

# 普适计算中定位服务的参考点布置及选择算法

孙佩刚<sup>1,2</sup>, 赵海<sup>1</sup>, 张文波<sup>1,3</sup>, 尹震宇<sup>1</sup>, 赵明<sup>1,3</sup>

(1 东北大学信息科学与工程学院, 辽宁沈阳 110004; 2 沈阳炮兵学院, 辽宁沈阳 110162; 3 沈阳理工大学, 辽宁沈阳 110168)

**摘要:** 如何准确地获得未知移动节点的位置信息是普适计算环境下定位服务要解决的关键问题. 本文通过分析多边形定位法在定位过程中产生的定位误差, 将混沌动力学的三大特性很好地运用到参考点的摆放问题上, 提出并证明了定位参考点布置的三个定理. 在此基础上, 对传统多边形定位算法进行了改进, 提出了定位参考点选择算法. 仿真实验表明本文所提出的参考点布置定理及定位参考点选择算法能更好地满足对普适终端实时定位的需求, 且具有较高的定位精度.

**关键词:** 普适计算; 定位服务; 定位误差; 参考点布置定理; 定位参考点选择算法

**中图分类号:** TP393.17 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2006) 08-1456-08

## Research on Reference Nodes Placement and Selection of Ubiquitous Computing Locating Service

SUN Peigang<sup>1,2</sup>, ZHAO Hai<sup>1</sup>, ZHANG Wen-bo<sup>1,3</sup>, YIN Zhen-yu<sup>1</sup>, ZHAO Ming<sup>1,3</sup>

(1 School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110004, China;

2 Shenyang Artillery Academy, Shenyang, Liaoning 110162, China; 3. Shenyang Ligong University, Shenyang, Liaoning 110168, China)

**Abstract** How to obtain location information of an unknown node precisely is a key problem of locating service under ubiquitous computing environment. The paper proposes and proves three theorems of location reference nodes placement according to the analysis of the location error produced during location using the polygon location method and the three important characteristics of Chaos Dynamics. Based on the three theorems, the location reference nodes selection algorithm (LRNS algorithm) is proposed by improving the traditional polygon location algorithm. The simulation results indicate that the reference nodes placement theorems and the LRNS algorithm can meet the requirements of ubiquitous terminals' real-time location and possesses the preferable location precision.

**Key words** ubiquitous computing; locating service; location error; reference node placement theorems; the LRNS algorithm

### 1 引言

普适计算的上下文感知为用户提供其所在环境的相关信息, 其中约 80% 的信息和位置有关<sup>[1,2]</sup>. 因此, 定位服务成为普适计算中的一个主要服务, 准确获取位置信息的定位算法也成为了当前普适计算研究的热点<sup>[3]</sup>.

现有定位算法的定位过程大都可分为三步: (1) 测量参考点与未知移动点的距离; (2) 粗略计算未知点的位置; (3) 通过迭代过程进一步优化与精炼未知点的位置<sup>[4-7]</sup>. 这些算法在一定程度上能够较为精确地获得位置节点的位置信息, 然而, 当第一步中距离测量存在误差, 则在后续

步骤对位置估计的计算中会存在着误差积累. 考虑存在距离测量误差情况, 如何减少误差累积, 确保定位误差最小, 相关研究资料或算法较少.

本文通过数学证明, 当定位参考点布置成等边三角形时, 能使得定位误差最小; 基于多边形动力几何方法, 将参考点布置成谢尔宾斯基平面三角形形状<sup>[8]</sup>, 能够进一步减小误差. 在此基础上, 对传统的多边形定位算法进行改进, 提出定位参考点选择算法, 仿真结果表明, 该算法具有定位精度高、计算量小、实时性好等特点, 特别适用于对普适终端进行实时定位和跟踪, 从而满足普适计算环境下的定位服务要求.

### 2 参考点布置定理

#### 2.1 多边形定位法的数学基础

定义 1 文中将需要定位的未知节点称为定位点, 可能为携带普适终端的用户, 也可能为无线通信的终端设备; 将参与定位的已知节点称为参考点, 为已知自身位置的传感器或基站.

二维空间中的节点定位问题可以通过节点之间的距离来计算. 如果已知两个参考点的坐标, 求解定位点的坐标时, 可能会产生定位值不确定的情况, 这是由于两个圆可能产生两个交点, 不能唯一确定定位点的坐标. 因此, 在二维空间中至少需要三个参考点才能唯一确定定位点的位置.

假设已知有三个不同的参考点  $p_i = (x_i, y_i) (i = 1, 2, 3)$ , 若要得到定位点  $p$  的坐标  $(x, y)$ , 需要测量  $p_i$  和  $p$  之间的距离  $r_i = d(p, p_i)$ , 这可以利用到达时间 (time of arrival TOA) 方法得到<sup>[9]</sup>.

根据多边形定位法, 有下列方程组成立:

$$\begin{cases} (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2 \\ (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 = r_2^2 \\ (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2 = r_3^2 \end{cases}$$

解此方程组, 经整理后得到:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\Delta} (2T_1(y_1 - y_3) - 2T_2(y_1 - y_2)) \\ y = \frac{1}{\Delta} (2T_2(x_1 - x_2) - 2T_1(x_1 - x_3)) \end{cases}$$

其中,

$$\begin{aligned} T_1 &= r_2^2 - r_1^2 - x_2^2 + x_1^2 - y_2^2 + y_1^2 \\ T_2 &= r_3^2 - r_1^2 - x_3^2 + x_1^2 - y_3^2 + y_1^2 \\ \Delta^2 &= 4((x_1 - x_2)(y_1 - y_3) - (x_1 - x_3)(y_1 - y_2)); \end{aligned}$$

$\Delta^2$  称为定位算子.

当  $p_1, p_2, p_3$  在同一条直线上时, 定位算子  $\Delta^2 = 0$  上述方程组的解为无穷大, 即节点  $p$  不能通过三个参考点  $p_i (i = 1, 2, 3)$  来定位. 由此, 在实际定位过程中, 可通过计算定位算子  $\Delta^2$  的值来排除不能定位的情况; 同时, 在布置或选取参考点时, 应尽量避免任意三个参考点在同一条直线上的情况. 即使定位算子  $\Delta^2 \neq 0$

基于相同原理, 在三维空间中, 只须知道了定位点到四个参考点的距离, 就可以确定该点的坐标, 只不过在普适计算中, 坐标系大多采用二维坐标. 因此, 本文主要探讨二维空间中参考点的布置方法, 以便能为普适计算提供更好的定位服务.

#### 2.2 参考点布置定理

上述对于节点之间距离的计算是在假定距离测量是绝对准确的情况下进行的, 然而测量误差是不可避免的. 以下假定这个误差的范围在  $(0, \pm \varepsilon)$  之间, 取  $(\varepsilon > 0)$ . 即当两个节点之间的真实距离为  $r$  时, 那么定位距离的测量值

就在  $(r, r \pm \varepsilon)$  之间. 在存在误差的情况下, 三圆不再相交于一点, 而是构成了一个小区域, 如图 1 所示.

图中三圆相交围成的小区域, 记为  $C_p$ , 该区域的面积则表示定位误差的大小. 设定位点  $p$  的坐标为  $(x, y)$ , 可对该点进行定位, 并能构成三角形的三个参考点  $p_i$  的坐标分别为  $(x_i, y_i) (i = 1, 2, 3)$ , 与定位点的距离为  $r_i, \varepsilon_i$  为距离测量误差, 可以得到如下表达式:

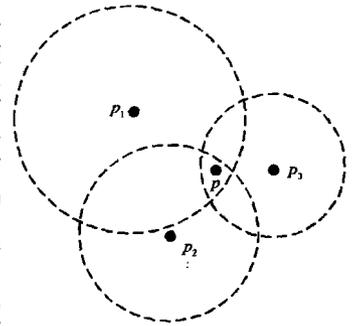


图 1 存在距离测量误差时的定位误差区域

$$C_{p_i} = \{(x, y) \mid (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \leq (r_i + \varepsilon_i)^2, (x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \geq (r_i - \varepsilon_i)^2\} \quad (1)$$

$$C_p = \{(x, y) \mid x \in \bigcap_{i=1}^3 C_{p_i}, y \in \bigcap_{i=1}^3 C_{p_i}\} \quad (2)$$

$$S_p = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = \varepsilon_i^2, \varepsilon_i > 0\} \quad (3)$$

由于各参考点的测量是独立的, 为了简化分析, 这里假定距离测量误差的大小是相等的, 即  $\varepsilon_i = \varepsilon (i = 1, 2, 3)$ . 所以, 当  $\varepsilon = 0$  式 (2) 中点集  $C_p$  将汇聚成为一个点; 然而, 当考虑误差时, 也就是当  $\varepsilon > 0$  时,  $C_p$  将是一个凸的小区域, 这个小区域的面积代表了定位误差的大小.

设  $l_{p_i}$  是过点  $p$  和  $p_i$  的直线, 式 (3) 中的圆  $S_p$  于两点  $q_{ij}, j = 1, 2$  过  $q_{ij}$  作  $S_p$  的切线  $\tilde{l}_{q_{ij}}$ , 切线间相交成六边形, 那么区域  $\tilde{C}_p$  将在直线  $\tilde{l}_{q_{11}}, \tilde{l}_{q_{12}}$  之间, 取  $\tilde{C}_p = \tilde{C}_{p_1} \cap \tilde{C}_{p_2} \cap \tilde{C}_{p_3}$ , 如图 2 所示. 当测量误差  $\varepsilon$  较小时,  $C_p$  边缘的区域可以被线性化, 并且被估计为  $\tilde{C}_p$ . 这样, 二维空间中节点的定位问题就转变为探讨三个参考点如何布置将使得  $\tilde{C}_p$  区域的面积  $S(\tilde{C}_p)$  最小化.

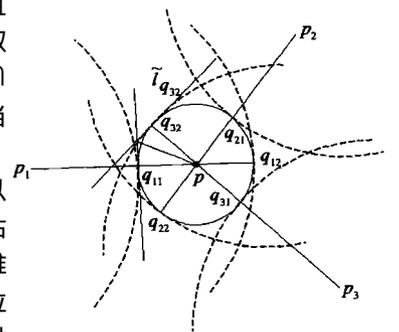


图 2 定位误差的分析

定义 2 设一个子集  $S \subset \mathcal{R}^2, \forall X_1 \in S, X_2 \in S, X_1 \neq X_2$ , 且  $\forall l$  使  $l$  取值在  $[0, 1]$  之间, 有  $lX_1 + (1-l)X_2 \in S$  成立, 则  $S$  是凸集.

定义 3 设  $S$  为凸集,  $\forall X_1 \in S, X_2 \in S, X_1 \neq X_2$ , 且  $\forall l$  使  $l$  取值在  $[0, 1]$  之间, 有  $f(lX_1 + (1-l)X_2) \leq lf(X_1) + (1-l)f(X_2)$  成立, 则  $f(X)$  是定义在凸集  $S$  上的凸函数.

引理 1 设  $S$  为凸集,  $f(X)$  为定义在  $S$  上的光滑函数,  $\forall X \in S, \exists f''(X) \geq 0$  则  $f(X)$  为定义在凸集  $S$  上的凸函数.

引理 2 对于定义在子集  $S$  上的凸函数  $f(X), \forall m$  个

点  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m, \exists f\{(1/n)^*(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_m)\} \leq (1/n)^* \{f(X_1) + f(X_2) + f(X_3) + \dots + f(X_m)\}$  成立, 当且仅当取  $X_1 = X_2 = X_3 = \dots = X_m$  时, 上述不等式中的等号成立.

**定理 1** 设  $\alpha_i$  是向量  $pp_i$  与  $p_j p$  之间的夹角 (锐角), 当  $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{13} = p/3$  时,  $S(\tilde{C}_p)$  达到最小值. 即当三个参考点之间形成等边三角形时, 定位点的定位误差最小; 同时, 这三个参考点也构成了二维空间中的最小定位单元.

**证明** 在图 2 的基础上, 将圆  $S_p$  的六条切线全部做出, 得到图 3 为了方便编排, 字母标号略作调整.

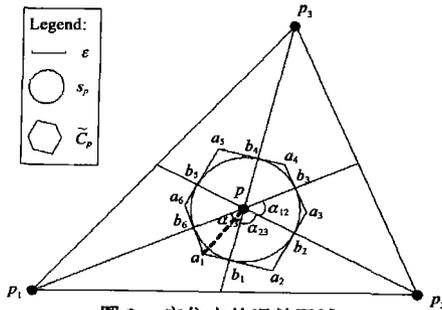


图 3 定位中的误差区域

因为  $\tilde{C}_p$  构成的区域为圆  $S_p$  的外切六边形, 由简单的初等几何可知, 以下多边形全等:

$pb_6a_1b_1 \cong pb_3a_4b_4; pb_1a_2b_2 \cong pb_4a_5b_5; pb_2a_3b_3 \cong pb_5a_6b_6;$   
因而有:

$$S(\tilde{C}_p) = 2S(b_6a_1a_2a_3b_3);$$

因为  $\Delta pb_6a_1 \cong \Delta pa_1b_1$ ; 线段  $pb_1$  的长为测距误差  $\epsilon$  所以有如下几个等式成立:

$$a_1b_1 = \epsilon^* \tan\left(\frac{\alpha_{13}}{2}\right);$$

$$S(\Delta pa_1b_1) = \frac{1}{2} pb_1^* a_1b_1 = \frac{1}{2} \epsilon^2 \tan\left(\frac{\alpha_{13}}{2}\right);$$

$$S(pb_6a_1b_1) = 2^* S(\Delta pa_1b_1) = \epsilon^2 \tan\left(\frac{\alpha_{13}}{2}\right);$$

同理可得:

$$S(pb_1a_2b_2) = \epsilon^2 \tan\left(\frac{\alpha_{23}}{2}\right); S(pb_2a_3b_3) = \epsilon^2 \tan\left(\frac{\alpha_{12}}{2}\right);$$

所以,

$$\begin{aligned} S(\tilde{C}_p) &= 2^* S(b_6a_1a_2a_3b_3) \\ &= 2^* \left\{ S(pb_6a_1b_1) + S(pb_1a_2b_2) + S(pb_2a_3b_3) \right\} \\ &= 2^* \left[ \epsilon^2 \tan\left(\frac{\alpha_{13}}{2}\right) + \epsilon^2 \tan\left(\frac{\alpha_{23}}{2}\right) + \epsilon^2 \tan\left(\frac{\alpha_{12}}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

即:

$$S(\tilde{C}_p) = 2\epsilon^2 \left[ \tan\left(\frac{\alpha_{12}}{2}\right) + \tan\left(\frac{\alpha_{23}}{2}\right) + \tan\left(\frac{\alpha_{13}}{2}\right) \right] \quad (4)$$

而对于  $\alpha_{12}, \alpha_{23}, \alpha_{13}$  来说, 有如下关系式:

$$\alpha_{12} + \alpha_{23} + \alpha_{13} = p$$

当  $0 \leq x \leq p/2$  时,  $(\tan x)'' = 2 \tan x (1 + \tan^2 x) \geq 0$  应用引理 1 和引理 2 可以导出如下表达式:

$$\begin{aligned} S(\tilde{C}_p) &= 6\epsilon^2 * \frac{1}{3} \left( \tan\left(\frac{\alpha_{12}}{2}\right) + \tan\left(\frac{\alpha_{23}}{2}\right) + \tan\left(\frac{\alpha_{13}}{2}\right) \right) \\ &\geq 6\epsilon^2 * \frac{\tan\left(\frac{\alpha_{12} + \alpha_{23} + \alpha_{13}}{6}\right)}{6} \\ &= 6\epsilon^2 \tan\left(\frac{p}{6}\right) \quad (5) \end{aligned}$$

当  $\alpha_{12} = \alpha_{23} = \alpha_{13} = p/3$  时, 等式成立. 即当三个参考点之间的位置关系成等边三角形时, 定位点的定位误差最小. 同时, 由于二维空间中, 只有三个参考点才能唯一地进行定位, 于是构成等边三角形的参考点便构成了二维空间中最小的定位单元. 证毕!

**定理 2** 当参考点与定位点之间的距离超过了信号的传输范围时, 就需要在原有参考点的周围增加参考点, 以形成新的等边三角形, 而新增加的参考点坐标, 可以通过原有的参考点计算出来. 因此, 参考点的坐标是拓扑可复制的.

**证明** 为计算简便, 将参考点按图 4 所示进行拓扑复制. 假设 A, B, C 为最初的三个参考点, 布置成等边三角形形状, 边长为  $2a$ , 以  $\Delta ABC$  为初始三角形, 依次无缝地复制. 取三角形的重心 O 为坐标原点, 建立如图 4 所示的坐标系.

因为 A 点, B 点, C 点为已知位置的参考点, 其坐标分别为  $A(-a/\sqrt{3}, a/3), B(a/\sqrt{3}, a/3), C(0, 2a/\sqrt{3})$ , 而  $A_1$  点,  $B_1$  点,  $C_1$  点是对  $\Delta ABC$  三边的首次拓扑复制得到的未知点. 通过等边三角形的边角关系可以很容易地求得  $A_1, B_1, C_1$  点的坐标, 用  $a$  来表示, 分别为:  $A_1(a, -2\sqrt{3}a/3), B_1(-a, -2\sqrt{3}a/3), C_1(0, 4\sqrt{3}a/3)$ . 依此类推, 可以依次求出拓扑复制中的其他未知顶点. 这样, 当在室内环境中布置定位参考点时, 只要知道一个等边三角形的位置坐标, 就可以通过拓扑复制来唯一地确定其他参考点的坐标. 图 4 为了显示的需要, 只给出了局部拓扑复制结果. 根据实际需要, 参考点可以作进一步拓展. 证毕!

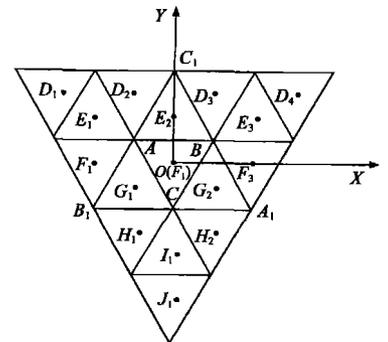


图 4 参考点布置的拓扑复制

**定理 3** 当有  $n$  ( $n$  为整数且  $n \geq 1$ ) 个等边三角形参与对定位点的定位计算时, 随着  $n$  的增大, 未知节点的定位误差也随之减小; 当  $n$  无限增加, 趋于无穷大时, 定位误差趋于恒定值  $p\epsilon^2$  ( $\epsilon$  为测距误差), 即定位误差是收敛的.

**证明** (1) 当  $n = 1$  时, 由定理 1 可知, 参考点布置成等边三角形, 构成了平面定位的最小单元, 所产生的定位误差最小, 记  $C_{p1}$  表示定位点的可能区域, 定位误差大小约为  $S(\tilde{C}_{p1}) = 2\sqrt{3}\epsilon^2$ ;

(2) 当  $n \geq 2$  时, 由定理 2 可知, 参考点布置是拓扑可复制的, 而且拓扑复制规则是唯一确定的. 当  $n = 2$  时, 会在定位点的周围形成一个新的误差区域, 记为  $C_{p_2}$ . 所以, 定位点的可能区域就是  $C_p = C_{p_0} \cap C_{p_1} \cap C_{p_2}$ , 即定位误差的可能区域是两个小区域的交集, 且有  $C_p \subseteq C_{p_1}$  及  $C_p \subseteq C_{p_2}$  成立. 当  $n > 2$  时, 依次类推有  $C_p = C_{p_0} \cap C_{p_1} \cap \dots \cap C_{p_{n-1}} \cap C_{p_n}$ , 且有  $C_p \subseteq \{C_{p_0}, C_{p_1}, \dots, C_{p_{n-1}}, \dots, C_{p_n}\}$ , 故在面积上有  $S(C_p) \leq \min\{S(C_{p_0}), S(C_{p_1}), \dots, S(C_{p_{n-1}}), \dots, S(C_{p_n})\}$  即随着等边三角形的拓扑复制, 定位点的误差区域将不断减小.

(3) 由于距离测量误差  $\epsilon$  的存在, 无论当  $n$  如何增加, 定位点的面积误差都不会一直减小下去, 而是会趋于一定值, 下面就来求出这一定值. 首先考虑以等边三角形三边各作一次拓扑复制的情况, 其定位点误差区域的变化情况如图 5 所示. 其中, 图 5-1 通过一次拓扑复制, 新增三个等边三角形参与定位, 同时也新增三个参考点  $A_1$  点,  $B_1$  点,  $C_1$  点; 图 5-2 为两种情况的参考点所产生的不同定位误差区域, 是对图 5-1 中  $\triangle ABC$  内部区域的局部放大, 以显示误差区域的相交情况; 图 5-3 进一步地显示了各误差区域及其相交后的几何形状, 并给出了各自区域的形式化描述.

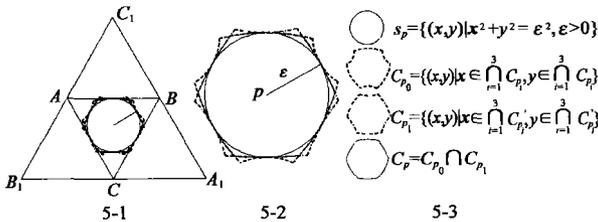


图 5 拓扑复制后, 定位点误差区域在缩小

对于最初的  $\triangle ABC$ , 定位点  $p$  的误差区域  $C_{p_0}$ , 其面积由定理 1 证明过程中的式 (5) 求得:

$$S(\tilde{C}_{p_0}) = 2\sqrt{3}\epsilon^2$$

由拓扑复制, 新增三个三角形  $\triangle A_1BC$ ,  $\triangle AB_1C$ ,  $\triangle ABC_1$  参与定位, 由于原有参考点  $A$  点,  $B$  点,  $C$  点对定位点的定位没有新的贡献, 有贡献的点是新增的  $A_1$  点,  $B_1$  点,  $C_1$  点, 这恰恰又构成了新的等边三角形  $\triangle A_1B_1C_1$ , 引入了新的误差区域  $C_{p_1}$ , 且与  $C_{p_0}$  相交. 由图 5-2 中可以看出, 圆  $S_p$  为二者公共部分; 在圆  $S_p$  外部,  $C_{p_0}$  的六个被  $S_p$  分割开的小区域被  $C_{p_1}$  重新相交, 假设对于圆外每个小区域相交得到的公共部分为原先  $C_{p_0}$  相应每个角区域的  $1/c$ , 其中  $c > 1$ , 且  $c$  为常数. 经过推导, 可以得出区域  $C_p = C_{p_0} \cap C_{p_1}$  的面积, 记为  $S(\tilde{C}_{p_1})$ :

$$\begin{aligned} S(\tilde{C}_{p_1}) &= \frac{2\sqrt{3}\epsilon^2 - p\epsilon^2}{c} + p\epsilon^2 = \frac{2\sqrt{3}\epsilon^2}{c} + \frac{c-1}{c}p\epsilon^2 \\ &= \frac{1}{c}S(\tilde{C}_{p_0}) + \frac{c-1}{c}p\epsilon^2 \end{aligned} \quad (6)$$

再次将  $\triangle A_1B_1C_1$  视为等边三角形, 分别对其三边进行复制, 引入了新的三个顶点  $A_2$  点,  $B_2$  点,  $C_2$  点, 于是又引

入了新的误差区域  $C_{p_2}$ , 可以得出区域  $C_p = C_{p_0} \cap C_{p_1} \cap C_{p_2}$  的面积, 记为  $S(\tilde{C}_{p_2})$ :

$$\begin{aligned} S(\tilde{C}_{p_2}) &= \frac{1}{c} \left[ \frac{2\sqrt{3}\epsilon^2 + (c-1)p\epsilon^2}{c} - p\epsilon^2 \right] + p\epsilon^2 \\ &= \frac{2\sqrt{3}\epsilon^2}{c^2} + \frac{(c-1)p\epsilon^2}{c^2} + \frac{c-1}{c}p\epsilon^2 \\ &= \frac{1}{c}S(\tilde{C}_{p_1}) + \frac{c-1}{c}p\epsilon^2 \end{aligned} \quad (7)$$

如此继续进行拓扑复制, 由式 (6) 和式 (7), 可以得出如下迭代关系式:

$$\begin{cases} S(\tilde{C}_{p_0}) = 2\sqrt{3}\epsilon^2 \\ S(\tilde{C}_{p_n}) = \frac{1}{c}S(\tilde{C}_{p_{n-1}}) + \frac{c-1}{c}p\epsilon^2 \end{cases} \quad (8)$$

解此差分方程, 可得

$$\begin{aligned} S(\tilde{C}_{p_n}) &= \frac{2\sqrt{3}\epsilon^2}{c^n} + \frac{c-1}{c^n}p\epsilon^2 + \frac{c-1}{c^{n-1}}p\epsilon^2 + \dots \\ &\quad + \frac{c-1}{c^2}p\epsilon^2 + \frac{c-1}{c}p\epsilon^2 \end{aligned} \quad (9)$$

当  $n$  趋向于无穷大时, 对式 (9) 取极限, 得:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} S(\tilde{C}_{p_n}) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2\sqrt{3}\epsilon^2}{c^n} + \frac{c-1}{c^n}p\epsilon^2 + \frac{c-1}{c^{n-1}}p\epsilon^2 + \dots + \frac{c-1}{c^2}p\epsilon^2 + \frac{c-1}{c}p\epsilon^2 \right) \\ &= \frac{c-1}{1 - \frac{1}{c}}p\epsilon^2 = p\epsilon^2 \end{aligned} \quad (10)$$

式 (10) 的物理意义是, 当引入无限多个新增的等边三角形后, 对误差区域的贡献都集中在圆  $S_p$  的外部, 直至其六个小区域的误差由于迭代而被全部抵消, 但由于距离测量误差  $\epsilon$  的存在, 新增无论如何多的点, 都对圆内区域没有贡献. 因此, 当进行无限次拓扑复制后, 误差趋向于恒定值  $p\epsilon^2$ , 即定位误差收敛. 证毕!

定理 3 从理论上给出了拓扑复制的一种迭代形式, 但由于受到室内空间大小、节点间通信介质等因素的影响, 新增参考点的数量有限. 但这可以通过每次迭代均以初始等边三角形为基本单元, 进行拓扑复制, 构成初始等边三角形的无缝平铺结构, 这样新的参考点增长较快, 且占用的空间范围较小, 因而更适宜实际应用.

### 2.3 参考点布置定理中的混沌动力学问题

在普适计算中, 定位问题的首要条件是参考点的布置问题. 定理 1 说明了等边三角形构成了二维空间中定位的最基本单元, 具有定位的“初始敏感性”; 定理 2 可以实现对移动定位点的位置跟踪, 通过“拓扑可复制性”来增加新的参考点; 定理 3 证明了定位点的定位误差不会无限减小, 而是趋于一定值, 即具有“周期收敛性”. 这些恰恰符合了混沌动力系统的三大要点.

式 (8) 给出了定位误差的初始状态和迭代差分方程, 可以将其视为混沌动力学方程, 该动力学方程的长期性态是使得定位误差趋于恒定值  $p\epsilon^2$ . 图 4 从几何角度直观地

表达了该动力系统拓扑复制的进化过程,具有自相似特性,成多边形动力几何中的谢尔宾斯基三角形形状.根据文献[10],可以求得图4所示拓扑结构的分形维数  $D = (\ln 3) / (\ln 2) = 1.58496$

在实际定位中,初始等边三角形参考点的布置要依据室内空间大小以及节点间的无线传输介质.在考虑对定位点进行定位时,不可能让所有拓扑复制

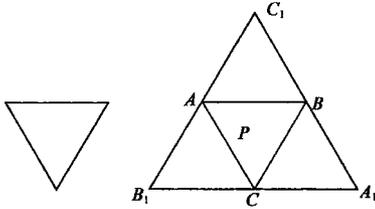


图6 参考点选择算法的最佳计算单元

的参考点均参与定位,参考点选择与以下几种因素有关:  
(1)误差减小的阈值.迭代计算的次数越多,误差面积减小的越慢,可以设定误差减小的阈值,当达到这一阈值后,便停止拓扑复制.  
(2)收敛延迟.当参与定位的参考点越多,相应的定位开销越大,定位实时性必然降低.  
(3)计算复杂度.普适终端的处理能力有限,完成定位的计算量应当尽可能小.一般地,可以考虑在定位点的周围选择如图6所示的参考点参与定位计算,即对基本三角形作一次拓扑复制,共含6个参考点,构成了定位参考点选择算法的最佳计算单元.

### 3 定位参考点选择算法

在普适计算环境下,定位算法的主要任务是如何利用一组已知位置的参考点,实现对移动对象的定位和跟踪,并得到其运动轨迹<sup>[11, 12]</sup>.由于普适终端大都工作在资源受限环境下,有着极其有限的计算能力、存储能力及通信能力.传统的多边形定位算法在定位过程中,要求的时、空开销都较大,因而很难在资源受限的普适终端上实现<sup>[13]</sup>.本文针对传统多边形定位算法的不足,基于参考点布置定理,提出了定位参考点选择算法.

#### 3.1 传统的多边形定位算法

为了与本文提出的定位参考点选择算法进行对比,现将传统的多边形定位算法的定位过程描述如下:

(1)每个已知位置的参考点发送广播包,广播包包含如下定位信息  $\{ID, T_{send}(a, b)\}$ .其中, ID 是参考点的标识,  $T_{send}$  是发送消息的时间,  $(a, b)$  是参考点坐标.

(2)未知节点接收到多个广播包后,就可利用发送节点的发送时间  $T_{send}$  与接收节点的接收时间  $T_{rec}$  之间的时间差  $T_{diff}$  来计算节点之间的距离.这样,就可以首先利用最先收到的三个消息来初步计算未知节点的位置.

(3)对于所有接收到的  $N$  个消息,按照  $C_N^3$  组合,分别计算每个组合中的两点之间的距离,判断它们是否在一条直线上.

(4)对每一组不在一条直线上的点,分别计算未知节点的位置  $\{L_1, L_2, \dots\}$ .

(5)最后,对集合中所有计算的位置取平均值  $L_{avg}, L_{avg}$  就是未知节点的位置估计.

可以看出,传统的多边形定位算法首先粗略计算未知节点的位置,然后通过多个类似的过程来逐步提高未知节点的定位精度.随着节点数量的增加,算法的计算量将以几何级数增长,无法满足定位实时性要求.

#### 3.2 定位参考点选择算法

依据本文提出的参考点布置定理,有针对性地在定位点可能出现的区域布置多个无缝平铺的等边三角形形状的参考点.算法的定位过程如下:

(1)已知位置的参考点发送广播包,广播包包含如下定位信息  $\{ID, T_{send}(a, b)\}$ .其中, ID 是参考点的标识,  $T_{send}$  是参考点信息发送时间,  $(a, b)$  是参考点坐标.

(2)未知节点接收到多个这样的定位消息.对于所有接收到的  $N$  个消息,按照  $C_N^3$  组合,利用发送时间  $T_{send}$  与接收时间  $T_{rec}$  之间的时间差  $T_{diff}$  计算节点间的距离,判断每三个参考点是否构成了等边三角形.

(3)利用最先得到的等边三角形首先计算未知节点的位置.

(4)对每一组符合条件的等边三角形,分别计算未知节点的位置  $\{L_1, L_2, \dots\}$ .

(5)最后,对集合中所有计算的位置取平均值  $L_{avg}, L_{avg}$  就是未知节点的位置估计.

该算法在确保定位误差较小的同时,减少了计算量,保证了定位计算的实时性,能够对移动用户进行实时位置跟踪,从而更好地满足普适计算环境下的定位需求.

### 4 定位误差分析

一般地,影响定位误差的可能因素主要有:(1)节点间距离测量误差;(2)参与定位的参考点数量;(3)参考点间的相对几何位置.本节主要对由参考点相对位置所引入的误差进行定量分析,对比依据参考点布置定理布置参考点引入的定位误差和随机布置参考点引入的定位误差,以分析本文所提出的参考点布置定理及定位参考点选择算法的性能.

首先,求解依据参考点布置定理布置参考点所引入的定位误差.由定理1知,当定位参考点成等边三角形布置时,定位误差最小.计算2.2节中式(5)的值,可以得出定位误差的最小值为:

$$S(\tilde{C}_{p0}) = 2\sqrt{3}\epsilon^2 \quad (11)$$

依据定理2和定理3,通过拓扑复制,引入新的参考点,可以进一步减小定位误差,随着参考点数目的增多,这一误差最终趋向于  $p\epsilon^2$ .

其次,求解随机布置参考点所引入的定位误差.这一误差与参考点所构成的三角形形状有关,这里采用求误差的数学期望值  $E[S(\tilde{C}_{p0})]$ ,即平均的误差区域,将2.2节中的式(4)代入得:

$$E[S(\tilde{C}_{\rho_0})] = 2\varepsilon^2 E\left[\tan \frac{\alpha_{12}}{2} + \tan \frac{\alpha_{23}}{2} + \tan \frac{\alpha_{13}}{2}\right]$$

为了便于计算和推导,将上式中的  $\alpha_{12}, \alpha_{23}, \alpha_{13}$  分别替换为  $x, y, z$ , 则  $x, y, z$  满足  $x + y + z = \pi$ , 消去未知变元  $z$ , 则有:

$$E[S(\tilde{C}_{\rho_0})] = 2\varepsilon^2 E\left[\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{y}{2} + \cot \frac{x+y}{2}\right] \quad (12)$$

由于变元  $x, y$  在区域  $D$  上服从均匀分布,  $D = \{(x, y) | x > 0, y > 0, x + y < \pi\}$ , 所以  $x, y$  的联合概率密度函数是:  $f(x, y) = 2/\pi^2$ , 代入式(12)中, 得:

$$\begin{aligned} E[S(\tilde{C}_{\rho_0})] &= 2\varepsilon^2 E\left[\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{y}{2} + \cot \frac{x+y}{2}\right] \\ &= \frac{4\varepsilon^2}{\pi^2} \iint_D \left(\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{y}{2} + \cot \frac{x+y}{2}\right) dx dy \\ &= \frac{4\varepsilon^2}{\pi^2} \left(\int_0^\pi \int_0^{\pi-x} \left(\tan \frac{x}{2} + \tan \frac{y}{2} + \cot \frac{x+y}{2}\right) dy dx\right) \\ &= \frac{4\varepsilon^2}{\pi^2} \left(\int_0^\pi (\pi-x) \tan \frac{x}{2} dx - 4 \int_0^\pi \ln \sin \frac{x}{2} dx\right) \end{aligned} \quad (13)$$

通过对式(13)的前半部分的推导, 有

$$\begin{aligned} \int_0^\pi (\pi-x) \tan \frac{x}{2} dx &= -2\left((\pi-x) \ln \cos \frac{x}{2}\right) \Big|_0^\pi \\ &\quad + \int_0^\pi \ln \cos \frac{x}{2} dx \\ &= -2 \int_0^\pi \ln \cos \frac{x}{2} dx \end{aligned} \quad (14)$$

将式(14)的结果代入式(13)中, 通过适当的变量替换和计算, 可得:

$$\begin{aligned} E[S(\tilde{C}_{\rho_0})] &= \frac{4\varepsilon^2}{\pi^2} \left(-2 \int_0^\pi \ln \cos \frac{x}{2} dx - 4 \int_0^\pi \ln \sin \frac{x}{2} dx\right) \\ &= \left(\frac{24}{\pi} \ln 2\right) \varepsilon^2 \end{aligned} \quad (15)$$

通过引入新的参考点, 可以进一步减小定位误差, 随着参考点数量的增多, 这一误差也将趋向于  $\pi\varepsilon^2$ , 但这必将需要更大的计算量和耗费更多的处理开销。

最后, 比较式(11)与式(15)的结果, 当依据参考点布置定理有针对性的布置参考点时, 可以有效缩小定位误差, 提高定位精度, 以参数  $\beta$  表示提高定位精度的百分比, 则  $\beta$  值为:

$$\beta = \frac{\left(\frac{24}{\pi} \ln 2\right) \varepsilon^2 - 2\sqrt{3}\varepsilon^2}{\left(\frac{24}{\pi} \ln 2\right) \varepsilon^2} = 34.9\%$$

通过对定位误差的定量计算, 可知当依据参考点布置定理布置参考点时, 利用初始等边三角形可使定位精度平均提高约 34.9% 左右, 通过等边三角形的拓扑复制可以进一步减小误差。以上分析是在假设距离测量误差均为  $\varepsilon$  的情况下得到的, 实际定位中, 由于各种不确定因素的存在, 实际得到的定位精度很难达到理想值, 但通过有针对性的布置参考点, 能较大程度地提高未知节点的定位精度。

## 5 仿真实验及算法评价

### 5.1 仿真环境及测试方法

对于本文提出的参考点布置定理及定位参考点选择算法的测试, 采用了以下三种方法: (1) 利用 MATLAB 计算定位误差, 考察当参考点数目增多时, 定位误差的变化趋势; (2) 以 Webit5.0 为实验平台, 对算法的实时性进行测试; (3) 利用 ns-2 对多边定位法的无线环境进行模拟, 通过加入距离测量误差等噪声或干扰因素以验证本文提出的定位参考点选择算法的性能。

Webit5.0 是由辽宁省嵌入式技术重点实验室自主研发的普适终端设备, 主控芯片采用了 8 位微控制器 AVR Atmega128 进行设计, 运行了基于优先级抢占式的嵌入式实时操作系统 WebitOS5.0, 内嵌了轻型 TCP/IP 协议栈, 支持硬实时应用和设备间通信。在该平台上进行测试, 是为了验证定位算法能够在资源受限的设备中实现, 并能满足对移动用户进行跟踪定位的实时性要求。

### 5.2 参考点布置定理的分析与验证

节点间距离测量误差  $\varepsilon$ , 参与定位的参考点数目  $n$  都会对定位点的定位误差有影响。借助于 MATLAB, 计算了当  $\varepsilon$  和  $n$  分别取不同值时, 对定位误差的影响。由于室内节点间距离测量误差大约在几厘米至几十厘米不等, 这里给出了当距离测量误差分别为 20cm, 15cm, 10cm 及 5cm 四种情况。结果如图 7 所示。

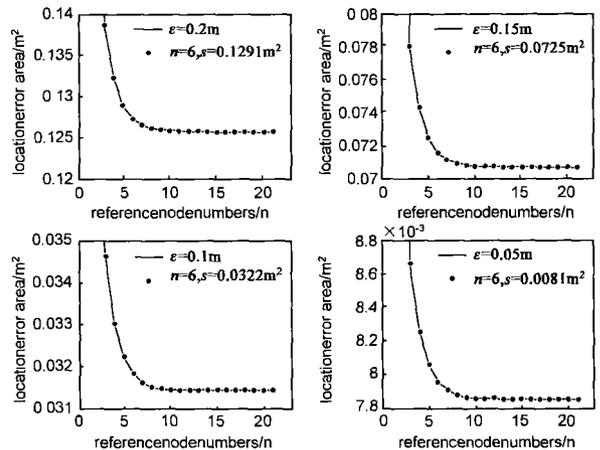


图 7 距离测量误差  $\varepsilon$ , 参考点个数  $n$  对定位误差的影响

由图可知, 距离测量误差对定位误差区域大小影响很大, 二者成平方关系。当实际进行定位计算时, 应尽可能地提高距离测量精度。参考点的数目, 对定位误差也有较大影响, 随着参考点数目增多, 定位误差呈幂率衰减, 而当参考点数目大于 6 时, 衰减幅度趋缓, 但当参考点的数目无限增多时而定位误差却趋向于一恒定的值, 这验证了定理 3。

在相同的距离误差情况下, 定位误差越小, 相应地参考点数目就越多, 节点间通信量、运算量将大大增加, 实时性会变差, 定位成功率将会下降。图 8 选择了 200 个定位

点,对每个定位点定位 500次,记录平均定位误差和定位成功率。为了更好地反映真实情况,分以下三种情况进行仿真测试: (1)无噪声和干扰,只有定位信号; (2)加入少量噪声; (3)加入少量噪声和部分干扰信号。结果如图 8所示。

由图 7的左上图可知,当  $\epsilon$ 取 20cm 时,定位误差取  $0.129\text{m}^2$ ,横坐标显示是用了 6个参考点。由图 8可知,当横坐标定位误差面积取  $0.129\text{m}^2$  时,也即当选用 6个参考点进行定位计算时,定位的成功率取三种情况的平均值达 85%左右,成功率较高。而当定位误差比这一数值小时,也即引入了更多的参考点参与迭代运算,由于计算的过于复杂或时延太大,而使得定位的成功率急骤下降。这恰恰验证了本文 2.3节图 6所示意的定位参考点选择算法的最佳计算单元。设定由参考点构成的等边三角形边长为 4.6m,可以计算出节点间信号传输距离应在  $[5.3\text{m}, 7.1\text{m}]$  范围内,仿真中选用了 6.2m,这确保了定位点周围的 6个参考点间能相互通信,而不能与其他节点随意通信。

### 5.3 定位参考点选择算法的分析与比较

本文提出的定位参考点选择算法是依据参考点布置定理,对传统多边形定位算法的改进。下面将从定位误差、定位实时性以及位置跟踪轨迹等三方面,对两种算法进行性能比较。

#### 5.3.1 定位误差比较

在仿真中,利用 ns-2随机生成 21个点,选取了两种摆放模式,节点间的通信距离设定为 6.2m。参考点布置方法一种是采用上述参考点布置定理的方法进行摆放;另一种是采用随机布点的方式进行摆放。定位误差与参考点的数目关系见图 9所示。

随着参考点数目的增多,未知节点的定位误差逐渐减小,但开始时定位误差下降的速度较快,后来下降的速度趋缓。当参考点数目大约为 6时,两种算法的定位误差面积差别较大,参考点选择算法性能较好。而当参考点数目超过 10个的时候,传统的多边形定位算法的定位误差面积要比定位参考点选择算法小,其原因是由于随着参考点数目的增多,等边三角形数目的增长速度相对于非等边三角形数目的增长要慢,即新增参与定位计算的参考点数目相对较少,但这时传统多边形定位算法的计算量将呈指数级

增加,它是通过增大计算量换取较高的定位精度。

#### 5.3.2 实时性比较

在 Webi5.0试验平台上对本文提出的定位参考点选择算法和传统多边形定位算法在参考点数目  $n$  不同的情况下,对两种算法的定位实时性进行了测试与比较,由于 Webi5.0的处理能力有限,实验中使用了 12个参考点,结果如图 10所示。

实验结果表明,当参考点数目为 6时,参考点选择算法的时间开销是 66.0ms 而传统多边形定位算法的时间开销是 216.0ms 随着参考点数目的增加,传统多边形定位算法的时间开销呈幂级数增长,而参考点选择算法的时间开销曲线的上升趋势接近于线性。可见,在室内环境中若要保证定位过程中的实时性和较小的定位误差,其前提是不能有太多的参考点参与到定位计算中来。当构成最佳计算单元时,定位开销只须几十毫秒,可以满足定位的实时性要求。

#### 5.3.3 跟踪轨迹比较

为了比较本文提出的定位参考点选择算法和传统的多边形定位算法的性能,利用 ns-2建立了统一的仿真环境,构造了一个  $21.0\text{m} \times 15.0\text{m}$  的室内仿真环境,采用随机布点和依据参考点布置定理进行布点两种方式,摆放了 21个参考点和 1个移动的节点,移动速度为  $0.7\text{m/s}$  (平均的室内行走速度)。随着节点的不断移动,其周围所能通信的参考点的数目是不断变化的,参与定位的参考点数目也是不同的。因此,可以对两种算法的跟踪轨迹与实际移动轨迹进行比较,由于误差区域的数量级在厘米级,为了显示的需要,只给出了局部测试结果,如图 11所示。

很显然,将通过定位计算得出的移动节点跟踪轨迹和实际移动轨迹相比,本文提出的定位参考点选择算法比传统的多边形定位算法更准确,更加接近于移动节点的实际行走轨迹。

## 6 结论

准确地获得未知移动节点的位置信息是普适计算中定位服务的一个关键问题。首先,本文对如何缩小定位误差进行了分析,提出并证明了关于参考点布置的三个定

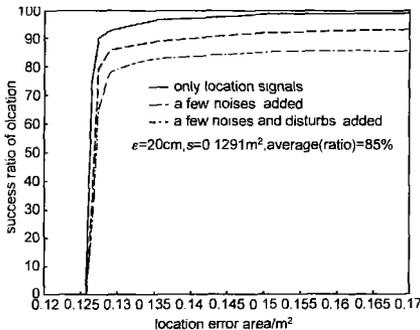


图 8 定位误差面积与定位成功率的关系

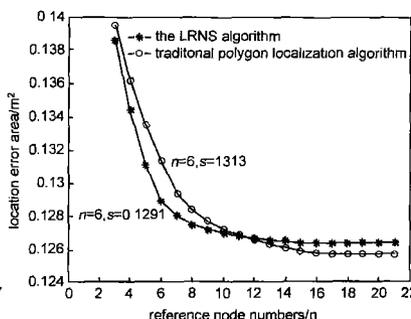


图 9 两种算法定位误差区域的比较

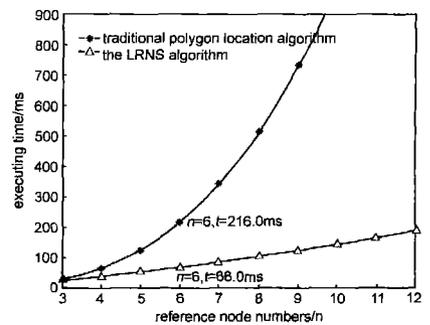


图 10 参考点个数与定位点的定位时间曲线

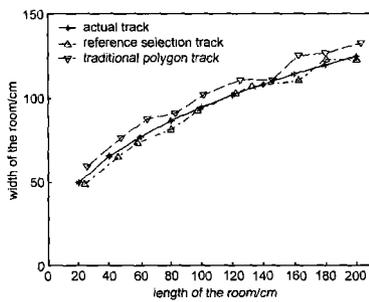


图 11 两种算法定位跟踪轨迹与实际移动轨迹比较

理, 这三个定理符合混沌动力学特性, 为在二维空间中的定位参考点布置问题提供了理论依据。其次, 结合参考点布置定理, 对传统的多边形定位算法进行了改进, 提出了参考点选择算法, 该算法在降低定位误差的同时, 很好地满足了定位的实时性要求。最后, 通过仿真实验对本文提出的参考点布置定理及定位参考点选择算法的正确性及有效性进行了分析与验证。

#### 参考文献:

- [1] Steer D, Fauconnier D. Location services architecture for future mobile networks [A]. IEEE VTC'2000-Spring [C]. Tokyo, Japan: IEEE Press, 2000: 1362-1366.
- [2] Cabri G, Leonardi L, Mani M, Zambonelli F. Location-dependent services for mobile users [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A, 2003, 33(6): 667-681.
- [3] Hightower J, Borriello G. Location systems for ubiquitous computing [J]. IEEE Computers, 2001, 34(8): 57-66.
- [4] Niculescu D, Nath B. Ad-hoc positioning system [A]. IEEE GLOBECOM 2001 [C]. New York, USA: IEEE Press, 2001: 2926-2931.
- [5] Savarese C, Langendoen K, Rabaey J. Robust positioning algorithms for distributed ad-hoc wireless sensor networks [A]. Proceedings of the USENIX Technical Annual Conference [C]. Monterey: USENIX Association, 2002: 317-328.
- [6] Savvides A, Park H, Srivastava M. The bits and flops of the N-hop multilateration primitive for node localization problems [A]. Proceedings of the first ACM International

Workshop on Wireless Sensor Networks and Application (WSSNA'02) [C]. Atlanta, USA: ACM Press, 2002: 112-121.

- [7] Langendoen K, Reijers N. Distributed localization in wireless sensor networks: a quantitative comparison [J]. IEEE Computer Networks, 2003, 43(2003): 499-518.
- [8] Ding J, Hitt L R, Zhang X M. Sierpinski pedal triangles [J]. Linear Algebra and its Application, 2005: 1-15.
- [9] Choi W, Tekinay S. Location-based service provisioning for next generation wireless networks [J]. International Journal of Wireless Information Networks, 2003, 10(3): 127-139.
- [10] Hitt L R, Zhang X M. Dynamic geometry of polygons [J]. Elemente der Mathematik, 2001, 56(2001): 21-37.
- [11] Dearle A. Toward ubiquitous environments for mobile users [J]. IEEE Internet Computing, 1998, 2(1): 22-32.
- [12] Doherty L. Algorithms for position and data recovery in wireless sensor networks [D]. Master's thesis, UC Berkeley, 2000: 1-54.
- [13] Priyantha N B, Chakraborty A, Bakkrishnan H. The cricket location support system [A]. Proceedings of ACM MOBICOM [C]. Boston, USA: ACM Press, 2000: 32-43.

#### 作者简介:

孙佩刚 男, 1976 生于安徽明光, 东北大学博士研究生, 沈阳炮兵学院讲师, 主要研究方向为普适计算与嵌入式系统、无线传感器网络等。E-mail: sunpg61@163.com

赵海 男, 1959 生于辽宁沈阳, 东北大学教授、博士生导师, 辽宁省嵌入式技术重点实验室主任, 主要研究方向为普适计算与嵌入式系统、无线传感器网络、信息与数据融合等。

张文波 男, 1973 生于黑龙江伊春, 沈阳理工大学信息科学与工程学院副教授, 主要研究方向为普适计算与嵌入式系统。

尹震宇 男, 1979 生于辽宁沈阳, 东北大学博士研究生, 主要研究方向为无线传感器网络。

赵明 女, 1977 生于辽宁辽中, 东北大学博士研究生, 沈阳建筑大学讲师, 主要研究方向为普适计算与嵌入式系统、复杂网络等。