

灰度图像的二维 Otsu 曲线阈值分割法

范九伦, 赵 凤

(西安邮电学院信息与控制系, 陕西西安 710061)

摘 要: Otsu 法是一个常用的阈值分割方法. 为了利用图像的区域信息, 本文在二维 Otsu 法的基础上提出了曲线阈值型 Otsu 法, 传统的二维 Otsu 法可以看成是该方法的一个特例. 实验结果表明, 对于含噪图像, 它能够获得优于传统二维 Otsu 法的分割效果. 为了减少计算量, 提高分割速度, 给出了一种递归算法和一种小波变换与递归算法相结合的快速算法. 该递归算法只需遍历二维直方图的主对角线和一条次主对角线, 与传统 Otsu 法的递归算法相比, 搜索空间由 $L \times L$ 个点减少到 $2L - 1$ 个点.

关键词: 图像分割; 阈值选取; Otsu 法

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2007) 04-0751-05

Two-Dimensional Otsu's Curve Thresholding Segmentation Method for Gray-Level Images

FAN Jiur-lun, ZHAO Feng

(Department of Information and Control, Xi'an Institute of Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710061, China)

Abstract: Otsu's method is a frequently used thresholding segmentation method. In this paper, in order to utilize the information of edge region, we present a curve thresholding segmentation method based on two-dimensional Otsu's method. The traditional two-dimensional Otsu's method can be regarded as a special case of it. Experimental results show that for images with noise the proposed method can obtain better segmentation effect than the traditional two-dimensional Otsu's method. In order to decrease the amount of computation and promote the speed of segmentation, a recursive algorithm and a wavelet transfer combining with the recursive algorithm are shown. The recursive algorithm only need search the main-diagonal and one sub-diagonal of the two dimensional histogram. Compared with the recursive algorithm of traditional two-dimensional Otsu's method, the searching space is obviously decreased from searching $L \times L$ points to $2L - 1$ points.

Key words: image segmentation; threshold selection; Otsu's method

1 引言

图像分割是图像分析、理解和计算机视觉中的难点. 在图像分割的诸多方法中, 阈值化技术是一种简单有效的方法^[1], Otsu 法^[2]是广泛使用的阈值分割法之一. Otsu 法也称为最大类间方差法或最小类内方差法, 是由日本学者大津展之 (Otsu) 首先提出的. 该方法基于图像的灰度直方图, 以目标和背景的类间方差最大或类内方差最小为阈值选取准则, 在很多情况下都能取得良好的分割效果. 但在实际应用中, 由于噪声等干扰因素的存在, 灰度直方图不一定存在明显的波峰和波谷, 此时仅利用一维灰度直方图来确定阈值往往会造成错误分割, 于是刘建庄等^[3]提出了基于二维灰度直方图的 Otsu 法. 该方法不仅充分利用了图像像素点的信息, 而且考虑到了像素点与其邻域的空间相关信息, 具有较好

的抗噪性, 适合低信噪比图像的分割, 但二维直方图所带来的计算量也是惊人的, 鉴于此人们又提出了二维 Otsu 法的快速递归算法^[4].

传统的二维 Otsu 法只通过一个“点对”对图像进行分割, 假设了对象区域和背景区域占据了二维直方图的绝大部分区域, 即假设对象区域和背景区域的概率和近似为 1, 这种假设有一定的合理性. 人们注意到尽管二维 Otsu 法是有效的, 但忽略边界区域信息的做法在有些场合是不合适的, 为此提出了各种后处理以加强分割效果^[5~7]. 这些后处理方式通过对边界区域像素进行重新归类以弥补忽略边界信息带来的问题. 本文在充分考虑边界区域对分割影响的基础上, 提出曲线阈值型 Otsu 法, 传统的二维 Otsu 法可以看成是该方法的一个特例. 这种方法实现了从“点对”阈值到曲线阈值的转变, 获得了比二维 Otsu 法更好的分割效果.

2 二维 Otsu 分割方法

对于一幅 $M \times N$ 的数字图像,我们用 $f(x, y)$ 表示图像上坐标为 (x, y) 的像素点的灰度值, $g(x, y)$ 表示图像上坐标为 (x, y) 的像素点的 3×3 邻域平均灰度值, $g(x, y)$ 的定义如下:

$$g(x, y) = \left\lfloor \frac{1}{9} \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 f(x+m, y+n) \right\rfloor \quad (1)$$

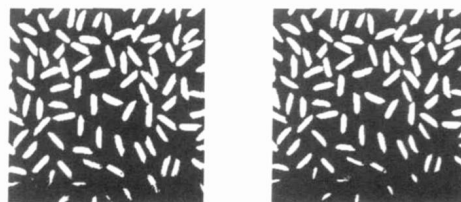
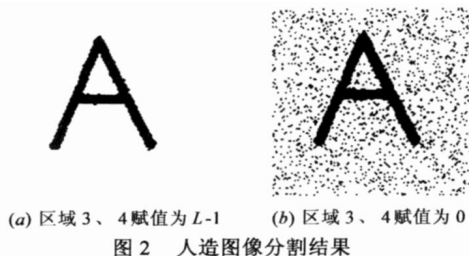
其中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示取整. 从 $g(x, y)$ 的定义可以看出,如果图像的灰度级为 L ,那么相应的像素邻域平均灰度的灰度级也为 L , $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 组成的二元组记为 (i, j) . 在此基础上定义图像的二维直方图,该二维直方图定义在一个 $L \times L$ 大小的正方形区域,其横坐标表示图像像元的灰度值,纵坐标表示像元的邻域平均灰度值. 直方图任意一点的值定义为 p_{ij} , 它表示二元组 (i, j) 发生的频率. p_{ij} 由下式确定

$$p_{ij} = \frac{c_{ij}}{M \times N} \quad (2)$$

其中 c_{ij} 是 (i, j) 出现的频数, $0 \leq i, j \leq L-1$, $p_{ij} = 1$. 根据上面给出的二维直方图定义,若 (s, t) 是选取的阈值点,则二维直方图就被分成四块,如图 1 所示.

其中,对角线上的两个区域 1 和 2 分别对应于背景和目标,远离对角线的区域 3 和 4 对应于边缘和噪声. 在二维 Otsu 法中认为区域 3 和 4 的概率值近似为 0, 这种假设致使二维 Otsu 法忽略了边界区域的信息,造成了它在某些场合是不适用的. 关于二维 Otsu 法的具体分割算法这里就不再赘述,读者可参考文献[3]和[4].

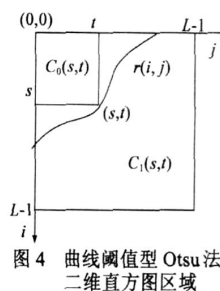
二维 Otsu 法对噪声图像有良好的分割效果,但二维 Otsu 法对于区域 3 和 4 的赋值存在一定问题. 例如图 2 和图 3 为两幅分割效果图,分别表示对区域 3,4 中的像素灰度赋值为 $L-1$ 和 0 的分割结果. 从图中可以看出这两种处理方式所带来的分割结果是不同的. 这说明区域 3,4 对分割结果是有很大的影响的. 在实际的分割中,应充分考虑这些部分的信息.



一个应该注意的现象是,在图 1 中 A, B 两点都在 $(0, 0) \sim (s, t)$ 的矩形之外,但 A, B 偏离此矩形较偏离 $(s, t) \sim (L-1, L-1)$ 矩形要近得多,理应看成是受噪声干扰引起的偏离, A, B 应归属于 $(0, 0) \sim (s, t)$ 矩形对应的背景. 考虑到这种情况,人们又提出了后处理的 Otsu 法^[5-7]. 例如文献[6]采用在找到最佳阈值 (s^*, t^*) 之后,做过 (s^*, t^*) 点且垂直于 $(0, 0) \sim (L-1, L-1)$ 矩形对角线的垂线(见图 1 中的虚线 r),将该垂线以上的点归为背景类,垂线以下的点归为目标类.

3 曲线阈值型 Otsu 法

受带后续处理的 Otsu 方法启发,我们提出曲线阈值型 Otsu 方法,在该方法中,如果 (s, t) 是选取的阈值点,作过 (s, t) 的曲线 $r(i, j)$ 将二维区域分成两块 $C_0(s, t)$ 和 $C_1(s, t)$, 分别表示背景和目标,如图 4 所示.



两类出现的概率分别为

$$P_0 = \sum_{(i, j) \in C_0(s, t)} p_{ij} \quad (3)$$

$$P_1 = \sum_{(i, j) \in C_1(s, t)} p_{ij} \quad (4)$$

两类对应的均值矢量为

$$\mu_0 = (\mu_{00}, \mu_{01}) = \left(\frac{\sum_{(i, j) \in C_0(s, t)} i p_{ij}}{P_0}, \frac{\sum_{(i, j) \in C_0(s, t)} j p_{ij}}{P_0} \right) \quad (5)$$

$$\mu_1 = (\mu_{10}, \mu_{11}) = \left(\frac{\sum_{(i, j) \in C_1(s, t)} i p_{ij}}{P_1}, \frac{\sum_{(i, j) \in C_1(s, t)} j p_{ij}}{P_1} \right) \quad (6)$$

二维直方图上总的均值矢量为

$$\mu_T = (\mu_{T0}, \mu_{T1}) = \left(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} i p_{ij}, \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} j p_{ij} \right) \quad (7)$$

容易证明

$$P_0 + P_1 = 1 \quad (8)$$

$$\mu_T = P_0 \mu_0 + P_1 \mu_1 \quad (9)$$

定义类间的离差矩阵

$$S_B = P_0 [(\mu_0 - \mu_T)(\mu_0 - \mu_T)^T] + P_1 [(\mu_1 - \mu_T)(\mu_1 - \mu_T)^T]$$

$$= P_0 \begin{bmatrix} (\mu_{00} - \mu_{T0})^2 & (\mu_{00} - \mu_{T0})(\mu_{01} - \mu_{T1}) \\ (\mu_{00} - \mu_{T0})(\mu_{01} - \mu_{T1}) & (\mu_{01} - \mu_{T1})^2 \end{bmatrix}$$

$$+ P_1 \begin{bmatrix} (\mu_{10} - \mu_{70})^2 & (\mu_{10} - \mu_{70})(\mu_{11} - \mu_{71}) \\ (\mu_{10} - \mu_{70})(\mu_{11} - \mu_{71}) & (\mu_{11} - \mu_{71})^2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

使用 S_B 的迹作为类间的离散度测度,有

$$\begin{aligned} \text{tr} S_B &= P_0 [(\mu_{00} - \mu_{70})^2 + (\mu_{01} - \mu_{71})^2] \\ &\quad + P_1 [(\mu_{10} - \mu_{70})^2 + (\mu_{11} - \mu_{71})^2] \\ &= P_0 \left[\left(\frac{\mu_i}{P_0} - \mu_{70} \right)^2 + \left(\frac{\mu_j}{P_0} - \mu_{71} \right)^2 \right] \\ &\quad + P_1 \left[\left(\frac{\mu_{70} - \mu_i}{P_1} - \mu_{70} \right)^2 + \left(\frac{\mu_{71} - \mu_j}{P_1} - \mu_{71} \right)^2 \right] \\ &= \frac{(\mu_i - P_0 \mu_{70})^2 + (\mu_j - P_0 \mu_{71})^2}{P_0} \\ &\quad + \frac{(\mu_i - P_0 \mu_{70})^2 + (\mu_j - P_0 \mu_{71})^2}{P_1} \\ &= \frac{(\mu_i - P_0 \mu_{70})^2 + (\mu_j - P_0 \mu_{71})^2}{P_0(1 - P_0)} \end{aligned} \quad (11)$$

这里 $\mu_i = \sum_{(i,j) \in C_0(s,t)} i P_{ij}$, $\mu_j = \sum_{(i,j) \in C_0(s,t)} j P_{ij}$.

最佳阈值 (s^*, t^*) 由下式确定

$$(s^*, t^*) = \arg \max_{\substack{0 \leq s < L-1 \\ 0 \leq t < L-1}} \text{tr} S_B(s, t) \quad (12)$$

另外,从图 4 可以得出,传统的二维 Otsu 可以看成是曲线 Otsu 法的一个特例,即曲线 $r(i, j)$ 取为 $(s, 0)$ 到 (s, t) 再到 $(0, t)$ 构成的折线. 在曲线 Otsu 法中,如何选择曲线 $r(i, j)$ 是一个关键问题,一种简便的方式是取 $r(i, j)$ 为过 (s, t) 且垂直于二维直方图的定义域对角线的直线. 这时我们得到的阈值不再是一个点,而是一条 $i + j = s^* + t^*$ 的直线,根据这条直线对原始图像进行分割,像元的归类方式为

$$f_T(x, y) = \begin{cases} 0 & i + j \leq s^* + t^* \\ L - 1 & i + j > s^* + t^* \end{cases} \quad (13)$$

其中 $f_T(x, y)$ 表示分割后的图像. 前面已经指出传统二维 Otsu 方法对于图 1 中的区域 3、4 的不同赋值会导致不同的分割结果,显然曲线阈值型 Otsu 不会出现这种问题. 为了使用上的方便,本文称基于直线进行阈值选取的方法为二维直线阈值型 Otsu 法.

4 快速算法

和传统 Otsu 法一样,用穷举搜索的方法得到二维直线阈值型 Otsu 法最佳阈值的计算量是很大的,为此下面给出递推算法. 为了进一步提高速度,在递推算法的基础上,又给出了利用小波变换和递推算法相结合的快速算法.

4.1 递推算法

在二维直线阈值型 Otsu 法中,对于每一个 (s, t) , $P_0(s, t)$, $\mu_i(s, t)$ 和 $\mu_j(s, t)$ 每次都从 $(0, 0)$ 累积到 (s, t) ,这其中包含了大量的重复计算. 从式(3)可以看出,

$P_0(s, t)$ 就是二维直方图中所有满足 $\{(i, j) | i + j = s + t\}$ 像素点概率的累积和. 二维直方图如图 5 所示,其中, r , r_1 和 r_2 分别表示过点 (s, t) , $(s - 1, t - 1)$, $(s - 1, t)$ (或 $(s, t - 1)$, 因为点 $(s - 1, t)$ 和 $(s, t - 1)$ 确定的是同一条阈值线). 从图 5(a) 可以看出,要得到 $P_0(s, t)$ 的值,只需在 $P_0(s - 1, t)$ 的基础上,再叠加直线 $i + j = s + t$ 上像素点的相应值即可,所以 $P_0(s, t)$ 的迭代公式可表示为

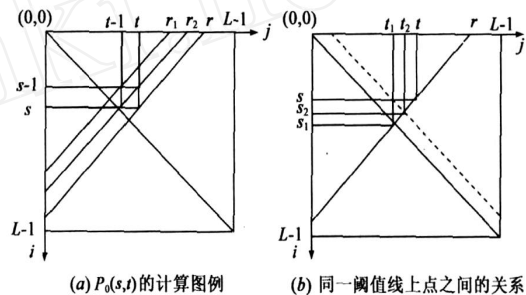


图 5 直线阈值型 Otsu 法二维直方图区域

$$P_0(0, 0) = P_{00}, \quad s = 0 \quad (14)$$

$$P_0(s, t) = P_0(s - 1, t) + \sum_{i+j=s+t} P_{ij}, \quad s > 0 \quad (15)$$

从图 5(b) 可以看出,直线 r 与二维直方图的主对角线(实线)和次对角线(虚线)分别垂直相交于点 (s_1, t_1) 和 (s_2, t_2) 处,易得到 $s_1 + t_1 = s_2 + t_2 = s + t$,所以可以得出这三个点确定了同一条阈值线. 如果 $s + t$ 是一个偶数,我们可以把对角线上的 (s_1, t_1) 作为 (s, t) 的代表点;如果 $s + t$ 是一个奇数,我们可以把次对角线上的 (s_2, t_2) 作为 (s, t) 的代表点. 综上所述,二维直线阈值型 Otsu 法的递推公式可以表述为:

$$P_0(0, 0) = P_{00}, \quad s = 0 \quad (16)$$

$$P_0(s - 1, s) = P_0(s - 1, s - 1) + \sum_{i+j=2s-1} P_{ij}, \quad s > 0 \quad (17)$$

$$P_0(s, s) = P_0(s - 1, s) + \sum_{i+j=2s} P_{ij}, \quad s > 0 \quad (18)$$

$$\mu_i(0, 0) = 0, \quad s = 0 \quad (19)$$

$$\mu_i(s - 1, s) = \mu_i(s - 1, s - 1) + \sum_{i+j=2s-1} i P_{ij}, \quad s > 0 \quad (20)$$

$$\mu_i(s, s) = \mu_i(s - 1, s) + \sum_{i+j=2s} i P_{ij}, \quad s > 0 \quad (21)$$

$$\mu_j(0, 0) = 0, \quad s = 0 \quad (22)$$

$$\mu_j(s - 1, s) = \mu_j(s - 1, s - 1) + \sum_{i+j=2s-1} j P_{ij}, \quad s > 0 \quad (23)$$

$$\mu_j(s, s) = \mu_j(s - 1, s) + \sum_{i+j=2s} j P_{ij}, \quad s > 0 \quad (24)$$

最佳阈值 (s^*, t^*) 的确定不必遍历整个二维直方图,只需遍历二维直方图的主对角线和一条次主对角线,与传统 Otsu 法的递推算法相比,搜索空间由个 $L \times L$ 点减少到 $2L - 1$ 个点.

4.2 基于小波变换的直线阈值型 Otsu 法

小波变换是近年来国际上一个非常热门的前沿研

究领域,是继 Fourier 分析之后的又一个突破性进展.小波变换能有效地对二维信号进行二次采样,同时能很好的保留原始信号的低频分量. Wang 等人^[8]已经成功地把小波分解应用于二维熵阈值分割中,这里我们把小波分解应用于直线阈值型 Otsu 法,用来进一步提高分割速度.我们采用两个步骤来求取最佳阈值(s^* , t^*). 第一步,将二维直方图(此时二维直方图中任意一点的值代表的是 (i, j) 出现的频数)进行 n 层小波分解,得到大小为 $L/2^n \times L/2^n$ 的二维直方图的低频分量,然后将得到的低频分量作为新的直方图利用前面的快速递推算法求解出临时阈值点 (s, t) . 第二步,利用第一步求出的临时阈值点 (s, t) ,最佳阈值(s^* , t^*)应位于以 $(2^n \times s, 2^n \times t)$ 为中心,高度和宽度均为 2×2^n 的正方形区域内,运用前面的快速递推算法求出最佳阈值(s^* , t^*). 应注意,此时还是在原始的二维灰度直方图上进行阈值选取,只是寻优的范围变成以 $(2^n \times s, 2^n \times t)$ 为中心,高度和宽度均为 2×2^n 的正方形区域.

5 实验结果及分析

仿真实验是在 Matlab 环境下,在奔腾 4、3.2G 微处理器上进行的.

在仿真实验一中我们分别采用传统的 Otsu 法、带后处理的 Otsu 方法^[6]以及直线阈值型 Otsu 法(这里指未采用小波变换的直线阈值型 Otsu 法)对图像进行分割.实验图像采用细菌图和 SAR 图像,尺寸分别为 178×178 和 340×340 .

细菌图的实验结果如图 6 所示.对于细菌图,带后处理的传统 Otsu 法的分割效果是很不理想的,传统 Otsu 法和直线阈值型 Otsu 法均能够把细菌从背景中分离出来,直线阈值型 Otsu 法相对于传统 Otsu 法能够更好的去除噪声的影响,能够获得更加平滑的细菌边缘.

SAR 图像的实验结果如图 7 所示.尽管这幅 SAR 图像中存在很大的噪声,直线阈值型 Otsu 法仍然能够很好地分离出河流及其分支,传统 Otsu 法分割结果也是可接受的,只是在河流处还存在一些噪声点,带后处理的传统 Otsu 法的分割结果是不理想的.

综合图 6 和图 7 的实验结果,直线阈值型 Otsu 法之所以取得比其它方法更好的效果,是因为此方法考虑了边界区域的信息对分割结果的影响,以直线作为阈

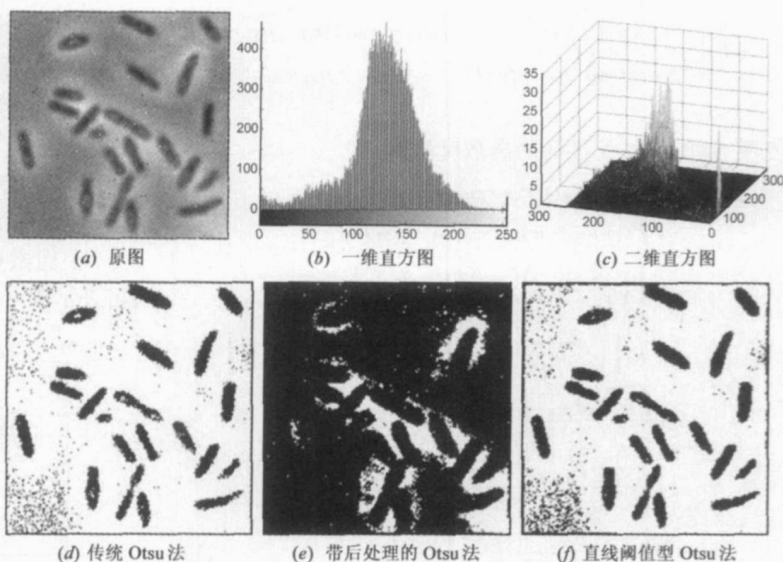


图 6 细菌图分割结果

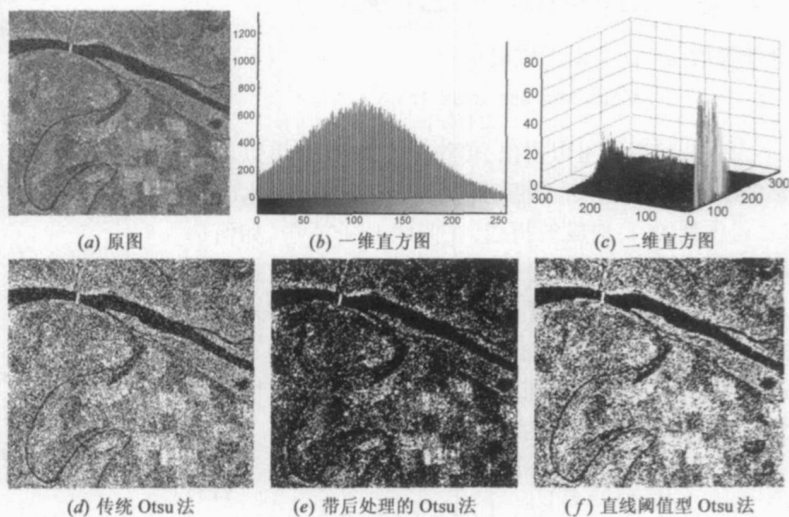


图 7 SAR 图分割结果

值对图像进行分割,能较好地处理噪声的影响.

表 1 三种算法计算时间及阈值的比较(ms)

图像	小波递归算法					递归算法		穷举搜索	
	第 1 步		第 2 步		总体				
	时间	阈值	时间	阈值	时间	时间	阈值	时间	阈值
细菌	226	(14, 14)	212	(111, 111)	438	715	(105, 105)	137907	(105, 105)
SAR	255	(12, 13)	243	(107, 108)	498	720	(107, 108)	138900	(107, 108)

在仿真实验二中,对于直线阈值型 Otsu 法,分别采用小波递归算法(三层小波分解)、递归算法、穷举搜索算法进行比较(结果见表 1).从表 1 可以看出,小波递归算法、递归算法在计算时间上远远少于穷举搜索算法.小波递归算法、递归算法所确定出的阈值在大多数情况下是相同的,对于某些图像,小波递归算法确定出的阈值会产生一些偏差(见表 1 细菌图的阈值结果),所以从算法的稳定上看,递归算法要优于小波递归算法.

6 结论

本文提出的曲线阈值型 Otsu 法,充分考虑了边界区域的信息对分割结果的影响,避免了“点对”阈值带来的问题,仿真实验证明具有较好的分割效果,是一个有实用价值的分割方法。我们也对其它的大量图像进行了实验,结果表明本文方法的分割效果不劣于 Otsu 法。本文中曲线选取为直线,使得递推公式的获得简单方便。除直线外,如何选取合适的阈值曲线,是一个值得考虑的问题。

参考文献:

- [1] Sahoo P K, Soltani S, Wong A K C, Chen Y C. A survey of thresholding techniques[J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1988, 41: 233 - 260.
- [2] Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms[J]. IEEE Transactions on System Man and Cybernetic, 1979, 9(1): 62 - 66.
- [3] 刘健庄, 粟文青. 灰度图像的二维 Otsu 自动阈值分割法[J]. 自动化学报, 1993, 19(1): 101 - 105.
Liu Jianzhuang, Su Wenqing. The automatic thresholding of gray-level picture via two-dimensional Otsu method[J]. Acta Automatica Sinica, 1993, 19(1): 101 - 105. (in Chinese)
- [4] Gong Jian, Li Li yuan, Chen Wei nan. Fast recursive algorithm for two-dimensional thresholding [J]. Pattern Recognition, 1998, 31(3): 295 - 300.
- [5] 王培珍, 杨维翰. 图像分割的分层处理方案[J]. 安徽工业大学学报, 2002, 3(19): 205 - 208.
Wang Pei zhen, Yang Wei han. Image segmentation based on multi-level technique[J]. Journal of Anhui University of Technology, 2002, 3(19): 205 - 208. (in Chinese)
- [6] 杨恬, 李德芳. 灰度图像的二维 Otsu 自动阈值分割研究[J]. 西南师范大学学报, 1998, 23(16): 658 - 662.
Yang Tian, Li Defang. Study of two-dimensional Otsu thresholding for grey image segmentation[J]. Journal of Southwest China Normal University, 1998, 23(6): 658 - 662. (in Chinese)
- [7] 靳宏磊, 朱蔚萍, 李立源, 陈维南. 二维灰度直方图的最佳分割方法[J]. 模式识别与人工智能, 1999, 12(3): 329 - 333.
Jin Honglei, Zhu Weiping, Li Liyuan, Chen Weinan. The best thresholding on 2-D gray level histogram[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence. 1999, 12(3): 329 - 333. (in Chinese)
- [8] Wang Qing, Wang Qiu Rang, et al. A fast 2D entropic thresholding method by wavelet decomposition[A]. The Proceedings of 2002 International Conference on Image Processing [C]. Rochester, New York, 2002, 3: 265 - 268.

作者简介:



范九伦 男, 1964 年 11 月出生于陕西省西安市, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为模糊集理论、模糊信息处理、模式识别与图像处理。E-mail: jiulunf@xjyou.edu.cn



赵凤 女, 1980 年 11 月出生于黑龙江省桦南县, 2004 年毕业于黑龙江大学计算机科学技术学院, 现为西安邮电学院信号与信息处理专业在读硕士研究生, 主要研究方向为模糊信息处理、数字图像处理。E-mail: fengz1119@sina.com