

# 非中心平滑算法及其在无人直升机 遥测数据处理中的应用

赵 琦, 吕善伟, 张晓林

(北京航空航天大学电子信息工程学院, 北京 100083)

**摘 要:** 在一般多项式拟合移动平滑滤波的基础上, 推导出位置多项式滤波非中心平滑的数学公式, 建立并实现了位置多项式滤波的非中心平滑算法, 结果表明滤波方差比得到了降低. 本算法已应用于某型无人直升机遥测数据的处理中, 实践证明, 该方法有效地滤出了遥测数据中的随机误差, 为分析无人直升机的飞行性能和进行可靠地监控奠定了基础.

**关键词:** 遥测数据处理; 多项式拟合; 非中心平滑

**中图分类号:** TN911. 7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 12-1882-03

## The Noncenteral Smoothing Method and Its Application in Telemetry Data Processing for Pilotless Helicopter

ZHAO Qi, LI Shanwei, ZHANG Xiaolin

(School of Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Based on moving polynomial smoother, the mathematical formula and algorithm of noncenteral smoothing method for position polynomial filter are developed in this paper. In this way, variance ratio of filtering is decreased. It has been tested in telemetry data processing of pilotless helicopter. The method can filter out the random error of telemetry data effectively. It may provide a foundation of analyzing the capability of pilotless helicopter and controlling it reliability.

**Key words:** telemetry data processing; polynomial fitting; noncenteral smoothing

### 1 引言

无人驾驶直升机的研制在我国尚属首次, 现已取得实际成果. 无人直升机电子设备中的遥测系统极为重要, 其功能主要完成遥测参数的采集、发送、接收、存储和处理, 遥测数据是从实时的飞行行程中记录下来的重要信息资源, 它不仅是无人直升机飞行过程中地面驾驶员和指挥员实施监控的依据, 也是事后对飞行性能分析的基础. 因此, 遥测数据的处理是遥测各个环节中至关重要的组成部分. 由于在飞行试验中得到的遥测数据属于动态测量数据, 其中含有随机误差, 因此在利用遥测数据进行各种分析之前, 必需进行数据的预处理, 以减小随机误差的影响<sup>[1~3]</sup>. 基于多项式拟合的移动平滑算法的基础是线性无偏最优准则, 它可以起到压缩输入数据随机误差方差的作用, 能够得到在最优统计意义下输出数据及其各阶的变化率<sup>[4,5]</sup>. 在对无人直升机遥测数据进行处理时, 主要是对当前位置的平滑与滤波. 文献[7]给出了观测数据的平滑与滤波问题的原理和性质, 本文在此基础上对位置多项式的中心平滑与非中心平滑理论进行了研究, 分析了平滑位置与滤波方差比的关系, 建立了位置多项式滤波的非中心平滑算法, 此方法已应用于某型无人直升机测控系统中. 实践证明, 此方法有效地滤出了遥测数据中的随机误差, 为无人直升机进行可靠地控制和性能评估提供基础, 取得了满意的成果.

### 2 多项式拟合的移动平滑算法

一般将观测数据即滤波器的输入  $x(t)$  分解为两部分:

$$x(t) = p(t) + E(t) \quad (1)$$

式中,  $p(t)$  是信号部分, 为  $k$  阶多项式;  $E(t)$  是平稳噪声部分.

为了讨论和计算的方便, 将  $p(t)$  表示为一族  $k+1$  个正交多项式  $\{p_j(t)\}$ ,  $j=0, 1, \dots, k$  的线性组合, 即:

$$p(t) = \sum_{j=0}^k a_j p_j(t) \quad (2)$$

并假定

$$E(E(t)) = 0 \quad (3)$$

$$E[E(t_i)E(t_j)] = R^2 Q(t_i - t_j) \quad (4)$$

这里  $Q(t_i - t_j)$  是噪声过程在  $t_i$  和  $t_j$  时刻的标准化相关函数 ( $Q(0)=1$ ),  $R^2$  是噪声方差.

由于观测数据是每隔  $h$  秒采样一次, 即采样时间  $t_r = rh$ ,  $r=1, 2, \dots, N$ , 对于这种等时间间隔的采样, 取  $h$  作相对时间单位,  $t_r/h = r$ . 这时, 滤波器的输入数据可表示为:

$$x_r = p_r + E_r, \quad r=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

假设滤波器为线性滤波器, 其理想输出是真实信号  $p(t)$  的某种变换  $A p(t)$ ,  $A$  是变换规则. 实际上, 滤波器的输出是由某一权序列  $\{W_r\}$ ,  $r=0, 1, \dots, N-1$  确定, 即

$$y_t = \sum_{r=0}^{N-1} W_r x_{N-r} = \sum_{r=1}^N W_{N-r} x_r \quad (6)$$

当观测误差为白噪声, 采样时间为  $t = h, 2h, \dots, Nh$  时, 通过推导得出数值滤波器的权序列为

$$W_{N-r, h} = \frac{1}{h^L} \sum_{j=L}^k \frac{p_j(r) p_j^{(L)}(N-A)}{S(N, j)} = \frac{1}{h^L} W_{N-r} \quad (7)$$

$r=0, 1, \dots, N-1$

其中,  $p_j(r)$  为正交多项式族,  $S(N, j)$  为

$$S(N, j) = \sum_{i=0}^N p_j^2(t_i) = \frac{(j!)^4}{(2j)!} \frac{F(N-j)}{(2j+1)!} \quad (8)$$

将滤波后输出数据的随机误差方差与输入数据的随机误差方差之比定义为滤波器的方差比, 记为  $L_h^2$ :

$$L_h^2 = \frac{1}{h^{2L}} \sum_{j=L}^k \frac{[p_j^{(L)}(N+A)]^2}{S(N, j)} = \frac{1}{h^{2L}} L^2(N, A, L, p) \quad (9)$$

对所获得的  $N$  个数据进行  $k$  阶多项式拟合后, 增加一个新观测数据, 去掉最旧的一个观测数据, 对最新0的和  $N-1$ 个旧0的观测数据进行  $k$  阶多项式拟合; 这样, 逐步往后移动, 直至全部观测数据拟合完为止, 所以这种算法又称为基于多项式拟合的移动平滑算法<sup>[9]</sup>.

### 3 基于位置滤波的中心平滑与非中心平滑

#### 3.1 中心平滑

为了减少遥测数据的随机误差, 常采用观测数据的中心平滑技术. 中心平滑是对拟合曲线之区间的中点进行数据滤波输出, 即取  $A = -(N-1)/2$ , 得到  $N+A = (N+1)/2 = r$ , 这时输出数据在一定的条件下具有较高的精度.

当求导的阶数  $L$  等于拟合多项式的阶数减 1, 即  $L = k-1$  时, 由式(9)有

$$\begin{aligned} L^2(N, A, k-1, k) &= \sum_{j=k-1}^k \frac{[p_j^{(L)}(N+A)]^2}{S(N, j)} \\ &= \frac{[p_{k-1}^{(k-1)}(N+A)]^2}{S(N, k-1)} + \frac{[p_k^{(k-1)}(N+A)]^2}{S(N, k)} \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $p_{k-1}^{(k-1)}(N+A) = (k-1)!$

$$p_k^{(k-1)}(N+A) = k! \frac{N-1+2A}{2}$$

因此, 得

$$L^2(N, A, k-1, k) = \frac{[(k-1)!]^2}{S(N, k-1)} + \frac{[k!]^2}{S(N, k)} \left( \frac{N-1+2A}{2} \right)^2 \quad (11)$$

将  $A = -(N-1)/2$  代入上式, 则

$$L^2\left[N, -\frac{N-1}{2}, k-1, k\right] = \frac{[(k-1)!]^2}{S(N, k-1)} [L^2(N, A, k-1, k)] \quad (12)$$

式(12)表明, 当拟合多项式阶数比求导阶数大 1 时, 中心平滑的输出具有最高的精度, 也就是中心平滑输出数据的随机误差最小<sup>[7]</sup>.

#### 3.1.2 位置偶次非中心平滑

在对位置( $L=0$ )进行滤波平滑的过程中, 当多项式拟合阶数为奇次时, 中心平滑所得的位置随机误差最小, 随着多项式拟合阶数的增高, 随机误差的影响越来越大, 因此, 拟合阶数不宜太高. 当多项式拟合阶数为偶数时, 中心平滑处的滤波方差比不是最小.

在式(9)中令  $L=0$ , 则有:

$$L^2 = \sum_{j=0}^k \frac{[p_j^{(0)}(N+A)]^2}{S(N, j)} \quad (13)$$

由式(13)可见,  $L^2$  与  $A$  值有关, 适当选择  $A$  值可减小输出位置的随机误差. 令式(13)对  $A$  的微分等于零, 即

$$\frac{5L^2}{5A} = \sum_{j=0}^k \frac{p_j^{(0)}(N+A)p_j^{(1)}(N+A)}{S(N, j)} = 0 \quad (14)$$

上式  $A$  解对应  $L^2$  的极值.

当  $k=L+1=1$  时, 由式(14)得

$$\begin{aligned} \frac{5L^2}{5A} &= \frac{p_0^{(0)}(N+A)p_0^{(1)}(N+A)}{S(N, 0)} + \frac{p_1^{(0)}(N+A)p_1^{(1)}(N+A)}{S(N, 1)} \\ &= [A + (N-1)/2] / S(N, 1) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

由上式可见, 当  $A = -(N-1)/2$  时,  $L^2$  有最小值, 即中心平滑时滤波方差比最小, 这同 3.1.1 小结的结论一致. 当  $k=L+2=2$  时, 由式(14)得

$$\frac{5L^2}{5A} = \frac{p_1^{(0)}(N+A)p_1^{(1)}(N+A)}{S(N, 1)} + \frac{p_2^{(0)}(N+A)p_2^{(1)}(N+A)}{S(N, 2)} = 0 \quad (16)$$

这里  $p_1^{(0)}(N+A) = A + (N-1)/2$

$$p_1^{(1)}(N+A) = 1$$

$$p_2^{(1)}(N+A) = 2[A + (N-1)/2]$$

$$p_2^{(0)}(N+A) = \left[ A + \frac{N-1}{2} \right]^2 - \frac{N^2-1}{12}$$

可见式(16)中  $A$  有 3 个解. 将式(17)代入式(16)中, 得到

$$\begin{aligned} \frac{5L^2}{5A} &= \frac{A + \frac{N-1}{2}}{S(N, 1)} + 2 \left[ A + \frac{N-1}{2} \right] \left[ \frac{\left[ A + \frac{N-1}{2} \right]^2 - \frac{N^2-1}{12}}{S(N, 2)} \right] \\ &= \left[ A + \frac{N-1}{2} \right] \left\{ \frac{1}{S(N, 1)} + \frac{\left[ \left[ A + \frac{N-1}{2} \right]^2 - \frac{N^2-1}{12} \right]}{S(N, 2)} \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

可见,  $A = -(N-1)/2$  是式(16)的一个解. 再由式(18)的第 2 个因式

$$\frac{1}{S(N, 1)} + \frac{\left[ \left[ A + \frac{N-1}{2} \right]^2 - \frac{N^2-1}{12} \right]}{S(N, 2)} = 0 \quad (19)$$

得到另两个解. 考虑到

$$S(N, 1) = \frac{1}{6}N(N^2-1)$$

$$S(N, 2) = \frac{1}{180}N(N^2-1)(N^2-4) \quad (20)$$

$$\text{则另两个解为 } A = -\frac{N-1}{2} \pm \sqrt{\frac{N^2-1}{12} - \frac{N^2-4}{60}} \quad (21)$$

将解分别记为  $A_1, A_2$ .

对以上三个极值, 利用二阶微分来分析其单调性, 以判别是极大值还是极小值. 通过推导表明,  $A = -(N-1)/2$  为极大值;  $A_1, A_2$  是极小值.

由此可见, 对于位置的二阶多项式滤波, 滤波方差比为最小的位置不在中心, 由式(21)得到的两个位置  $A_1, A_2$  上. 理论分析和计算结果表明, 当多项式拟合阶数为奇次时, 位置多项式滤波方差比为最小的是中心平滑; 而当多项式拟合阶数为偶数时, 位置多项式滤波中心平滑的滤波方差比不是最小.

综上所述, 在利用多项式滤波求位置时, 不一定采用一阶中心平滑公式, 也可以采用二阶非中心平滑公式, 应根据观测量进行计算和分析, 最终确定出位置多项式滤波的阶数和平

滑点的位置.

#### 4 运用位置滤波的非中心平滑算法对遥测数据处理的结果

在无人直升机遥测系统中, 遥测数据传递过程中诸环节的影响主要表现在采样、量化以及信道传输过程中所产生的误差. 因此, 遥测数据误差主要包括采样误差、量化误差和信道产生的误差, 这些误差即  $E(t)$  均可以看作是平稳的白噪声, 在对遥测数据的进行处理时, 可以采用多项式移动平滑算法进行分析.

以某型无人直升机一次实际试飞数据中的空速数据为例, 取  $N=19, L=0$ , 在不同的拟合阶数下, 对滤波方差比进行计算, 计算结果如图 1~4 所示:

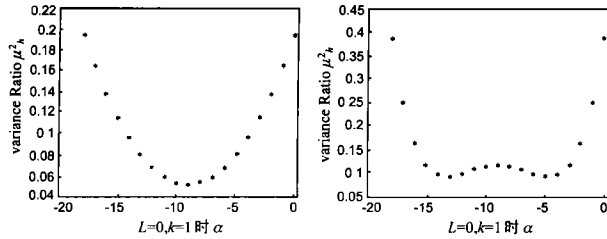


图1  $L=0, k=1$  时 A 与滤波方差比

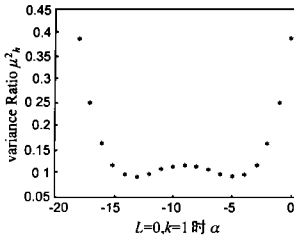


图2  $L=0, k=2$  时 A 与滤波方差比的关系

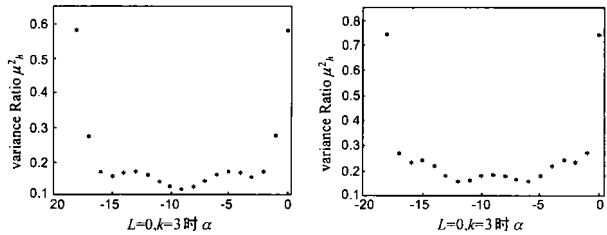


图3  $L=0, k=3$  时 A 与滤波方差比的关系

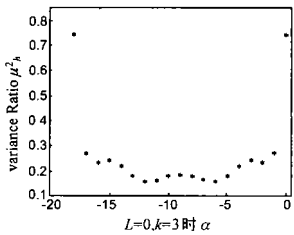


图4  $L=0, k=4$  时 A 与滤波方差比的关系

由图 1 和图 3 可见, 当多项式拟合阶数为奇次时, 位置多项式滤波采用中心平滑方法得到的滤波方差比为最小, 而从图 2 和图 4 可以看出, 当多项式拟合阶数为偶数时, 采用位置多项式滤波时滤波方差比最小点在非中心平滑处.

对同一组数据进行位置的平滑处理, 选取多项式拟合阶数为 2, 经计算得出中心平滑,  $A=-9$ , 滤波方差比为  $L^2=0.11190$ , 如采用非中心平滑, 取  $A=-5$ , 得出滤波方差比  $L^2_{\min}=0.00951$ , 可以看出, 当多项式拟合阶数为偶数时, 位置多项式滤波非中心平滑的滤波方差是最小的. 在实际利用多项式滤波求位置时, 如选取多项式拟合阶数为偶数, 则应采用非中心平滑算法, 以获得最小的滤波方差比.

#### 5 结论

在对无人直升机遥测数据进行处理时, 主要是对当前位置的平滑与滤波. 当多项式拟合阶数为偶数时, 采用非中心平

滑方法可以得到最小的滤波方差比, 该方法已应用于某型无人直升机遥测数据处理中. 实践证明, 该方法有效地滤出了遥测数据中的随机误差, 为分析无人直升机的飞行性能和进行可靠地监控奠定了基础. 同时, 该方法对研究其它领域的遥测数据也有很好的应用参考价值.

#### 参考文献:

- [1] Condon Robert J. Data Processing Systems Analysis and Design[M]. Reston Va: Reston Pub Co, 1978.
- [2] Condon Robert J. Data Processing with Applications[M]. Reston Va: Reston Pub Co, 1981.
- [3] Samprit Chatterjee, Bertram Price. Regression Analysis by Example [M]. New York: Wiley, 1977.
- [4] 王正明, 易东云. 测量数据建模与参数估计[M]. 北京: 国防科技大学出版社, 1996.
- [5] 应怀樵. 波形和频谱分析与随机数据处理[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1983.
- [6] 张世英, 刘智敏. 测量实践的数据处理[M]. 北京: 科学出版社, 1977.
- [7] 刘利生. 外测数据事后处理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.

#### 作者简介:



**赵 琦** 女, 1966 年生于辽宁省沈阳市, 1989 年至 1996 年在沈阳航空工业学院任教, 2002 年毕业于北京航空航天大学信息与通信工程专业并获得工学博士学位, 现为博士后, 研究方向为: 通信与信息系统、多路信息传输与处理, 长期从事无人驾驶飞行器的测控系统、信号采集与处理及可视化的科研和电子线路的教学工作.



**吕善伟** 男, 1937 年生于辽宁省大连市, 北京航空航天大学电子信息工程学院教授, 博士生导师, 曾获部级以上科技奖 7 项, 发表论文百余篇, 出版专著 6 部; 主要从事射频/微波和毫米波传输、通信与雷达天线、弹载和舰载天线、智能阵列、卫星地球站天线及伺服系统、近距离雷达目标特性等方面的科研和教学工作.



**张晓林** 男, 1951 年生于北京, 工学博士, 北京航空航天大学电子信息工程学院院长、教授、博导, 长期从事通信与电子系统的科研、教学工作, 所主持的项目获省部级科技进步一等奖 1 项、二等奖 3 项、三等奖 3 项, 发表论文 50 余篇. 任电子学报、航空学报、遥测遥控学刊编委, 1992 年被授予有突出贡献专家称号, 1992 年被国务院批准享受政府特贴, 近 5 年在 3 项国家项目中担任重要技术职务.