

广义K分布杂波模型参数估计

任双桥, 刘永祥, 黎 湘, 庄钊文

(国防科技大学电子科学与工程学院空间电子信息技术研究所, 湖南长沙 410073)

摘 要: 假设杂波散斑分量和幅度调制分量均服从广义Gamma分布是广义K分布杂波模型的前提条件. 本文以参数解耦技术为突破点, 提出了一种杂波模型参数估计算法, 将一个四维非线性最优化问题转化为一个一维最优化问题, 从而降低了计算量和所需样本数, 提高了估计性能. 仿真结果验证了算法的有效性与准确性.

关键词: 广义Gamma分布; 广义K分布; 参数估计

中图分类号: TN959 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 12-2278-04

Parameters Estimation for Generalized K-Distributed Clutter Model

REN Shuang-qiao, LIU Yong-xiang, LI Xiang, ZHUANG Zhao-wen

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract: As a precondition for generalized K-distributed clutter model, the speckle component and the amplitude modulated component should obey the generalized Gamma distribution. The paper put forward a model parameters estimation algorithm based on the parameter decoupling technology. This estimation algorithm convert a 4-D nonlinear optimization problem to an 1-D optimization problem, which can not only improve the estimation performance, but also reduce the calculation burden and the number of necessary clutter sample. Finally, the simulation experiment is carried out to prove the validity and veracity of the parameters estimation algorithm.

Key words: generalized Gamma distributed; generalized K-distributed; parameters estimation

1 引言

随着对雷达杂波特性研究的逐渐深入, 先后建立了几种杂波统计模型, 主要有瑞利(Rayleigh)分布、对数正态(Log Normal)分布和韦布尔(Weibull)分布^[8-10]等, 这几种杂波模型都是基于单一点统计量的, 主要缺点在于缺乏模拟杂波的时间和空间相关性, 仅适合于单脉冲雷达信号检测. 近几年来, 在分析杂波物理特性时所引入的复合K分布模型^[4,6]更接近于实际情形. 在复合K分布模型中, 杂波幅度被描述为两个因子的乘积, 其一是散斑分量(即快变化分量), 它是由大量散射体的反射进行相参叠加而成的, 符合Rayleigh分布; 其二是幅度调制分量(即慢变化), 它反映了散射束在空间变化的平均功率, 具有长相关时间, 服从Gamma分布. 这种模型不仅能很好地满足所观察的幅值测量特性, 而且包括了脉间相关性, 适于描述多种高分辨、低擦地角的地、海杂波.

随着雷达带宽的增加和分辨率的提高, 在一个较小的分辨单元内只包含有少量的散射体, 杂波的散斑分量不再是由大量散射体相参叠加而成, 而表现出了一定的非瑞利性(Non-Rayleigh). 因此, 为了更精确地与观测结果相吻合, 一些新的杂波模型不断被提出^[1-3]. 在文献[2, 3]中, Anastopoulos以杂波散斑分量及其平均功率都服从广义Gamma分布为条件,

提出了一种广义复合杂波分布模型, 这种分布模型具有十分灵活的适应性, 但其密度函数一般只能是积分形式或者是无穷级数. 然而, 由于矩具有闭合解析式, 广义复合杂波模型能比较方便地应用于高分辨率雷达杂波分类^[7].

在文献[2, 3]中, 作者虽然提出了广义K分布(广义复合分布的一种特例)的基本概念, 但其模型参数估计采用较为复杂和繁琐的最大似然方法. 由于模型参数的估计是一个非线性程度较高的最优化问题, 因此, 基于最大似然算法的搜索结果对初始值比较敏感性, 且因需要求解高维非线性方程而使计算量和所需样本量较大. 对此, 本文在文献[2, 3]的基础上, 以参数解耦和充分利用杂波序列所蕴含的信息为突破点, 提出了一种新的参数估计算法. 该算法将一个四维非线性最优化问题转化为一个一维最优化问题, 不仅提高了估计性能, 也使计算量和所需样本数大大降低. 最后, 本文进行了仿真实验, 通过对仿真结果的分析验证了该参数估计算法的有效性与准确性.

2 广义K分布杂波模型

假设杂波幅度的统计特性可用两个独立的随机变量乘积来描述^[2,3], 即

$$Z = XY \quad (1)$$

其中, X 是具有短相关时间的快起伏分量, 即散斑分量, 它是

由每一脉冲采样得到的, 通过频率捷变技术可使其在脉冲间完全无关, 可用广义 Gamma 分布作为其概率分布. 分量 Y 表征了杂波局部均值水平, 即为杂波功率调制分量, 它是一个具有长时间相关的慢起伏分量且不受频率捷变的影响, 其概率分布也可用广义 Gamma 分布来描述. 因此, 令

$$X = \left(\sum_{m=1}^M \xi_m^2 \right)^{1/p}, \quad Y = \left(\sum_{n=1}^N \eta_n^2 \right)^{1/p} \quad (2)$$

其中, $\xi_m \sim N(0, 1)$, $\eta_n \sim N(0, \sigma^2)$, ξ 与 η 独立, $M, N, P > 0$. 由式(2)可得随机变量 X, Y 的密度函数分别为

$$f(x) = \frac{p}{2^{M/2} \Gamma\left(\frac{M}{2}\right)} x^{p(M/2)-1} e^{-(x^p/2)}, \quad x \geq 0 \quad (3)$$

$$g(y) = \frac{p}{(2\sigma^2)^{N/2} \Gamma\left(\frac{N}{2}\right)} y^{p(N/2)-1} e^{-(y^p/2\sigma^2)}, \quad y \geq 0 \quad (4)$$

由 Bayes 公式, 可知

$$\begin{aligned} f_{GK}(z) &= \int_0^{\infty} f_{GK}(z|y) g(y) dy = \int_0^{\infty} \frac{1}{y} f\left(\frac{z}{y}\right) g(y) dy \\ &= \frac{p^2 z^{p(M/2)-1}}{2^{M/2} (2\sigma^2)^{N/2} \Gamma\left(\frac{M}{2}\right) \Gamma\left(\frac{N}{2}\right)} \\ &\quad \cdot \int_0^{\infty} y^{p[(N-M)/2]-1} e^{-(1/2)[(z^p/y^p) + (y^p/\sigma^2)]} dy \end{aligned} \quad (5)$$

其中, z 为杂波幅度. 由文献[2, 3, 11], 可得

$$f_{GK}(z) = 2p \frac{z^{p[(M+N)/2]-1}}{(2\sigma)^{(M+N)/2} \Gamma\left(\frac{M}{2}\right) \Gamma\left(\frac{N}{2}\right)} K_{(N-M)/2} \left(\frac{z^{p/2}}{\sigma} \right), \quad z \geq 0 \quad (6)$$

为简化式(6), 可令 $u = \frac{M}{2}, v = \frac{N}{2}$ (7)

将式(7)代入式(6), 则有

$$f_{GK}(z) = 2p \frac{z^{p[(u+v)/2]-1}}{(2\sigma)^{u+v} \Gamma(u) \Gamma(v)} K_{v-u} \left(\frac{z^{p/2}}{\sigma} \right), \quad z \geq 0 \quad (8)$$

式(8)即为广义 K 分布杂波模型的密度函数, 其中, u, v 为形状参数, σ 为尺度参数, $\Gamma(\cdot)$ 为 Gamma 函数, $K_v(\cdot)$ 为第二类修正的 v 阶 Bessel 函数. 当 $p = 2, u = 1$ 时, 式(8)就退化为传统的复合 K 分布密度函数, 当 $u = 1, v = \frac{1}{2}$ 时, 广义 K 分布退化为 Weibull 分布^[2, 3].

3 广义 K 分布杂波模型参数估计

在杂波的建模、仿真以及分类识别中, 杂波模型参数估计是一个重要的研究内容. 在文献[2, 3]中, 对于文中所提出的广义复合杂波分布模型(GG pdf)的参数估计是基于最大似然的搜索算法, 即

$$A(p, u, v, \sigma) = \arg \min \left[\sum_{k=1}^4 |E(Z^k) - M_k| \right] \quad (9)$$

其中, M_k 为杂波序列 k 阶矩的估计值, 而 $E(Z^k)$ 则为杂波 k 阶矩的理论值, 即^[2, 3]

$$M_k = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L z_l^k \quad (10)$$

$$E(Z^k) = (2\sigma)^{2k/p} \frac{\Gamma(u + \frac{k}{p}) \Gamma(v + \frac{k}{p})}{\Gamma(u) \Gamma(v)} \quad (11)$$

这里, L 为杂波序列的采样数. 基于最大似然法来估计杂波模型参数主要有三个不利的因素: 其一是搜索结果对初始值的敏感性; 其二是这种方法要求解高维非线性方程而使计算量较大且结果不稳定; 其三是需要大量的样本(10^4)^[3, 7]才能得到较为准确地估计值. 对此, 本文提出一种新的参数估计方法, 该方法通过参数解耦技术, 将一个高维非线性搜索问题转化为一个一维最优化问题, 从而使计算量和所需样本数(5×10^3)大大降低的同时也提高了估计性能. 下面简要介绍其主要思想和算法流程, 由式(11)可知

$$E(Z^{mp}) = (2\sigma)^{2m} \frac{\Gamma(u + m) \Gamma(v + m)}{\Gamma(u) \Gamma(v)}, \quad m > 0 \quad (12)$$

令

$$\alpha = \frac{E(Z^{p[(m/2)+1]})}{E(Z^p) E(Z^{(m/2)p})}, \quad \beta = \frac{E(Z^{p(m+1)})}{E(Z^p) E(Z^{mp})} \quad (13)$$

则由式(12)、(13)可知

$$\alpha = \frac{(u + \frac{m}{2})(v + \frac{m}{2})}{uv}, \quad \beta = \frac{(u + m)(v + m)}{uv} \quad (14)$$

由于 $u > 0, v > 0, m > 0$, 因此, $\alpha > 1, \beta > 1$. 由式(13)、(14)可解出

$$u + v = m \frac{4\alpha - \beta - 3}{2(\beta - 2\alpha + 1)} \quad (15)$$

$$uv = \frac{m^2}{2(\beta - 2\alpha + 1)} \quad (16)$$

从而, u, v 是如下二次方程的两个根

$$t^2 - (u + v)t + uv = 0 \quad (17)$$

为了使二次考察方程(17)有实根, 则必须要求

$$\Delta = (u + v)^2 - 4uv = m^2 \frac{(4\alpha - \beta - 1)^2 - 4\beta}{4(\beta - 2\alpha + 1)^2} \geq 0 \quad (18)$$

解不等式(18)可得

$$\alpha \geq \frac{\beta + 2\sqrt{\beta + 1}}{4} \quad \text{或} \quad \alpha \leq \frac{\beta - 2\sqrt{\beta + 1}}{4} \quad (19)$$

又因为, $u > 0, v > 0, m > 0$, 于是

$$\frac{\beta + 3}{4} < \alpha < \frac{\beta + 1}{2} \quad (20)$$

由于 $\beta > 1$, 则有

$$\frac{\beta - 2\sqrt{\beta + 1}}{4} < \frac{\beta + 3}{4} < \frac{\beta + 2\sqrt{\beta + 1}}{4} \quad (21)$$

$$\frac{\beta + 1}{2} < \frac{\beta + 2\sqrt{\beta + 1}}{4} = \frac{(\sqrt{\beta - 1})^2}{4} > 0 \quad (22)$$

从而, 由式(19)~(22)可得

$$\frac{\beta + 2\sqrt{\beta + 1}}{4} \leq \alpha < \frac{\beta + 1}{2} \quad (23)$$

式(23)即 α 为 β 的有效取值范围. 显然, 对某一个未知其概率分布的杂波序列, 并不是任何 $p > 0$ 都能使 α 满足式(23), 这也从另一个角度定量的说明了复合 K 分布($p = 2, u = 1$)概率模型在模拟杂波特性方面存在着一定的应用局限性.

至此, 对于任意 $m > 0$, 当 α 与 β 满足不等式(23)时, 且不妨假设 $0 < u \leq v$, 则由式(15)~(17)可知

$$u = m \frac{(4\alpha - \beta - 3) - \sqrt{(4\alpha - \beta - 1)^2 - 4\beta}}{4(\beta - 2\alpha + 1)} \quad (24)$$

$$v = m \frac{(4\alpha - \beta - 3) + \sqrt{(4\alpha - \beta - 1)^2 - 4\beta}}{4(\beta - 2\alpha + 1)} \quad (25)$$

又因为 $E(Z^p) = 4\sigma^2 w$ 则有

$$E(Z^p) = 4\sigma^2 w \quad (26)$$

$$\sigma^2 = \frac{E(Z^p)}{4w} = \frac{(\beta - 2\alpha + 1)E(Z^p)}{2m^2} \quad (27)$$

因此,通过式(13)、(14)、(24)、(25)和式(27)就可将高维非线性搜索问题式(9)转化为一个一维的最优化问题,也即只需对参数 $p > 0$ 进行最优搜索. 为了提高参数 p 的估计性能和降低计算量,本文在充分利用杂波序列所蕴含信息的基础上较好地实现了对参数 p 的线性搜索.

由式(11)可得

$$\begin{aligned} \ln(E(Z^k)) &= \frac{2k}{p} \ln(2\sigma) - \ln(\Gamma(u)) - \ln(\Gamma(v)) \\ &+ \ln(\Gamma(u + \frac{k}{p})) + \ln(\Gamma(v + \frac{k}{p})) \end{aligned} \quad (28)$$

由于杂波序列是有限长的,因此,为了使杂波矩的理论值和估计值比较接近, k 的取值应当比较小,在本文中,选取 $0 \leq k \leq 1$. 另外,对式(28)进行泰勒展开,可得

$$\ln(E(Z^k)) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i k^i, \quad 0 \leq k \leq 1 \quad (29)$$

由于 k 比较小,一般展开到 5 阶就能较好的逼近理论值了.

由式(28)、(29)可知

$$a_1 = \left. \frac{\partial \ln(E(Z^k))}{\partial k} \right|_{k=0} = \frac{2\ln(2\sigma) + \ln'(\Gamma(u)) + \ln'(\Gamma(v))}{p} \quad (30)$$

$$a_i = \left. \frac{1}{i!} \frac{\partial \ln(E(Z^k))}{\partial k^i} \right|_{k=0} = \frac{\ln^{(i)}(\Gamma(u)) + \ln^{(i)}(\Gamma(v))}{i! p^i}, \quad i \geq 2 \quad (31)$$

又由文献[11]

$$\begin{aligned} \ln(\Gamma(z)) &= (z - \frac{1}{2})\ln(z) - z + \frac{1}{2}\ln(2\pi) \\ &- \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{t} - \frac{1}{1-e^{-t}} \right) \frac{e^{-zt}}{t} dt, \quad z > 0 \end{aligned} \quad (32)$$

对式(32)求导,则有

$$\ln'(\Gamma(z)) = \ln(z) + \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{1-e^{-t}} \right) e^{-zt} dt \quad (33)$$

$$\ln^{(i)}(\Gamma(z)) = (-1)^i \int_0^{\infty} \frac{t^{i-1}}{1-e^{-t}} e^{-zt} dt, \quad i \geq 2 \quad (34)$$

因此,由式(33)、(34)可得

$$a_1 = \frac{\ln(4\sigma^2 w) + \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{1-e^{-t}} \right) (e^{-ut} + e^{-vt}) dt}{p} \quad (35)$$

$$a_i = (-1)^i \int_0^{\infty} \frac{t^{i-1}}{1-e^{-t}} (e^{-ut} + e^{-vt}) dt, \quad 2 \leq i \leq 5 \quad (36)$$

根据最小二乘技术,由式(35)、(36)可得

$$p = \frac{a_1 \ln(4\sigma^2 w) + \sum_{i=1}^5 (i! a_i I_i)^{1/i}}{\sum_{i=1}^5 (i! a_i)^{2/i}} \quad (37)$$

其中

$$I_1 = \int_0^{\infty} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{1-e^{-t}} \right) (e^{-ut} + e^{-vt}) dt \quad (38)$$

$$I_i = (-1)^i \int_0^{\infty} \frac{t^{i-1}}{1-e^{-t}} (e^{-ut} + e^{-vt}) dt, \quad 2 \leq i \leq 5 \quad (39)$$

通过式(39)就可实现对参数 p 的一维线性搜索,从而将四维非线性最优化问题式(9)转化为一个一维线性最优化问题,其主要步骤如下,算法流程图见图 1.

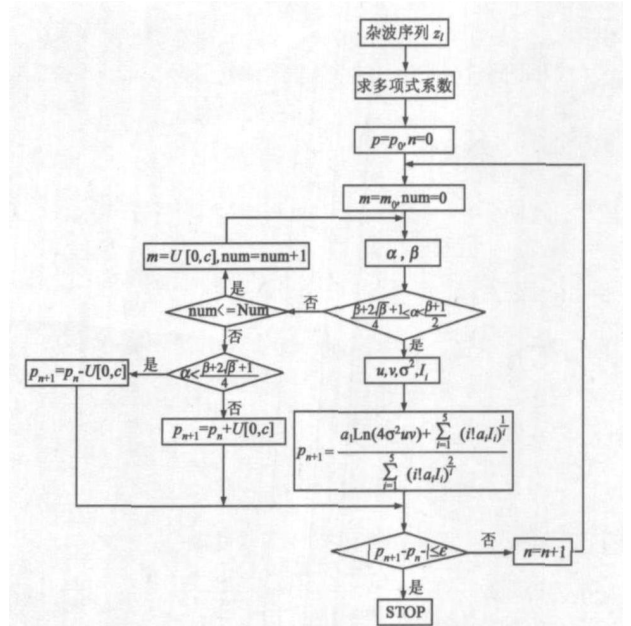


图 1 广义 K 分布参数估计流程图

其中,一般要求 $m_0 \leq 1$, $c \leq 1$, $\varepsilon \leq 10^{-3}$, $\text{Num} \leq 10$, $U[0, c]$ 表示区间 $[0, c]$ 上的均匀分布, $p_{n+1} = p_n \pm U[0, c]$ 的作用是改选参数 p 的初始点位置.

4 仿真实验

本文基于 ZMNL 方法产生了两组广义 K 分布杂波,其有关参数的取值见表 1. 实验中基于参数估计算法流程图 1 对 $L = 4096$ 个广义 K 分布杂波数进行了参数估计,其估计结果与最大似然参数估计结果进行了比较,如表 1,其中,最大似然参数估计中的搜索初始点定为真实参数值加一定的 $[0, 1]$ 均匀分布扰动. 图 2 分别是两组广义 K 分布随机序列的统计直方图与理论概率密度曲线的比较,由图可见二者十分贴近. 从实验结果可以看出,本文所提出的方法能较好的估计出原始参数,对于高分辨雷达杂波分类和识别具有重要意义.

表 1 仿真实验参数取值以及估计结果

	参数	p	u	v	σ
实验 1	真实参数	3	1	1	1
	本文估计方法	3.0787	1.0084	1.0212	0.9936
	最大似然估计算法	3.1368	0.7854	1.2106	1.1125
实验 2	真实参数	4	1	2	2
	本文估计方法	4.0815	1.0136	2.0283	2.0061
	最大似然估计算法	4.2302	0.8136	2.2083	2.3232

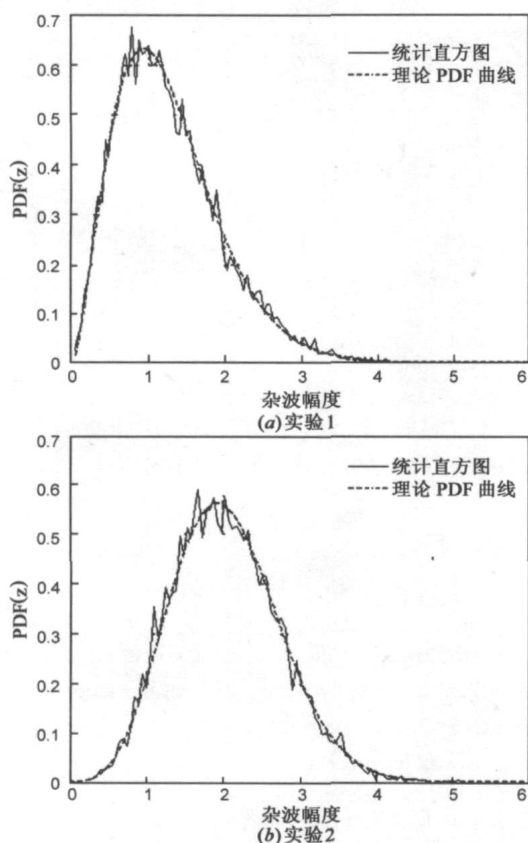


图 2 两组广义 K 分布序列的概率密度函数

5 结束语

随着现代雷达技术的发展, 雷达带宽和分辨率得到了不断的提高, 对雷达杂波的精确建模与仿真已变得越来越重要. 本文在文献[2, 3, 7]的基础上, 通过分析基于最大似然搜索法估计杂波模型参数的三个不利因素, 通过参数解耦技术并充分利用杂波序列所蕴含的信息, 提出了一种新的参数估计算法. 该算法将一个四维非线性最优化问题转化为一个一维线性最优化问题, 从而使计算量和所需样本数大大降低的同时也提高了估计性能. 最后, 本文进行了两组仿真实验, 通过对仿真结果的分析验证了文章所提出的参数估计算法的有效性与准确性.

参考文献:

- [1] David A Shnidman. Generalized radar clutter model[J]. IEEE Trans on AES, 1999, 35(3): 857- 865.
- [2] Vassilis Anastassopoulos, George A Lampropoulos. A generalized compound model for radar clutter[A]. Proceedings of the IEEE National Radar Conference[C]. USA: IEEE Press, 1994, 3. 29- 31.
- [3] V Anastassopoulos, G A Lampropoulos. High resolution radar clutter statistic[J]. IEEE Trans on AES, 1999, 35(1): 43- 59.
- [4] 吕雁, 史林, 杨万海. SIRP 法相干相关 K 分布雷达杂波的

建模与仿真[J]. 现代雷达, 2003, 24(2): 13- 16.

Lü Yan, Shi Lin, Yang Warr hai. Modeling and simulation of coherent correlation K-distributed radar clutter using SIRP[J]. Modern Radar, 2003, 24(2): 13- 16. (in Chinese)

- [5] 曹晨, 王小谟. 关于雷达杂波性质研究的若干问题[J]. 现代雷达, 2001, 23(5): 1- 5.
Cao Chen, Wang Xiao mo. Some problems on radar clutter characterization[J]. Modern Radar, 2001(5): 1- 5. (in Chinese)
- [6] 蒋咏梅, 陆铮. 相关非高斯分布杂波的建模与仿真[J]. 系统工程与电子技术, 1999, 21(10): 27- 30.
Jiang Yong mei, Lu Zheng. Modeling and simulation of correlated non Gaussian foliage background radar clutter[J]. Systems Engineering and Electronics, 1999, 21(10): 27- 30. (in Chinese)
- [7] Anastassopoulos V, Lampropoulos G A. High resolution radar clutter classification[A]. Proceedings of the IEEE National Radar Conference[C]. USA: IEEE Press, 1995. 662- 667. (in Chinese)
- [8] 张志勇, 曹治国, 张天序. 相关 Weibull 分布雷达杂波的模拟[J]. 华中理工大学学报, 1998, 26(1): 93- 95.
Zhang Zhi yong, Cao Zhi guo, Zhang Tian xu. Simulation of correlated Weibull radar clutter[J]. J Huazhong University of Science and Technology, 1998, 26(1): 93- 95. (in Chinese)
- [9] 申玉, 陶然, 单涛. 相关对数正态分布雷达杂波的建模与仿真[J]. 火控雷达技术, 2001(12): 1- 5.
Shen Yu, Tao Ran, Shan Tao. Modeling and simulation of correlated Log Normal distribution radar clutter[J]. Ammunition Controllable Radar Technology, 2001, (12): 1- 5. (in Chinese)
- [10] 王颖, 毛二可, 韩月秋. 相关 K 分布的建模与仿真[J]. 信号处理, 1997, 13(2): 141- 146.
Wang Yin, Mao Er ke, Han Yue qiu. Modeling and simulation of correlated K distributed clutter[J]. Signal Processing, 1997, 13(2): 141- 146. (in Chinese)
- [11] 周月梅. 特殊函数概论[M]. 北京: 北京大学出版社, 2000.
- [12] L James Marier Jr. Correlated K-distributed clutter generation for radar detection and track[J]. IEEE Trans on AES, 1995, 31(2): 568- 580.

作者简介:

任双桥 男, 1977 年 12 月生于湖南望城, 2000 年于国防科大获得系统工程与应用数学专业学士学位, 2003 年于国防科大获得系统工程专业硕士学位, 现于国防科技大学攻读信息与通信工程专业的博士学位, 主要研究方向为雷达杂波建模与仿真、目标识别等领域.

刘永祥 男, 1976 年 10 月生于河北唐山, 1999 年获国防科技大学通信工程学士学位, 2004 年获国防科技大学信息与通信工程博士学位, 目前主要从事信息融合、雷达目标识别的研究工作.

黎湘 男, 1967 年生于湖南浏阳, 博士, 教授, 目前主要从事精确制导、信息融合、非线性信号处理等领域的研究工作.