

# 一类非线性时滞系统的鲁棒 $H_\infty$ 滤波器设计

马大中, 张化光, 王占山, 冯 健

(东北大学信息科学与工程学院, 辽宁沈阳 110004)

**摘 要:** 研究了满足下列条件的时滞系统的鲁棒  $H_\infty$  滤波问题: 假设系统的参数矩阵带有不确定性, 且不确定参数是时变且范数有界的. 在系统的状态与输出中同时都含有非线性无穷分布时滞与离散时滞. 在设计滤波器的过程中, 引入了一个新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函. 通过线性矩阵不等式技术, 提出了参数不确定时滞系统的鲁棒  $H_\infty$  滤波器存在的时滞依赖条件. 鲁棒  $H_\infty$  滤波器可以保证带有参数不确定性的滤波误差系统是渐近稳定的, 并且满足给定的  $H_\infty$  性能指标. 通过仿真的研究证明了该方法的有效性.

**关键词:** 无穷分布时滞; 鲁棒  $H_\infty$  滤波器; 时滞依赖; 线性矩阵不等式; 时滞系统

**中图分类号:** TP302.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2010) 09-2172-07

## The Robust $H$ -Infinity Filter Design for a Class of Nonlinear Time-Delay Systems

MA Da-zhong, ZHANG Hua-guang, WANG Zhan-shan, FENG Jian

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110004, China)

**Abstract:** The problem of robust  $H$ -infinity filter is researched for a class of uncertain time-delay systems, which are subject to norm-bounded and time-varying parameter uncertainties. Discrete time delay and infinite distributed delay are in both the state and measurement equations of parameter uncertain time-delay system. A Lyapunov-Krasovskii functional is introduced during the design procedure of filter. A delay-dependent condition based on Linear Matrix Inequality is proposed for robust  $H$ -infinity filter of parameter uncertain time-delay system. The robust  $H$ -infinity filter can guarantee that the resulting filter error system with parameter uncertainties is asymptotical stable and satisfies a prescribed  $H$ -infinity performance level. Simulation results show that the proposed design method for filter is effective.

**Key words:** infinite distributed delay; robust  $H$ -infinity filter; delay-dependent; linear matrix inequality (LMI); time-delay systems

## 1 引言

近年来, 关于信号处理的滤波问题已经受到了越来越多的关注. Kalman 滤波和  $H_\infty$  滤波是被人们广泛关注的两个研究热点<sup>[1~7]</sup>. Kalman 滤波方法主要是基于最小方差的估计, 要求知道精确的系统模型与噪声的统计特性, 但是在实际的过程中却无法知道系统噪声与测量噪声, 而且也很难建立复杂系统的精确模型. 与 Kalman 滤波方法相比,  $H_\infty$  滤波不需要知道系统外部噪声的先验知识也不要求精确的数学模型, 只要求系统的扰动有界即可<sup>[1]</sup>, 这些特性使得  $H_\infty$  滤波在工程应用中有着十分重要的应用.

在许多的实际系统中, 时滞的存在都是一种不可避免的现象, 如通讯系统、电力系统、化工系统及生物系统等<sup>[8]</sup>. 因为时滞现象是引起系统的不稳定以及使系统的性能指标变坏的主要因素之一, 所以许多的科研人员都

在对时滞系统的控制、滤波和稳定性问题进行研究<sup>[8,9]</sup>. 通过所得到的判断条件是否与时滞相关可以把这些研究分为两类, 分别是时滞独立与时滞依赖. 由于在时滞依赖的条件中包含有与时滞相关的信息, 尤其是在系统的时滞比较小的情况下, 它的保守性要比时滞独立的要小, 因此时滞依赖的稳定条件得到人们的广泛关注. 文献[3]针对连续时不变的时滞系统通过模型变换的方法设计了  $H_\infty$  滤波器. 文献[4]和[5]针对非线性时滞离散系统和带有多时滞的非线性系统分别进行了模糊鲁棒  $H_\infty$  滤波器的设计. 文献[6]和[7]针对有限分布时滞的系统分别设计了时滞独立和时滞依赖的鲁棒  $H_\infty$  滤波器. 据我们所知, 已经有文献对带有无穷分布时滞的控制问题进行了研究<sup>[10,11]</sup>, 但是在文献中还没有对带有无穷分布时滞的参数不确定系统的鲁棒  $H_\infty$  滤波器进行设计. 然而由于无穷分布时滞确实存在于实际的系统如运动图像处理 and 联想记忆等系统中, 并且从客

观事实来看,带有无穷分布时滞的非线性系统包含了  $n$  个带有时滞的非线性系统,其它离散时滞系统及有限分布时滞系统是其特例,因此研究无穷分布时滞系统的滤波问题具有重要的意义,但是现有的针对于离散及有限分布时滞的滤波器设计方法并不适用于处理无穷分布时滞的情况.

基于上述讨论,本文的主要目的就是针对一类带有无穷分布时滞的不确定非线性系统的鲁棒  $H_\infty$  滤波器设计问题进行研究.所设计的鲁棒  $H_\infty$  滤波器可以使滤波误差系统渐近稳定,并使系统的  $H_\infty$  性能指标小于预先设定的值.通过仿真的例子证明了设计方法的有效性.

## 2 问题描述

考虑一类带有非线性无穷分布时滞和离散时滞的参数不确定系统如下所示:

$$\dot{x}_i(t) = \sum_{j=1}^n [(a_{ij} + \Delta a_{ij})x_j(t) + (a_{ij}^1 + \Delta a_{ij}^1)x_j(t - \tau) + (a_{ij}^2 + \Delta a_{ij}^2) \int_{-\infty}^t k_j(t-s)f_j(x_j(s))ds] \quad (1)$$

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^n [(c_{ij} + \Delta c_{ij})x_j(t) + (c_{ij}^1 + \Delta c_{ij}^1)x_j(t - \tau) + (c_{ij}^2 + \Delta c_{ij}^2) \int_{-\infty}^t k_j(t-s)f_j(x_j(s))ds] \quad (2)$$

$$z_i(t) = \sum_{j=1}^n [d_{ij}x_j(t) + d_{ij}^1x_j(t - \tau)] \quad (3)$$

其中  $x_i(t)$  是系统的状态变量,  $y_i(t)$  是系统的测量输出变量,  $z_i(t)$  是系统需要估计的信号变量,  $a_{ij}, a_{ij}^1, a_{ij}^2, c_{ij}, c_{ij}^1, c_{ij}^2, d_{ij}$  和  $d_{ij}^1$  为系统的系数,  $\tau > 0$  代表的是有界的离散时滞,核函数  $k_j(s)$  是一个定义在  $[0, +\infty)$  上的非负连续函数,且对任意的  $j$  都满足条件:

$$\int_0^\infty k_j(s)ds = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$\Delta$  表示不确定的算子.  $f_j(x_j(s))$  是  $x_j(s)$  的一个非线性函数且满足 Lipschitz 条件:

$$\|f_j(x_j(s))\| \leq l_j \|x_j(s)\| \quad (5)$$

其中  $f_j(0) = 0, j = 1, 2, \dots, n$ .

为了方便讨论并且考虑到系统外部的扰动,把系统式(1)~(3)写成如下矩阵向量的形式:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})\mathbf{x}(t) + (\mathbf{A}_1 + \Delta\mathbf{A}_1)\mathbf{x}(t - \tau) + (\mathbf{A}_2 + \Delta\mathbf{A}_2) \cdot \int_{-\infty}^t \mathbf{K}(t-s)\mathbf{f}(\mathbf{x}(s))ds + \mathbf{B}_1\mathbf{w}(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{y}(t) = (\mathbf{C} + \Delta\mathbf{C})\mathbf{x}(t) + (\mathbf{C}_1 + \Delta\mathbf{C}_1)\mathbf{x}(t - \tau) + (\mathbf{C}_2 + \Delta\mathbf{C}_2) \cdot \int_{-\infty}^t \mathbf{K}(t-s)\mathbf{f}(\mathbf{x}(s))ds + \mathbf{B}_2\mathbf{w}(t) \quad (7)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{D}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_1\mathbf{x}(t - \tau) \quad (8)$$

$$\mathbf{x}(t) = \varphi(t), \forall t \in [-\tau, 0] \quad (9)$$

其中  $\mathbf{x}(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$  是系统的状态,  $\mathbf{y}(t)$

$= [y_1, y_2, \dots, y_r]^T \in R^r$  是系统的测量输出,  $\mathbf{z}(t) \in R^r$  是被估计的信号,  $\mathbf{w}(t) \in R^n$  是系统外部干扰输入,  $\mathbf{A} = (a_{ij}), \mathbf{A}_1 = (a_{ij}^1), \mathbf{A}_2 = (a_{ij}^2), \mathbf{C} = (c_{ij}), \mathbf{C}_1 = (c_{ij}^1), \mathbf{C}_2 = (c_{ij}^2), \mathbf{D} = (d_{ij}), \mathbf{D}_1 = (d_{ij}^1), \mathbf{B}_1$  和  $\mathbf{B}_2$  是适当维数的已知矩阵,  $\Delta\mathbf{A} = (\Delta a_{ij}), \Delta\mathbf{A}_1 = (\Delta a_{ij}^1), \Delta\mathbf{A}_2 = (\Delta a_{ij}^2), \Delta\mathbf{C} = (\Delta c_{ij}), \Delta\mathbf{C}_1 = (\Delta c_{ij}^1)$  和  $\Delta\mathbf{C}_2 = (\Delta c_{ij}^2)$  表示系统的时变参数不确定性且:

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{A} & \Delta\mathbf{A}_1 & \Delta\mathbf{A}_2 \\ \Delta\mathbf{C} & \Delta\mathbf{C}_1 & \Delta\mathbf{C}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} \mathbf{F}(t) \begin{bmatrix} \mathbf{N}_1 & \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_3 \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中  $\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$  和  $\mathbf{N}_3$  是维数适当的已知矩阵.  $\mathbf{F}(t)$  是未知的矩阵且满足  $\mathbf{F}^T(t)\mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}, \mathbf{I}$  为适当维数的单位矩阵.  $\mathbf{K}(s) = \text{diag}(k_1(s), k_2(s), \dots, k_n(s))$  为对角矩阵.  $\varphi(t)$  是定义在  $[-\tau, 0]$  上的初始函数.

下面对于带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统,设计如下形式的滤波器:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_f\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}_f\mathbf{y}(t) \quad (11)$$

$$\hat{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{C}_f\hat{\mathbf{x}}(t) \quad (12)$$

其中  $\hat{\mathbf{x}}(t) \in R^n$  为观测器的状态,  $\hat{\mathbf{z}}(t) \in R^r$  为系统的观测输出,  $\mathbf{A}_f, \mathbf{B}_f$  和  $\mathbf{C}_f$  为需要设计的滤波器参数.

定义一个估计信号的误差函数:

$$\tilde{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{z}(t) - \hat{\mathbf{z}}(t) \quad (13)$$

令  $\mathbf{e}(t) = (\mathbf{x}(t)^T \quad \hat{\mathbf{x}}(t)^T)^T$ , 可以得到滤波器误差系统如下所示:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \bar{\mathbf{A}}(t)\mathbf{e}(t) + \bar{\mathbf{A}}_1(t)\mathbf{H}\mathbf{e}(t - \tau) + \bar{\mathbf{A}}_2(t) \cdot \int_{-\infty}^t \mathbf{K}(t-s)\mathbf{H}\mathbf{f}(\mathbf{e}(s))ds + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{w}(t) \quad (14)$$

$$\tilde{\mathbf{z}}(t) = \bar{\mathbf{D}}\mathbf{e}(t) + \bar{\mathbf{D}}_1\mathbf{H}\mathbf{e}(t - \tau) \quad (15)$$

其中:  $\bar{\mathbf{A}}(t) = \bar{\mathbf{A}} + \Delta\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{A}}_1(t) = \bar{\mathbf{A}}_1 + \Delta\bar{\mathbf{A}}_1, \bar{\mathbf{D}}_1 = \mathbf{D}_1,$

$$\bar{\mathbf{A}}_2(t) = \bar{\mathbf{A}}_2 + \Delta\bar{\mathbf{A}}_2, \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f\mathbf{C} & \mathbf{A}_f \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_f\mathbf{C}_1 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{A}}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B}_f\mathbf{C}_2 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{D}} = [\mathbf{D} \quad -\mathbf{C}_f], \mathbf{H} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}],$$

$$\Delta\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f\Delta\mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \Delta\bar{\mathbf{A}}_1 = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{A}_1 \\ \mathbf{B}_f\Delta\mathbf{C}_1 \end{bmatrix},$$

$$\Delta\bar{\mathbf{A}}_2 = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B}_f\Delta\mathbf{C}_2 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_f\mathbf{B}_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{e}(s)) = [\mathbf{f}^T(\mathbf{x}(s)) \quad \mathbf{f}^T(\hat{\mathbf{x}}(s))]^T.$$

本文的鲁棒  $H_\infty$  滤波器的设计问题可以归结为:给定一个带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统式(6)~(8)和鲁棒  $H_\infty$  性能指标  $\gamma > 0$ , 设计形如式(11)和式(12)的鲁棒  $H_\infty$  滤波器, 保证滤波器误差系统式(14)是稳定的且在零初始条件下对于所有非零的扰动  $\mathbf{w}(t) \in L_2[0, \infty)$  和满足给定条件的参数不确定式(10)达到如下的性能指标:

$$\|\tilde{z}\|_2 \leq \gamma \|\mathbf{w}\|_2 \quad (16)$$

其中鲁棒  $H_\infty$  滤波器的存在条件是时滞依赖的. 在给出本文所要设计的鲁棒  $H_\infty$  滤波器的设计方法以前, 先给出本文所要用到的几个引理.

**引理 1**<sup>[12]</sup> 对于给定的任意对称正定矩阵  $\mathbf{\Omega} \in R^{m \times m}$ , 标量  $\sigma$  和给定的向量函数  $\omega \in R^m$ , 如下的不等式成立:

$$\sigma \int_0^\sigma \omega^T(s) \mathbf{\Omega} \omega(s) ds \geq \left( \int_0^\sigma \omega(s) ds \right)^T \mathbf{\Omega} \left( \int_0^\sigma \omega(s) ds \right) \quad (17)$$

**引理 2**<sup>[12]</sup> (柯西不等式) 对于任意给定的函数  $p(x)$  和  $q(x)$ , 有下面的不等式成立:

$$\left( \int_{-\infty}^t p(x) q(x) dx \right)^2 \leq \int_{-\infty}^t p(x)^2 dx \int_{-\infty}^t q(x)^2 dx \quad (18)$$

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & H^T S_1 & \bar{P}\bar{B} \\ * & S_2 + S_2^T - P_1 & S_2 & 0 \\ * & * & -\tau^{-1} P_2 & 0 \\ * & * & * & -\gamma^2 I \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \end{bmatrix}$$

则滤波器误差系统式(14)、(15)是稳定的并且满足  $H_\infty$  性能指标  $\|\tilde{z}\|_2 \leq \gamma \|\mathbf{w}\|_2$ , 其中:

$$\begin{aligned} \gamma_{11} &= \bar{P}\bar{A} + \bar{A}^T \bar{P} + H^T (LQL + P_1 - S_1^T - S_1) H, \\ \gamma_{12} &= \bar{P}\bar{A}_1 + H^T (S_1 - S_2^T), \bar{M}_1 = [M_1^T \quad (B_f M_2)^T]^T, \\ \tilde{N}_1 &= [N_1 \quad 0], \tilde{N}_2 = N_2, \tilde{N}_3 = N_3. \end{aligned}$$

**证明** 首先证明系统的稳定性, 不考虑外部的干扰即  $\mathbf{w}(t) = 0$ , 则误差系统可以写成下式:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \bar{A}(t) \mathbf{e}(t) + \bar{A}_1(t) \mathbf{H} \mathbf{e}(t - \tau) + \bar{A}_2(t) \\ &\quad \cdot \int_{-\infty}^t \mathbf{K}(t-s) \mathbf{H} \mathbf{f}(\mathbf{e}(s)) ds \end{aligned} \quad (22)$$

定义如下的 Lyapunov-Krasovskii 函数:

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t) \quad (23)$$

$$\text{其中: } V_1(t) = \mathbf{e}(t)^T \mathbf{P} \mathbf{e}(t) \quad (24)$$

$$V_2(t) = \int_{t-\tau}^t \mathbf{e}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{H} \mathbf{e}(s) ds \quad (25)$$

$$V_3(t) = \int_{-\tau}^0 \int_{t+\beta}^t \dot{\mathbf{e}}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{H} \dot{\mathbf{e}}(s) ds d\beta \quad (26)$$

$$V_4(t) = \sum_{j=1}^n q_j \int_0^\infty k_j(\sigma) \int_{t-\sigma}^t f_j^2(x_j(r)) dr d\sigma \quad (27)$$

把  $V_i(t)$  沿着式(22)求导可得,  $i = 1, 2, 3, 4$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= 2\mathbf{e}(t)^T \mathbf{P} (\bar{A}(t) \mathbf{e}(t) + \bar{A}_1(t) \mathbf{H} \mathbf{e}(t - \tau) \\ &\quad + \bar{A}_2(t) \mathbf{H} \int_{-\infty}^t \mathbf{K}(t-s) \mathbf{f}(\mathbf{e}(s)) ds) \end{aligned} \quad (28)$$

**引理 3**<sup>[12]</sup> 给定适当维数的矩阵  $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^T$ ,  $\mathbf{M}$  和  $\mathbf{N}$ , 当且仅当存在一个标量  $\epsilon > 0$  满足下面的条件:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} + \epsilon \mathbf{M}^T \mathbf{M} + \epsilon^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{N} &= \mathbf{Z} + \epsilon^{-1} (\epsilon \mathbf{M}^T) (\epsilon \mathbf{M}) \\ &\quad + \epsilon^{-1} \mathbf{N}^T, \mathbf{N} < 0 \end{aligned} \quad (19)$$

则对于所有满足条件  $\mathbf{F}^T \mathbf{F} \leq \mathbf{I}$  的  $\mathbf{F}$ , 有下式成立:

$$\mathbf{Z} + \mathbf{M}^T \mathbf{F} \mathbf{N} + \mathbf{N}^T \mathbf{F}^T \mathbf{M} < 0 \quad (20)$$

### 3 滤波器的设计

下面将给出本文的主要结果.

**定理 1** 在零初始条件下, 对于任意的  $\mathbf{w}(t) \in L_2[0, \infty)$  和满足给定条件的参数不确定, 给定  $\gamma \geq \gamma_{\min}$ ,  $\tau > 0$ , 如果存在标量  $\epsilon > 0$ , 对称正定矩阵  $\mathbf{P} > 0$ ,  $\mathbf{P}_1 > 0$ ,  $\mathbf{P}_2 > 0$  和对角矩阵  $\mathbf{Q} = \text{diag}[q_j] > 0$  满足如下的矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}\bar{A}_2 & \bar{A}^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 & \bar{D}^T & \bar{P}\bar{M}_1 & \epsilon \tilde{N}_1^T \\ 0 & \bar{A}_1^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 & \bar{D}_1^T & 0 & \epsilon \tilde{N}_2^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{B}^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathbf{Q} & \bar{A}_2^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 & 0 & 0 & \epsilon \tilde{N}_3^T \\ * & -\tau^{-1} \mathbf{P}_2 & 0 & \mathbf{P}_2 \tilde{H} \tilde{M}_1 & 0 \\ * & * & -\mathbf{I} & 0 & 0 \\ * & * & * & -\epsilon \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & -\epsilon \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

$$\dot{V}_2(t) = \mathbf{e}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{H} \mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(t - \tau)^T \mathbf{H} \mathbf{P}_1 \mathbf{H} \mathbf{e}(t - \tau) \quad (29)$$

$$\dot{V}_3(t) = \tau \dot{\mathbf{e}}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{H} \dot{\mathbf{e}}(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{\mathbf{e}}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{H} \dot{\mathbf{e}}(s) ds \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) &= \sum_{j=1}^n q_j \int_0^\infty k_j(\sigma) f_j^2(x_j(t)) d\sigma - \sum_{j=1}^n q_j \\ &\quad \cdot \int_0^\infty k_j(\sigma) f_j^2(x_j(t - \sigma)) d\sigma \end{aligned} \quad (31)$$

根据引理 1 我们可以得到

$$\begin{aligned} &\int_{t-\tau}^t \dot{\mathbf{e}}(s)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{H} \dot{\mathbf{e}}(s) ds \\ &\geq \tau^{-1} \left( \int_{t-\tau}^t \mathbf{H} \dot{\mathbf{e}}(s) ds \right)^T \mathbf{P}_2 \left( \int_{t-\tau}^t \mathbf{H} \dot{\mathbf{e}}(s) ds \right) \end{aligned} \quad (32)$$

由于  $\|\mathbf{f}(x(s))\| \leq L \|\mathbf{x}(s)\|$ , 其中  $L = \text{diag}[l_j]$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ . 根据引理 2, 我们可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) &= \mathbf{f}^T(\mathbf{x}(t)) \mathbf{Q} \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) - \sum_{j=1}^n q_j \int_0^\infty k_j(\sigma) d\sigma \\ &\quad \cdot \int_0^\infty k_j(\sigma) f_j^2(x_j(t - \sigma)) d\sigma \\ &\leq \mathbf{e}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L} \mathbf{H} \mathbf{e}(t) \\ &\quad - \sum_{j=1}^n q_j \left( \int_0^\infty k_j(\sigma) f_j(x_j(t - \sigma)) d\sigma \right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \mathbf{e}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L} \mathbf{H} \mathbf{e}(t) \\
&\quad - \left( \int_{-\infty}^t \mathbf{K}(t-s) \mathbf{H} \mathbf{f}(\mathbf{e}(s)) \mathrm{d}s \right)^T \\
&\quad \cdot \mathbf{Q} \left( \int_{-\infty}^t \mathbf{K}(t-s) \mathbf{H} \mathbf{f}(\mathbf{e}(s)) \mathrm{d}s \right) \quad (33)
\end{aligned}$$

根据牛顿-莱布尼兹公式,有如下式子成立:

$$\int_{t-\tau}^t \dot{\mathbf{e}}(s) \mathrm{d}s = \mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(t-\tau) \quad (34)$$

结合式(28)~(34)可以得到如下的式子:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) &= \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) + \dot{V}_4(t) \\
&\leq 2\mathbf{e}(t)^T \mathbf{P} [\bar{\mathbf{A}}(t) \mathbf{e}(t) + \bar{\mathbf{A}}_1(t) \mathbf{H} \mathbf{e}(t-\tau) \\
&\quad + \bar{\mathbf{A}}_2(t) \boldsymbol{\rho}_1(t)] + \mathbf{e}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{H} \mathbf{e}(t) \\
&\quad - \mathbf{e}(t-\tau)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_1 \mathbf{H} \mathbf{e}(t-\tau) \\
&\quad + \tau \dot{\mathbf{e}}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 \mathbf{H} \dot{\mathbf{e}}(t) - \tau^{-1} \boldsymbol{\rho}_2(t)^T \mathbf{P}_2 \boldsymbol{\rho}_2(t) \\
&\quad + \mathbf{e}(t)^T \mathbf{H}^T \mathbf{L}^T \mathbf{Q} \mathbf{L} \mathbf{H} \mathbf{e}(t) - \boldsymbol{\rho}_1(t)^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\rho}_1(t) \\
&\quad + 2\mathbf{e}^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{S}_1 \boldsymbol{\rho}_2(t) - 2\mathbf{e}^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{S}_1 \mathbf{H} (\mathbf{e}(t) \\
&\quad - \mathbf{e}(t-\tau)) + 2\mathbf{e}^T(t-\tau) \mathbf{H}^T \mathbf{S}_2 \boldsymbol{\rho}_2(t) \\
&\quad - 2\mathbf{e}^T(t-\tau) \mathbf{H}^T \mathbf{S}_2 \mathbf{H} (\mathbf{e}(t) - \mathbf{e}(t-\tau))
\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix}
\tilde{\gamma}_{11} & \tilde{\gamma}_{12} & \mathbf{H}^T \mathbf{S}_1 & \mathbf{P} \bar{\mathbf{B}} & \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_2(t) & \bar{\mathbf{A}}^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 & \bar{\mathbf{D}}^T \\
* & -\mathbf{P}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_2 & 0 & 0 & \bar{\mathbf{A}}_1^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 & \bar{\mathbf{D}}_1^T \\
* & * & -\tau^{-1} \mathbf{P}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & -\gamma^2 \mathbf{I} & 0 & \bar{\mathbf{B}}^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 & 0 \\
* & * & * & * & -\mathbf{Q} & \bar{\mathbf{A}}_2^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 & 0 \\
* & * & * & * & * & -\tau^{-1} \mathbf{P}_2 & 0 \\
* & * & * & * & * & * & -\mathbf{I}
\end{bmatrix} < 0 \quad (36)$$

根据式(36)我们可知下式成立,

$$\begin{bmatrix}
\tilde{\gamma}_{11} & \tilde{\gamma}_{12} & \mathbf{H}^T \mathbf{S}_1 & \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_2(t) & \bar{\mathbf{A}}^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 \\
* & -\mathbf{P}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_2 & 0 & \bar{\mathbf{A}}_1^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 \\
* & * & -\tau^{-1} \mathbf{P}_2 & 0 & 0 \\
* & * & * & -\mathbf{Q} & \bar{\mathbf{A}}_2^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{P}_2 \\
* & * & * & * & -\tau^{-1} \mathbf{P}_2
\end{bmatrix} < 0 \quad (37)$$

因此我们可以得到  $\Pi < 0$ , 进而可以判断出  $\dot{V}(t) < 0$ , 所以当干扰  $\mathbf{w}(t) = 0$  时, 对于  $\tau > 0$ , 滤波误差系统是渐近稳定的.

下面我们将对零初始条件下的滤波误差系统建立  $H_\infty$  性能指标. 给定性能指标如下所示:

$$J(t) = \int_0^\infty [\tilde{\mathbf{z}}^T(t) \tilde{\mathbf{z}}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t)] \mathrm{d}t \quad (38)$$

在零初始条件下, 对于任意的非零  $\mathbf{w}(t) \in L_2[0, \infty)$ , 滤波器误差系统的  $H_\infty$  性能指标可以写成:

$$\begin{aligned}
J(t) &= \int_0^\infty [\tilde{\mathbf{z}}^T(t) \tilde{\mathbf{z}}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) + \dot{V}(t)] \mathrm{d}t \\
&\quad - V(\infty) + V(0)
\end{aligned}$$

$$= \boldsymbol{\theta}^T(t) \Pi \boldsymbol{\theta}(t) \quad (35)$$

$$\text{其中: } \Pi = \begin{bmatrix}
\tilde{\gamma}_{11} & \tilde{\gamma}_{12} & \mathbf{H}^T \mathbf{S}_1 & \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_2(t) \\
* & -\mathbf{P}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_2^T & \mathbf{S}_2 & 0 \\
* & * & -\tau^{-1} \mathbf{P}_2 & 0 \\
* & * & * & -\mathbf{Q}
\end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix}
\bar{\mathbf{A}}^T(t) \mathbf{H}^T \\
\bar{\mathbf{A}}_1^T(t) \mathbf{H}^T \\
0 \\
\bar{\mathbf{A}}_2^T(t) \mathbf{H}^T
\end{bmatrix} \tau \mathbf{P}_2 \begin{bmatrix}
\bar{\mathbf{A}}^T(t) \mathbf{H}^T \\
\bar{\mathbf{A}}_1^T(t) \mathbf{H}^T \\
0 \\
\bar{\mathbf{A}}_2^T(t) \mathbf{H}^T
\end{bmatrix}^T$$

$$\tilde{\gamma}_{11} = \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}(t) + \bar{\mathbf{A}}^T(t) \mathbf{P} + \mathbf{H}^T (\mathbf{L} \mathbf{Q} \mathbf{L} + \mathbf{P}_1 - \mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_1^T) \mathbf{H},$$

$$\tilde{\gamma}_{12} = \mathbf{P} \bar{\mathbf{A}}_1(t) + \mathbf{H}^T (\mathbf{S}_1 - \mathbf{S}_2^T),$$

$$\boldsymbol{\theta}(t) = [\mathbf{e}^T(t) \quad (\mathbf{H} \mathbf{e}(t-\tau))^T \quad \boldsymbol{\rho}_2^T(t) \quad \boldsymbol{\rho}_1^T(t)]^T,$$

$$\boldsymbol{\rho}_1(t) = \int_{-\infty}^t \mathbf{K}(t-s) \mathbf{H} \mathbf{f}(\mathbf{e}(s)) \mathrm{d}s,$$

$$\boldsymbol{\rho}_2(t) = \int_{t-\tau}^t \mathbf{H} \dot{\mathbf{e}}(s) \mathrm{d}s.$$

根据引理 3 从式(21)我们可以得到

$$\leq \int_0^\infty [\tilde{\mathbf{z}}^T(t) \tilde{\mathbf{z}}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) + \dot{V}(t)] \mathrm{d}t \quad (39)$$

其中  $\dot{V}(t)$  为式(35)中所定义.

采用与前面相似的证明过程我们可以得到

$$\tilde{\mathbf{z}}^T(t) \tilde{\mathbf{z}}(t) - \gamma^2 \mathbf{w}^T(t) \mathbf{w}(t) + \dot{V}(t) \leq \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \Pi_1 \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) \quad (40)$$

其中:

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) = [\mathbf{e}^T(t) \quad (\mathbf{H} \mathbf{e}(t-\tau))^T \quad \boldsymbol{\rho}_2^T(t) \quad \mathbf{w}^T(t) \quad \boldsymbol{\rho}_1^T(t)]^T$$

$$\text{所以, } J(t) \leq \int_0^\infty \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t) \Pi_1 \tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) \mathrm{d}t \quad (41)$$

因为  $\Pi_1 < 0$ , 可得对于任意非零的扰动  $\mathbf{w}(t) \in L_2[0, \infty)$ ,  $J(t) < 0$ . 因此对于带有满足  $\tau > 0$  的离散时滞和非线性无穷分布时滞的系统, 式(16)成立. 因此所设计的滤波器误差系统是渐近稳定的并且可以达到所要求的  $H_\infty$  性能指标. 证毕.

下面我们将对系统式(6)~(8)所设计的带有  $H_\infty$  性能指标的滤波器的时滞依赖的存在条件的可行解给出一种求解方法.

**定理 2** 针对一类带有离散时滞和非线性无穷分

布时滞的参数不确定系统,给定标量  $\gamma > 0, \tau > 0$ ,如果存在对称矩阵  $X_1 > 0, Y_1 > 0, P_1 > 0, P_2 > 0$  和对角矩阵

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & S_1 & ZB_1 & ZA_2 & A^T P_2 & D^T - Z_3^T & ZM_1 & \epsilon N_1^T \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} & S_1 & \Phi_{25} & \Phi_{26} & A^T P_2 & D^T & \Phi_{29} & \epsilon N_1^T \\ * & * & \Phi_{33} & S_2 & 0 & 0 & A_1^T P_2 & D_1^T & 0 & \epsilon N_2^T \\ * & * & * & -\tau^{-1} P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & B_1^T P_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q & A_2^T P_2 & 0 & 0 & \epsilon N_3^T \\ * & * & * & * & * & * & -\tau^{-1} P_2 & 0 & P_2 M_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (42)$$

$$Y_1 - X_1^{-1} > 0 \quad (43)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= ZA + A^T Z + LQL + P_1 - S_1^T - S_1, \\ \Phi_{12} &= ZA + A^T Y_1 + C^T Z_2^T + Z_1^T + LQL + P_1 - S_1^T - S_1, \\ \Phi_{13} &= ZA_1 + S_1 - S_2^T, \\ \Phi_{22} &= Y_1 A + A^T Y_1 + Z_2 C + C^T Z_2^T + LQL + P_1 - S_1 - S_1^T, \\ \Phi_{23} &= Y_1 A_1 + Z_2 C_1 + S_1 - S_2^T, \\ \Phi_{25} &= Y_1 B_1 + Z_2 B_2, \Phi_{26} = Y_1 A_2 + Z_2 C_2, \\ \Phi_{33} &= S_2 + S_2^T - P_1, \Phi_{29} = Y_1 M_1 + Z_2 M_2, Z = X_1^{-1} \end{aligned}$$

那么滤波器误差系统是渐近稳定的且满足

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Phi}_{11} & \tilde{\Phi}_{12} & \tilde{\Phi}_{13} & X_1 S_1 & B_1 & A_2 & X_1 A^T P_2 & X_1 (D^T - Z_3^T) & M_1 & \epsilon X_1 N_1^T \\ * & \tilde{\Phi}_{22} & \tilde{\Phi}_{23} & S_1 & \Phi_{25} & \Phi_{26} & A^T P_2 & D^T & \Phi_{29} & \epsilon N_1^T \\ * & * & \tilde{\Phi}_{33} & S_2 & 0 & 0 & A_1^T P_2 & D_1^T & 0 & \epsilon N_2^T \\ * & * & * & -\tau^{-1} P_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\gamma^2 I & 0 & B_1^T P_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q & A_2^T P_2 & 0 & 0 & \epsilon N_3^T \\ * & * & * & * & * & * & -\tau^{-1} P_2 & 0 & P_2 M_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\epsilon I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (45)$$

其中:

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_{11} &= AX_1 + X_1 A^T + X_1 (LQL + P_1 - S_1^T - S_1) X_1, \\ \tilde{\Phi}_{12} &= A + X_1 (A^T P_{11} + C^T Z_2^T + Z_1^T + LQL + P_1 - S_1^T - S_1), \\ \tilde{\Phi}_{13} &= A_1 + X_1 (S_1 - S_2^T). \end{aligned}$$

因为在式(21)中  $P > 0$ , 所以  $J^T P J = \begin{bmatrix} X_1 & I \\ I & Y_1 \end{bmatrix} >$

0, 即  $Y_1 - X_1^{-1} > 0$ .

在式(45)的两边分别乘以对称矩阵  $\text{diag}[X_1^{-1}, I,$

$Q = \text{diag}[q_i] > 0$ , 以及标量  $\epsilon > 0$  和矩阵  $S_1, S_2, Z_1, Z_2, Z_3$  使得如下的线性矩阵不等式成立

$\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2$  的  $H_\infty$  性能指标, 其中, 滤波器的参数如下所示:

$$A_f = Y_2^{-1} Z_1 Z^{-1} X_2^{-T}, B_f = Y_2^{-1} Z_2, C_f = Z_3 Z^{-1} X_2^{-T}$$

其中  $X_2$  和  $Y_2$  为非奇异矩阵并且满足下面的条件:

$$Y_1 X_1 + Y_2 X_2^T = I \quad (44)$$

**证明** 通过式(43)可知  $I - Y_1 X_1$  为非奇异矩阵, 所以存在非奇异的矩阵  $X_2$  和  $Y_2$  使得式(44)成立.

定义  $J = \begin{bmatrix} X_1 & I \\ X_2^T & 0 \end{bmatrix}$  与  $\bar{J} = \begin{bmatrix} I & Y_1 \\ 0 & Y_2^T \end{bmatrix}$ , 然后分别在式

(21)的两端乘以对角矩阵  $\text{diag}[J^T, I, I, I, I, I, I, I, I, I]$  与  $\text{diag}[J, I, I, I, I, I, I, I, I, I]$  则可以得到式

$I, I, I, I, I, I, I, I, I, I]$  并令  $X_1^{-1} = Z$ , 即可以得到如式(42)的结果. 式(42)可以通过 Matlab 的线性矩阵不等式的工具箱进行求解, 即可以得到鲁棒  $H_\infty$  滤波器的设计参数.

证毕.

**注1** 在实际应用的过程中, 我们希望  $H_\infty$  性能指标越小越好, 但是  $H_\infty$  性能指标是与离散时滞是耦合在一起的, 两者必须折衷考虑. 即, 当系统的  $H_\infty$  性能指标比较小的时候, 系统中所能接受的离散时滞也会相应地比较小; 当系统的  $H_\infty$  性能指标比较大的时候, 系统中所能接受的离散时滞的也会相应地比较大.

## 4 仿真实例

为了验证所提出的方法的有效性,在这里给出仿真例子来进行验证.

带有非线性无穷分布时滞的参数不确定系统式(6)~(8)的参数如下所示:

$$A = \begin{bmatrix} -1.8 & 0.5 \\ 0.3 & -2.2 \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} -3.6 & 1.5 \\ 1.2 & -2.8 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.2 & -0.7 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -0.6 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [-0.8 \quad 0.2], C_1 = [-0.6 \quad 0],$$

$$C_2 = [-0.2 \quad 0.8], B_2 = 0.5, M_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.2 \end{bmatrix},$$

$$M_2 = 0.1, N_1 = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0 \end{bmatrix}, N_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.2 \end{bmatrix}, D_1 = 0,$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.1 \end{bmatrix}, D = [1 \quad 2], L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

选择核函数  $k_j(t) = e^{-t}$ , 满足条件  $\int_0^\infty k_j(s)ds = 1$ . 无穷分布时滞中的非线性函数为双曲正切函数  $\tanh(x(t))$ .

性能指标和时滞上界可以通过 Matlab 的 LMI 工具箱中的 `gevp` 命令来进行求解. 当  $H_\infty$  性能指标  $\gamma = 0.35$ , 系统的离散时滞的界限为  $[0 \quad 0.3291]$ , 而当时滞  $\tau = 0.25$  时, 系统的性能指标的最小值  $\gamma = 0.089$ . 在仿真实例中我们取  $\gamma = 0.35$ ,  $\tau = 0.25$ , 通过 Matlab 对式(42)和(43)进行求解, 得到如下所示的参数进行仿真实验.

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 2.1768 & 1.6033 \\ 1.6033 & 4.4147 \end{bmatrix}, X_1 = \begin{bmatrix} 1.7183 & -0.1487 \\ -0.1487 & 0.4614 \end{bmatrix},$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1.9291 & -0.6908 \\ -0.6908 & 4.0284 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 0.6935 & 0 \\ 0 & 4.7922 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 0.5735 & 0.2583 \\ 0.2583 & 1.9731 \end{bmatrix}, S_1 = \begin{bmatrix} 2.1147 & -0.0168 \\ 0.0184 & 3.5591 \end{bmatrix},$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} -2.2205 & 0.6694 \\ -0.7771 & -3.4494 \end{bmatrix}, Z_1 = \begin{bmatrix} 4.9590 & 5.3986 \\ 3.2899 & 4.6260 \end{bmatrix},$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 2.9803 \\ 1.6990 \end{bmatrix}, Z_3 = [1.0020 \quad 1.9753], \varepsilon = 3.1058$$

选择  $Y_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0.4 \\ 0.1 & 2 \end{bmatrix}$ , 通过解式(44)可得

$$X_2 = \begin{bmatrix} 2.0415 & -1.1514 \\ 0.2514 & -0.4119 \end{bmatrix}.$$

通过定理 2, 可以得到设计的  $H_\infty$  滤波器如下所示:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} -2.0089 & 2.1646 \\ 0.2371 & -2.0220 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} -2.5888 \\ 0.9789 \end{bmatrix} y(t)$$

$$\hat{z}(t) = [-0.5254 \quad -2.1717] \hat{x}(t)$$

给定系统的初始状态为  $x_0 = [0.8 \quad -0.5]^T$ , 系统的外部扰动  $w(t)$  为能量为 0.01 的白噪声. 在系统的参数不确定性中  $F(t) = \sin(t)$ . 系统的状态响应如图 1 所示. 滤波器的状态响应如图 2 所示. 滤波器误差系统的误差  $\hat{z}(t)$  如图 3 所示. 从仿真的结果可以看到所设计的鲁棒  $H_\infty$  滤波器满足所提出的要求.

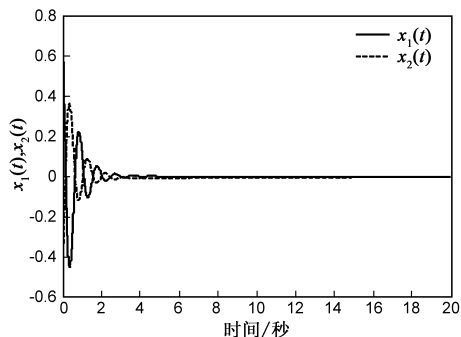


图1 系统的状态  $x_1(t)$  和  $x_2(t)$

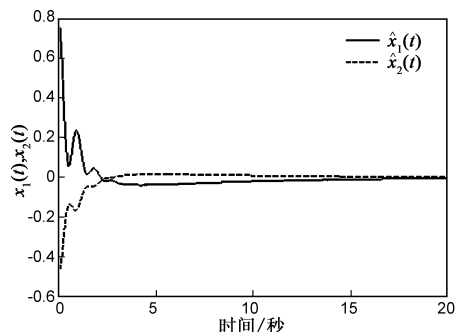


图2 滤波器的状态响应  $\hat{x}_1(t)$  和  $\hat{x}_2(t)$

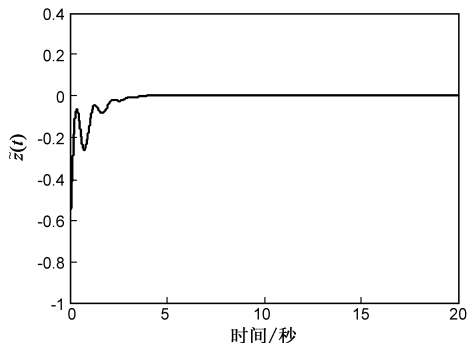


图3 滤波器误差系统  $\hat{z}(t)$

## 5 结论

本文主要讨论了带有非线性无穷分布时滞的参数不确定时滞系统的鲁棒  $H_\infty$  滤波器的设计方法. 在鲁棒  $H_\infty$  滤波器的设计过程中通过引入一个新的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 解决了带有非线性无穷分布时滞系统的滤波器设计的难题. 设计的鲁棒  $H_\infty$  滤波器可以保证误差系统对于给定的参数不确定是渐近稳定的并且满足给定的  $H_\infty$  性能指标. 滤波器的存在条件是时滞

依赖的并且可以通过 Matlab 中的 LMI 工具箱进行求解. 仿真例子证明了该方法是有效的.

# 参考文献:

- [1] Anderson B D O, Moore J B. Optimal Filtering[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1979.
- [2] Simon D. Optimal state estimation; Kalman,  $H_\infty$  and Nonlinear Approaches[M]. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2006.
- [3] Fridman E, Shaked U. A new  $H_\infty$  filter design for linear time-delay systems[J]. IEEE Trans Singal Processing, 2001, 49(11): 2839 – 2843.
- [4] 伦淑娴, 张化光. 一类非线性时滞离散系统模糊  $H_\infty$  滤波器设计[J]. 电子学报, 2005, 33(2): 231 – 235.  
Lun Shu-xian, Zhang Hua-guang, Fuzzy  $H_\infty$  filter design for nonlinear discrete-time state-delayed system[J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(2): 231 – 235. (in Chinese).
- [5] Zhang H G, Lun S X, Liu D R. Fuzzy  $H_\infty$  filter design for a class of nonlinear discrete-time systems with multiple time delay[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2007, 15(3): 453 – 469.
- [6] Xu S Y, Chen T W. An LMI approach to the  $H_\infty$  filter design for uncertain systems with distributed delay[J]. IEEE Transactions on Circuits and System-II: Express Briefs, 2004, 51(4): 195 – 201.
- [7] Xu S Y, James J, Chen T W, et al. A delay-dependent approach to robust  $H_\infty$  filtering for uncertain distributed delay systems[J]. IEEE Trans Singal Processing, 2005, 53(10): 3764 – 3771.
- [8] Gu K, Kharitonov V L, Chen J. Stability of Time-delay Systems[M]. Boston: Birkhauser, 2003.
- [9] Jiang X F, Han Q L. New stability criteria for linear systems with interval time-varying delay[J]. Automatica, 2008, 44(10): 2680 – 2685.

- [10] 马大中, 王占山, 冯健. 非线性无穷分布系统的非脆弱控制[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2009, 30(11): 1538 – 1541.

Ma Da-zhong, Wang Zhan-shan, Feng Jian Non-fragile control for nonlinear systems with infinitely distributed time-delay[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2009, 30(11): 1538 – 1541. (in Chinese)

- [11] Wang Z D, Wei G L, Feng G. Reliable  $H_\infty$  control for discrete-time piecewise linear systems with infinite distributed delays[J]. Automatica, 2009, 45(12): 2991 – 2994.
- [12] Hardy G, Littlewood J E, Polya G. Inequalities[M]. UK: Cambridge University, 1952.

# 作者简介:



马大中 男, 1982 年出生于辽宁省沈阳市, 现为东北大学控制理论与控制工程专业研究生, 主要研究方向为信号处理, 故障诊断, 容错控制等.

E-mail: madmadz4230@gmail.com



张化光 男, 1959 年生于吉林省吉林市, 东北大学教授, 博士生导师, 教育部“长江学者”特聘教授, 国家杰出青年科学基金获得者主要研究神经网络控制, 信号处理, 模糊自适应控制等.

E-mail: zhanghuaguang@mail.neu.edu.cn