

# 一种低复杂度的无导频 OFDM 系统载波频率偏移的同步方法

吴 虹, 袁佳杰, 刘 军, 梁裕民, 张 冀, 丁 勇

(南开大学信息技术科学学院, 天津 300071)

**摘 要:** 针对 OFDM 系统存在的对载波频偏非常敏感的问题, 提出一种低复杂度无导频小数倍频偏的同步方法. 根据 OFDM 符号本身以及循环前缀的特性, 在 MLE 算法之后对残余小数频偏进行同步. 在频域完成子载波数据相位差的提取. 通过重新利用 MLE 算法中的取复数相位运算模块, 节约了硬件资源. 仿真证明该方法能够有效纠正采样引起的频率偏差.

**关键词:** 正交频分复用; 频率偏移; 同步; 非导频

**中图分类号:** TN914.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2007)07-1357-03

## A Low-Complex and Non-Pilot Aided Carrier Frequency Offset Synchronization Method for OFDM Systems

WU Hong, YUAN Jia-jie, LIU Jun, LIANG Yu-min, ZHANG Ji, DING Yong

(College of Information Technical Science, Nankai University, Tianjin 300071, China)

**Abstract:** According to OFDM systems being very sensitive to carrier frequency offset, a low-complex and non-pilot aided fractional frequency offset synchronization method is proposed. By employing the properties of OFDM symbol and cyclic prefix, the remaining fractional frequency offset is synchronized after MLE algorithm. The method gets the data phase difference of each sub-carrier in frequency domain. Through re-using the phase generating block of complex number in MLE Algorithm, hardware resources are saved. Simulations show that the frequency offset caused by sampling is well corrected, and the method is easy to achieve as well as effective.

**Key words:** orthogonal frequency division multiplexing (OFDM); frequency offset; synchronization; non-pilot aided method

## 1 引言

正交频分复用 OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) 是一种高效的数据传输技术, 它通过相互正交的子载波并行传输数据, 具有良好的抗多径干扰的能力. 近几年来, OFDM 在无线通信领域得到了深入研究和广泛应用, 如数字音频广播 (DAB), 数字视频广播 (DVB) 和高清晰度电视 (HDTV) 地面广播<sup>[1]</sup>. 采用 OFDM 方案的协议有 IEEE 802.11a<sup>[2]</sup> 和欧洲电信标准化协会的 HIPERLAN/2<sup>[3]</sup> 等. 但是由于多普勒频移, 发射和接收机的晶振频率不一致等因素的影响, OFDM 系统的载波频率会发生偏移, 造成载波间干扰, 影响解调的效果<sup>[4]</sup>.

本文提出一种无导频小数倍频偏的同步方法, 根据 OFDM 符号本身以及循环前缀的特性, 在 MLE 算法之后对残余小数频偏进行同步, 仿真证明该方法能够有效纠正残余频偏.

## 2 OFDM 系统模型

图 1 表示基带离散 OFDM 系统简略模型, 其中  $x_n$  ( $n = 0, 1, \dots, N-1$ ) 代表  $N$  个子载波上的复数数据符

号,  $L$  代表循环前缀 (Cyclic Prefix, CP) 的长度,  $x_n$  输入到 IDFT 后将最后  $L$  个数据符号复制到开始, 这样构成了一个完整的 OFDM 符号  $s_n$  ( $n = 0, 1, \dots, N+L-1$ ).  $s_n$  经过并串转换得到待发送信号  $s(k)$  ( $k = 0, 1, \dots, N+L-1$ ), 再经过信道的传输在接收端得到信号  $r(k)$  ( $k = 0, 1, \dots, N+L-1$ ). 接收端是一个相反的过程, 最终得到复数数据符号  $y_n$  ( $n = 0, 1, \dots, N+L-1$ ).

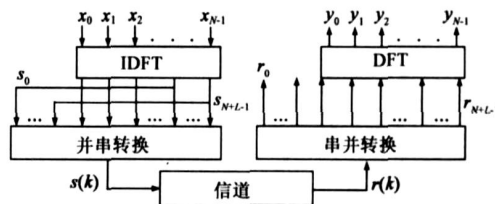


图 1 基带离散 OFDM 系统简略模型

设频偏为  $\delta$ , 不考虑其他因素的影响,

$$r(k) = s(k) \exp(j2\pi k \delta T) \quad k = 0, 1, \dots, N+L-1 \quad (1)$$

其中  $T = T_s/N$  代表采样周期,  $T_s$  代表一个 OFDM 符号 (不包括 CP) 的周期, 则频偏  $\delta$  对载波间隔  $1/T_s$  归一化的结果为  $\delta' = \delta / (1/T_s)$ , 则式 (1) 可以表示为

$$r(k) = s(k) \exp(j2\pi \delta' n / N) \quad k = 0, 1, \dots, N+L-1 \quad (2)$$

### 3 频偏同步算法

OFDM 的载波频偏分整数部分和小数部分, 整数倍频偏同步可以在小数部分完成之后进行. 本文只讨论小数倍频偏的同步方法.

因为 OFDM 系统的频率同步可以分为捕获和跟踪两部分, 本文采用的频偏捕获方法是最大似然估计 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) 算法. MLE 算法的原理是在已知接收信号的条件下, 计算  $(\delta', \theta)$  在二维空间各种取值的后验概率, 选取后验概率最大时的  $\delta'$  和  $\theta$  作为频偏和定时估计值, 其中  $\theta$  表示定时偏差, 单位是抽样时间间隔, 通过推导可以得到如下的公式<sup>[5]</sup>:

$$\Lambda(\delta', \theta) = |Y(m)| - \rho\phi(m) \quad (3)$$

$$\text{其中 } Y(m) = \sum_{n=m}^{m+N_C-1} r_n^* \cdot r_{n+N}, \quad \phi(m) = \frac{1}{2} \sum_{n=m}^{m+N_C-1} (|r_n|^2 + |r_{n+N}|^2), \quad \rho = \text{SNR}/(\text{SNR} + 1)$$

定时偏差  $\theta$ , 小数频偏  $\delta'$  的估计公式为

$$\theta = \arg\max(\Lambda(\delta', \theta)) \quad (4)$$

$$\delta' = (1/2\pi) \angle(Y(\theta)) \quad (5)$$

上式中,  $r_n$ 、 $N$ 、 $N_C$  分别表示接收端得到的第  $n$  个抽样点、FFT 窗口长度、CP 长度.  $\arg\max(\cdot)$  表示求  $\Lambda(\delta', \theta)$  达到最大时参数  $m$  的值,  $\angle(\cdot)$  表示求复数的相位,  $\text{SNR}$  是信噪比,  $Y(m)$  是 CP 与 OFDM 符号中被复制部分的相关值,  $\phi(m)$  是接收信号的能量值. 假设不存在定时偏差, 对于 OFDM 符号比较短的系统, 小数频偏估计完全可以对一帧的结果取平均, 这样能明显降低误码率.

以上部分是同步捕获阶段, OFDM 的频偏已经控制在较小的范围内, 为了维持较好的同步性能, 还要进行同步跟踪. 同步跟踪一般有重复发 OFDM 符号进行频偏跟踪的方法<sup>[6]</sup>, 利用循环前缀进行频偏跟踪的方法<sup>[7]</sup>, 差分判决反馈<sup>[8]</sup>和相干判决反馈的方法<sup>[9]</sup>等等. 第一种方法会降低频带利用率, 第二种方法受到循环前缀长度的影响, 需要有比较长的循环前缀来得到较好的效果, 而后两种方法的运算量则比较大.

更简易的频偏跟踪方法如图 2 所示, 首先对收到的  $N$  点数据进行 FFT 运算, 然后对输出的数据提取相位差:

$$\Delta\varphi = \angle(y_n) - \angle(f(\text{real}(y_n)) + j\text{imag}(y_n)) \quad (6)$$

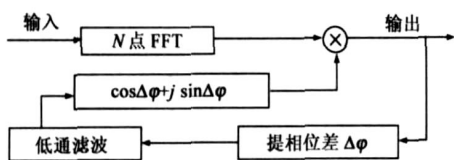


图2 频偏跟踪框图

其中  $\text{real}(\cdot)$  和  $\text{imag}(\cdot)$  分别表示求复数的实部和虚部. 值得注意的是, 求复数的相位运算  $\angle(\cdot)$  在频偏捕获部分也用到了. 在编程实现的时候, 提高了该部分的

重复利用性, 避免设计新的跟踪算法对硬件资源的占用. 对于  $N$  点的 QAM,  $y_n$  的实部和虚部的取值范围是  $\pm a_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ,  $d$  表示相邻取值点的距离,  $f(x)$  定义如下:

$$f(x) = \begin{cases} a_i & a_i - \frac{d}{2} \leq x < a_i + \frac{d}{2}, 1 \leq i \leq n-1 \\ a_n & x > a_{n-1} + \frac{d}{2} \end{cases} \quad (7)$$

将输出的相位差  $\Delta\varphi$  输入到低通滤波器去除噪声. 根据滤波器输出的相位差  $\Delta\varphi$  产生复数  $\cos\Delta\varphi + j\sin\Delta\varphi$ , 再将其与 FFT 输出的子载波的数据相乘, 然后转交下一步处理.

### 4 仿真结果

为了便于检验算法的实际性能, 制定了一个在 VHF/UHF 频段 25kHz 频道间隔内, 误比特率小于  $1.0 \times 10^{-6}$ , 有用信息传输速率大于 64kbit/s 的目标. 设计出恰好满足性能要求的最简系统是: 12 个子载波, 32QAM 和 16 点 FFT 的正交频分复用基带系统, 信道编码是 RS (31, 27) 码. 帧长 64 个 OFDM 符号, 包括一个空符号和一个 PN 序列, 每个符号的 CP 取 2 个复数点. 本系统在加性高斯白噪声下对误比特率进行研究.

图 3 是归一化频偏在  $8 \times 10^{-3}$  和  $2 \times 10^{-1}$  时的频偏捕获的均方误差, 因为对一帧的频偏估计取平均, 无论在频偏比较大时还是信噪比很低的情况下都取得很好的效果.

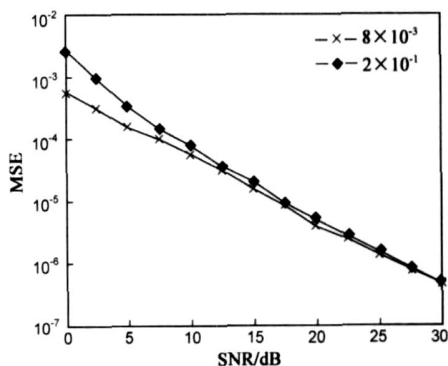


图3 频偏捕获的均方误差

图 4 和图 5 是在 30dB 下小数频偏跟踪前后的效果, 残余的小数频偏为 20ppm. 对于 20ppm 的累积频偏, 在过 1000 个采样点后将会达到 0.02 倍的小数频偏, 系统的误码率将超过百分之十, 而经过频偏跟踪的处理, 消除了残余频偏的影响.

由于系统采用 32QAM 调制, 所以有

$$\text{误比特率 (BER)} = \text{误码率 (SER)} \times 16/31 \quad (8)$$

对于本系统:

$$\begin{aligned} \text{SNR (dB)} &= E_b/n_0 \text{ (dB)} + 10\log R/W \\ &= E_b/n_0 \text{ (dB)} + 6.64 \text{ (dB)} \end{aligned} \quad (9)$$

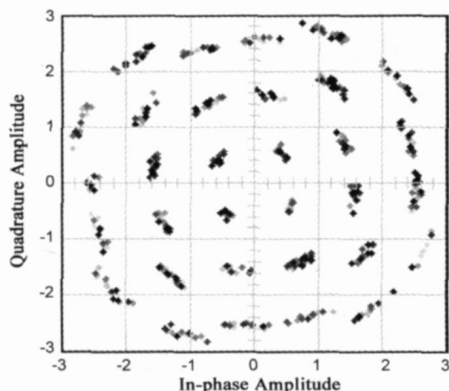


图 4 30dB 下受频偏干扰的信号星座图

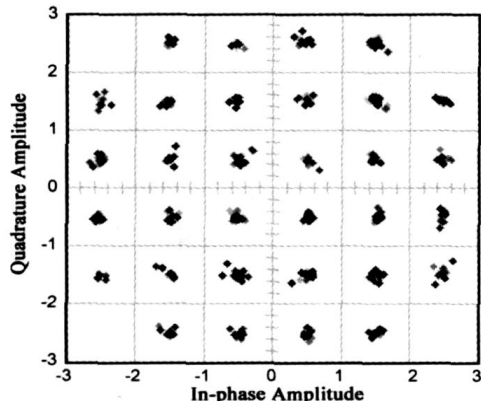


图 5 30dB 下经过本系统跟踪处理的信号星座图

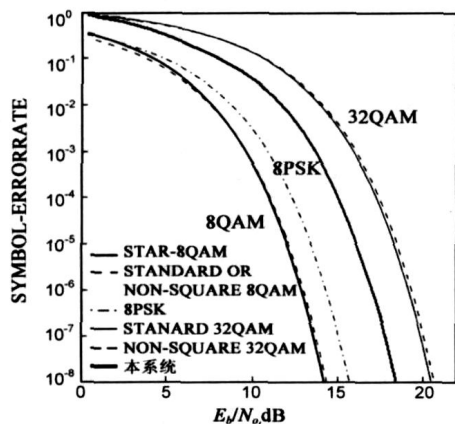


图 6 五种未加编码系统和本系统加编码时的误码率—信噪比曲线

对于标准的 32QAM,  $E_b/n_0$  为 15dB 时系统的误码率约为  $4 \times 10^{-3}$ , 而本系统在  $E_b/n_0$  为 15dB 时误码率为  $1 \times 10^{-4}$ , 低于前者一个数量级。

## 5 结论

本文介绍的频偏捕获方法是对一帧的频偏估计结果取平均, 跟踪方法是根据各个子载波上的数据的自身特征来计算相位差, 根据除去噪声影响的相位差信号产生相应的复数信号, 在频域进行相位补偿。编程实

现时, 频偏跟踪部分的取复数相位运算可以重复利用已有模块, 节省了硬件资源。因为整体不用导频辅助运算, 提高了频带利用率, 符合本系统的设计需要。通过仿真可以看出, 系统的差错性能也满足设计要求。仿真时间 240s 时,  $SNR = 22\text{dB}$ ,  $SER = 1.2 \times 10^{-5}$ ;  $SNR = 23.6\text{dB}$  时,  $SER = 1.0 \times 10^{-6}$ 。该系统用 DSP 实现后占用了很少的硬件资源, 实现了设计上的最简系统。

## 参考文献:

- [1] A Pandharipande. Principles of OFDM [J]. IEEE Potentials, 2002, 21(2): 16–19.
- [2] IEEE Std 802.11a 1999, Part 11: wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) specifications [S]. IEEE 1999.
- [3] ETSI TS 101 475 V1.1.1, ETSI Broadband Radio Access Networks (BRAN); HIPERLAN Type 2; Physical (PHY) Layer [S], ETSI Normalization Committee 2001.
- [4] T Pollet, M Van Bladel, M Moeneclaey. BER sensitivity of OFDM systems to carrier frequency offset and Wiener phase noise [J]. IEEE Trans on Commun, 1995, 43(1): 191–193.
- [5] J J Van de Beek, M Sandell, P O Borjesson. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45(7): 1800–1805.
- [6] P H Moose. A technique for orthogonal frequency division multiplexing frequency offset correction [J]. IEEE Trans on Commun, 1994, 42(10): 2908–2914.
- [7] L Zhenhong, A Mammela. An all digital frequency synchronization scheme for OFDM systems [A]. In Proceedings of the 8th IEEE Int Symp Personal, Indoor and Mobile Radio Commun [C]. Piscataway, NJ, USA: IEEE, September 1997. 327–331.
- [8] M Luise, R Reggiannini. Carrier frequency acquisition and tracking for OFDM systems [J]. IEEE Trans on Commun, 1996, 44(11): 1590–1598.
- [9] L Xiaodong, J A Ritcey. Maximum likelihood estimation of OFDM carrier frequency offset for fading channels [A]. In Proceedings of the 31st Asilomar Conf Signals, Systems & Computers [C]. Los Alamitos, CA, USA: IEEE Comp Soc, November 1997, 57–61.

## 作者简介:



吴 虹 女, 1967 年出生于天津市, 博士, 南开大学信息技术科学学院通信工程系副教授, 主要从事无线通信技术领域的研究。  
E-mail: wuhong@nankai.edu.cn