) p^*(n)] (n+L)^3\} \\ B = \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \{\text{Re}[r'(n) p^*(n)] (n+L)^2\} \\ C = - \sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r'(n) p^*(n)] (n+L) \end{cases} \quad (14)$$

3.2 使用导符号和判决数据的时域最大似然估计

传输的数据符号也携带频偏的信息. 在实际的可成功进行数据传输的通信系统中, 信噪比一般是中等或比较高的, 这时判决数据和实际数据差距不大, 故可以用判决数据代替实际数据. 根据式(3), 被传输随机数据的时域形式可近似表示为

$$\hat{z}(n) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in Y} X(k) H(k) e^{j(2\tilde{z}_k)/N} \quad (15)$$

其中 $X(k)$ 表示判决数据. 因此接收信号的时域形式可表示为

$$\begin{aligned} r(n) &= [p(n) + \hat{z}(n)] e^{j(2\Delta WTBX \text{ 键} \varepsilon(n+L)/N) + \omega(n)} \\ &= s(n) e^{j(2\Delta WTBX \text{ 键} \varepsilon(n+L)/N) + \omega(n)} \end{aligned} \quad (16)$$

根据式(16), 利用和 3.1 节相似的推导过程, 可得对应于式(9)、(10)、(12)和(13)的四个近似最大似然估计结果分别为

$$(a) \quad \varepsilon = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r(n) s^*(n)]}{\sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}[r(n) s^*(n)] \cdot 2p(n+L)/N} \quad (17)$$

$$(b) \quad \varepsilon = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (18)$$

$$\text{其中} \begin{cases} A = \frac{2K}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \{\text{Im}[r(n) s^*(n)] (n+L)^2\} \\ B = \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{N-1} \{\text{Re}[r(n) s^*(n)] (n+L)\} \\ C = - \sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r(n) s^*(n)] \end{cases} \quad (19)$$

$$(c) \quad \varepsilon = (N \sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r(n) s^*(n)] (n+L)) \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}[r(n) s^*(n)] (n+L)^2 \right\} \quad (19)$$

$$(d) \quad \varepsilon = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (20)$$

$$\text{其中, } \begin{cases} A = \frac{2p^2}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \{ \text{Im}[r(n)s^*(n)](n+L)^3 \} \\ B = \frac{2p}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \{ \text{Re}[r(n)s^*(n)](n+L)^2 \} \\ C = - \sum_{n=0}^{N-1} \text{Im}[r(n)s^*(n)](n+L) \end{cases}$$

3.3 仅使用导符号的频域最大似然估计

在频域采用与文献[7]不同的分析方法. 根据式(4), 在只考虑导符号的情况下, 可得到 DFT 输出端的频域数据形式为

$$R'(i) = P(i)H(i)\xi(i, \varepsilon) + \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} S(k)H(k)\xi(k, \varepsilon) + W(i), i \in \gamma \quad (21)$$

在子载波数目足够大的情况下, 根据中心极限定理, 上式中的信道间干扰可看作是加性高斯噪声, 因此, 可以将式(21)改写为

$$R'(i) = P(i)H(i)\xi(i, \varepsilon) + W(i), i \in \gamma \quad (22)$$

其中, $W(i)$ 是等效高斯噪声, 由下式确定,

$$W(i) = \sum_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^{N-1} S(k)H(k)\xi(k, \varepsilon) + W(i), i \in \gamma \quad (23)$$

由式(22)可看出, 如果令 $\bar{P}(i) = P(i)H(i)$, 且不考虑等效噪声 $W(i)$, 则 $R'(i)$ 和 $\bar{P}(i)$ 只有一个乘性系数 $\xi(i, \varepsilon)$ 的区别. 将 $\xi(i, \varepsilon)$ 进行整理, 得

$$\begin{aligned} \xi(i, \varepsilon) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} e^{j(2AXWTB\text{键}\varepsilon(n+L))N} \\ &= \frac{1}{N} \cdot \frac{\sin p\varepsilon}{\sin \frac{p\varepsilon}{N}} \cdot e^{j((N+2L-1)AXWTB\text{键}\varepsilon)N} \end{aligned} \quad (24)$$

它与子载波序号 i 无关. 在频偏较小时, 其模值接近于 1 相角为 $p\varepsilon(N+2L-1)N$. 因此, 可以将式(22)进一步简化为

$$R'(i) = \bar{P}(i)e^{jAXWTB\text{键}\varepsilon(N+2L-1)N} + W(i), i \in \gamma \quad (25)$$

易得对数似然函数为

$$\Lambda(\varepsilon) = \sum_{i \in \gamma} \text{Re}[R'(i) \cdot \bar{P}^*(i) \cdot e^{-j((N+2L-1)AXWTB\text{键}\varepsilon)N}] \quad (26)$$

因此频偏的最大似然估计为

$$\hat{\varepsilon} = \frac{N}{p(N+2L-1)} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{\sum_{i \in \gamma} \text{Im}[R'(i)\bar{P}^*(i)]}{\sum_{i \in \gamma} \text{Re}[R'(i)\bar{P}^*(i)]} \right) \quad (27)$$

3.4 使用导符号和判决数据的频域最大似然估计

在频域同样可以利用判决数据携带的频偏信息进一步改进估计结果的性能. 和 3.3 节类似, 将式(4)改写为

$$R(i) = S(i)H(i)\xi(i, \varepsilon) + W(i), i \in \Gamma \quad (28)$$

其中, $W(i)$ 是等效高斯噪声, 与式(23)类似, 区别在于 $i \in \Gamma$. 令 $\bar{S}(i) = S(i)H(i)$, 考虑 $\xi(i, \varepsilon)$ 的特性, 可将式(28)简化为

$$R(i) = \bar{S}(i)e^{j\hat{\varepsilon}(N+2L-1)N} + W(i), i \in \Gamma \quad (29)$$

用判决数据 $X(i)$ 代替 $X(i)$, 则 $S(i)$ 和 $\bar{S}(i)$ 都成为已知的. 根据式(29), 经过和 3.3 节相似的分析, 得频偏的最大似然估计为

$$\hat{\varepsilon} = \frac{N}{p(N+2L-1)} \cdot \tan^{-1} \left(\frac{\sum_{i=0}^{N-1} \text{Im}[R(i)\bar{S}^*(i)]}{\sum_{i=0}^{N-1} \text{Re}[R(i)\bar{S}^*(i)]} \right) \quad (30)$$

4 仿真结果

假设 OFDM 系统工作在 2GHz 且带宽为 5MHz, 移动台最大速度为 120Km/h, 信道是 5 径瑞利信道, 子载波数为 128, 调制方式为 QPSK, 在频域每 8 个子载波插入一个导符号, 在时域每 3 个 OFDM 符号插入一个带有导符号的 OFDM 符号, 导符号功率和数据符号的平均功率相同. 循环前缀的长度为 32. 假设接收端知道多径信道的理想信息, 这样就可以单独讨论频率跟踪环路的性能. 为方便, 把式(9)、(10)、(12)和(13)表示的时域只使用导符号的估计结果分别称为 TP1~TP4, 把式(17)~(20)表示的时域同时使用导符号和判决数据的估计结果分别称为 TPD1~TPD4. 把式(27)和式(30)表示的频域估计结果分别称为 FP 和 FPD.

图 1 示出了各种算法估计结果的方差, 仿真时信噪比为 7dB. 由图可见, 同时使用导符号和判决数据的估计方法的方差比不使用判决数据的方法大约低一个数量级, 这说明使用判决数据的估计算法得到的估计结果比较稳定, 变化较小.

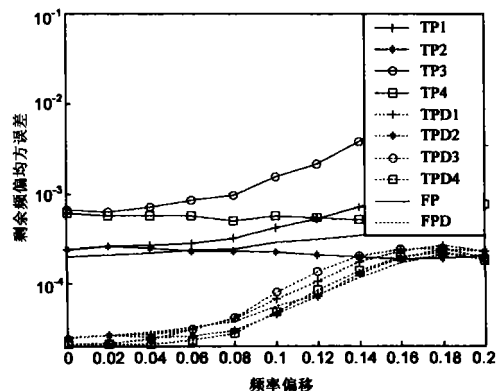


图 1 系统存在不同频偏时各种算法的估计结果的方差

图 2 给出了跟踪环路稳定时剩余频偏的均方误差随信噪比的变化情况. 使用了判决数据的方法剩余频偏的均方误差和仅使用导符号的方法的差距不随信噪比的变化而变化. 就剩余频偏的均方误差来说, TP3 和 TP4 最差, TPD1, TPD2 和 FPD 最好. 图中还给出了时频域算法的 Cramér-Rao 下界, 由下两式确定

$$CRLB_T = 3N / (4p^2 [2N^2 + (\hat{L} - 3)N + (1 - \hat{L} + \hat{L}^2)] \cdot SNR),$$

$$CRLB_F = N / (2p^2 \cdot (N + 2L - 1)^2 \cdot SNR).$$

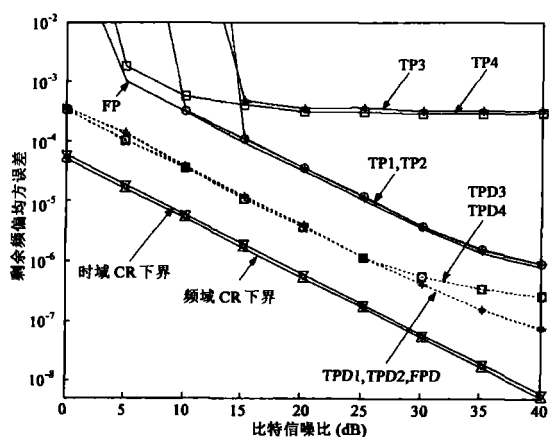


图2 跟踪环路稳定后各种算法的剩余频偏的均方误差

大量仿真结果证明, 信噪比为 3dB 时剩余频偏不超过 2%, 信噪比达到 8dB 时, 剩余频偏即不超过 1%, 且随着信噪比的增大不断减小, 错误平台现象不明显。仅使用导符号的算法估计结果对信噪比相当不敏感, 而同时使用判决数据的算法受信噪比的影响比较大, 因为低信噪比会使判决误码增加。FP 跟踪范围最大, 接近半个子载波间隔。使用导符号加判决数据的各种方法在频偏较大时由于判决误码的增加其性能下降严重, 在给定的系统参数下跟踪范围只有 20% 左右。若移动台速度降低, 则剩余频偏均方误差逐渐逼近 Cramér-Rao 下界, 且 TP1~TP4 和 FP 在低信噪比时也能收敛。

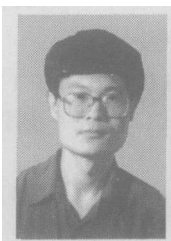
5 结论

本文给出了利用为信道估计而插入的导符号结合判决数据来实现频率跟踪环路的最大似然算法。尽管在推导过程中假设信噪比中等或是比较高, 但从仿真结果可以看出, 算法在很低的信噪比下仍能可靠工作。由于这种方法有着很好的稳态跟踪性能, 故特别适合于作为频偏跟踪的算法使用。实际使用时, 可在频率跟踪环路刚开始工作时只利用导符号在频域估计频偏, 环路稳定后再结合判决数据在时域或频域估计频偏, 这样就同时保证了跟踪范围和跟踪精度。如果捕获算法性能较好, 则可直接使用结合判决数据的各种跟踪算法。其主要优点在于不用增加额外的数据即可获得准确的频偏估计结果, 且计算量很小。

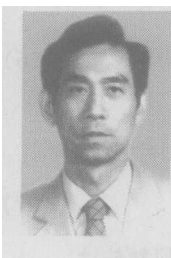
参考文献:

- [1] Moose PH. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction[J]. IEEE Trans on Com, 1994, 42(10): 2908–2914.
- [2] Schmidl TM, Cox DC. Robust frequency and timing synchronization for OFDM[J]. IEEE Trans on Com, 1997, 45(12): 1613–1621.
- [3] Classen F, Meyer H. Frequency synchronization algorithms for OFDM systems suitable for communication over frequency selective fading channels[A]. Proc VTC 94[C]. Houston: IEEE press, 1994. 1655–1659.
- [4] Kapoor S, Marchock D, J Huang Y F. Pilot assisted synchronization for wireless OFDM over fast time varying fading channels[A]. Proc VTC 98[C]. Ottawa: IEEE press, 1998. 2077–2080.
- [5] Daffara F, Adamio O. A new frequency detector for orthogonal multicarrier transmission techniques[A]. Proc VTC 95[C]. Chicago: IEEE press, 1995. 804–809.
- [6] Van de Beek JJ, Sandell M, Borjesson PO. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1997, 45(7): 1800–1805.
- [7] Julia M, Edfors O, Paez-Borralb JM. Frequency offset correction for coherent OFDM in wireless systems[J]. IEEE Trans on Consumer Electronics, 2001, 47(1): 187–193.

作者简介:



郑来波 男, 山东大学信息科学与工程学院副教授, 1967 年出生于山东省安丘市, 分别于 1991 年和 1998 年在山东工业大学获得学士和硕士学位, 2005 年在北京邮电大学获得博士学位, 目前主要研究方向为 OFDM 系统及其关键技术。



胡健栋 男, 北京邮电大学电信工程学院教授, 博士生导师, 1929 年出生于江苏无锡, 目前主要研究方向为未来无线通信网的关键技术及其实现。