

一种基于高分辨率的模糊矢量量化算法

孔祥维, 李国平

(大连理工大学电子与信息学院, 大连 116023)

摘 要: 本文在矢量量化中引入了分辨率思想, 并从分辨率的角度考察了原有算法, 针对它们在分辨率方面存在的缺点, 提出了一种典型的分辨率调制方法以及相应高分辨率算法, 实验也取得了令人满意的对比结果。

关键词: 图像编码; 高分辨率; 矢量量化

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2000) 08-0097-03

A Fuzzy Vector Quantization Algorithm Based on High Resolution

KONG Xiang-wei, LI Guo-ping

(Inst. of Elec. Eng. & Info. Sci., Dalian Univ. of Technol., Dalian 116023, China)

Abstract: This paper introduces the idea of resolution to vector quantization technique and analyzes existing vector quantization algorithms according to definition of resolution. In allusion to the demerits about the resolution, a typical resolution modulation method is presented and the corresponding high-resolution algorithms are also given. The experiments give satisfactory results.

Key words: image code; high resolution; vector quantization

1 引言

矢量量化方法可归结为用码书矢量对训练矢量的逼近, 也可以说成是将每个训练矢量如何分配给最近的聚类而使两者之间的平均失真度最小。

传统的 K-均值方法^[1]用于矢量量化是将每个训练矢量明确的分配给单一聚类的方法, 称之为硬决断。此方法虽简单易实现, 但它强烈依赖初始码书的选取, 容易陷入局部最小点。模糊 K-均值方法^[2,4]是给所有训练矢量都赋予介于 0 和 1 之间不同的隶属度, 它按不同的隶属度分配给所有的聚类, 这种分配方法称之为软决断。它克服了对初始码书的依赖性, 更可能生成全局最佳码书, 但这种算法过分依赖于软决定, 计算量很大, 很少用来设计码书。

Nicolaos. B. K 等在 K-均值和模糊 K-均值的基础上于 1995 年提出了模糊矢量量化 (FVQ) 算法^[3]。此算法利用软决断和硬决断的思想, 并建立了软决断向硬决断转变机制。因此它较好地利用了 K-均值和模糊 K-均值优点, 然而仍存在着收敛速度慢和收敛效果欠佳的缺点。本文首先简要回顾了 K-均值和模糊 K-均值算法及模糊矢量量化算法, 接着将分辨率思想引入矢量量化中, 并从分辨率的角度考察了这些算法, 针对它们在分辨率方面存在的缺点, 提出了一种典型的分辨率调制方法及相应高分辨率算法, 最后给出了对比结果与结论。

2 算法回顾

2.1 矢量量化中失真度定义

设训练矢量集 X 是 n 维, 大小为 M , $X = \{x_1, x_2, \dots,$

$x_M\}$, $x_i \in R^n \forall i = 1, 2, \dots, M$; 码矢量集 Y , 大小为 K , $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_k\}$, $y_j \in R^n \forall j = 1, 2, \dots, K$; 平均最小失真度 D 定义为:

$$D = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M d_{\min}(x_i) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \min_{j \in Y} d(x_i, y_j) \quad (1)$$

其中 $d(x_i, y_j)$ 为欧氏距离, 即 $d(x_i, y_j) = \|x_i - y_j\|^2$ 。

2.2 K-均值算法

K-均值算法就是对于训练矢量 x_i , 如果 $d(x_i, y_j) = d_{\min}(x_i) = \min_{j \in Y} d(x_i, y_j)$, 则把 x_i 分配给聚类 y_j 。

$y_j \in Y$

定义 $u_j(x_i)$ 为 x_i 对聚类 y_j 的隶属度, 则

$$u_j(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{if } d(x_i, y_j) = d_{\min}(x_i) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中隶属度只有 1 和 0 二值, 因此上面的隶属函数是根据最小距离准则确定的。

定义目标函数

$$J = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^M u_j(x_i) \|x_i - y_j\|^2 \quad (3)$$

对于式(2)确定的隶属函数, 对所有 $y_j \in Y$ 最小化 J , 则

$$y_j = \frac{\sum_{i=1}^M u_j(x_i) x_i}{\sum_{i=1}^M u_j(x_i)}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, K. \quad (4)$$

2.3 模糊 K-均值算法

模糊 K-均值算法就是每个聚类给所有训练矢量都赋予了介于 0 和 1 之间不同的隶属度。从另一个角度讲, 就是说每

个训练矢量都隶属于所有的聚类,只不过隶属度不同而已.此算法根据下面目标函数导出^[4].

$$J_m = \sum_{j=1}^K \sum_{i=1}^M u_j(x_i)^m |x_i - y_j|^2 \quad (5)$$

其中 $1 < m < \infty$, $u_j(x_i) \in [0, 1] \forall i, j; 0 < \sum_{j=1}^M u_j(x_i) < M$, $\forall j$

$$= 1, 2, \dots, K; \sum_{j=1}^K u_j(x_i) = 1, \forall i = 1, 2, \dots, M;$$

最小化 J_m , 得到隶属函数和聚类更新公式分别为

$$u_j(x_i) = 1 / \sum_{l=1}^K \left(\frac{d(x_i, y_l)}{d(x_i, y_j)} \right)^{1/(m-1)} \quad (6)$$

$$y_j = \frac{\sum_{i=1}^M u_j(x_i)^m x_i}{\sum_{i=1}^M u_j(x_i)^m}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, K \quad (7)$$

2.4 模糊矢量量化(FVQ)算法

在模糊矢量量化算法中,收敛过程结合了软决断和硬决断的思想,其由软决断向硬决断转变思想为:设 $I_i(v)$ 为第 v 次迭代中以 x_i 为中心的超球体所包含的码书矢量的集合.则 x_i 和 $I_i(i = 1, 2, \dots, M)$ 就确定了一个超球体,如果把每个码书矢量看作一个聚类,那么 x_i 则分别隶属于球内所有的聚类.算法开始时,每个训练矢量隶属于所有聚类,这就意味着所有训练矢量初始的超球体完全重叠.在收敛过程中,超球体逐渐缩小,超球体相互重叠部分也越来越小,即训练矢量越来越明确地分配给某个聚类.当超球体缩小到只包含一个聚类时,则训练矢量唯一地分配给此聚类,这个训练矢量也就完成了从软决断向硬决断的转变.这样随着大部分训练矢量逐渐从软决断转变到硬决断,由式(1)所计算的失真度也越来越小,当失真度小于某个门限时,将还没有转变到硬决断的训练矢量强制向硬决断转变.最后,经过硬决断的迭代,最终达到允许的失真门限而结束.

定义

$$d_{ave}^{(v)}(x_i) = \frac{1}{N(I_i^{(v)})} \sum_{y_j \in I_i^{(v)}} d(x_i, y_j) \quad (8)$$

上式中 $N(I_i^{(v)})$ 为集合 $I_i^{(v)}$ 中元素个数且 $N(I_i^{(v)}) \geq 2$. 由式(8)可见 $d_{ave}^{(v)}(x_i)$ 为第 v 次迭代中以 x_i 为中心的超球体的平均半径.第 $v+1$ 次迭代中以 x_i 为中心的超球体所包含聚类由下式确定.

$$I_i^{(v+1)} = \{ y_j \in I_i^{(v)}; d(x_i, y_j) \leq d_{ave}^{(v)}(x_i) \} \quad (9)$$

在软决断时,采用各种与距离有关的隶属函数,例如类似式(6)的形式,只是将式(6)的 K 变为 $N(I_i^{(v)})$.

在硬决断时,根据最小距离准则确定隶属度,即式(2).码书更新也采用多种形式,如式(4)、(7).

3 分辨率思想提出及应用

3.1 分辨率思想

定义1 距离谱 设 x_k 为训练样本集中任一样本,则 x_k 与所有聚类之欧氏距离从小到大排列,组成了 x_k 的距离谱.如果彼此相邻的聚类距离相差越悬殊,则分类越容易,收敛越

快.

定义2 分辨率 训练样本 x_k 对聚类 y_i 和 y_j 的隶属度之比称为 x_k 关于聚类 y_i 与 y_j 的分辨率,表示为 $R = u_{ik}/u_{jk}$, 为方便不妨设 $u_{ik} \geq u_{jk}$. 显然, $R \in [1, \infty)$, 当 R 越大,表明 x_k 分辨聚类 y_i 与 y_j 的能力越高,则 x_k 区别 y_i 与 y_j 很容易;否则, x_k 分辨聚类 y_i 与 y_j 的能力越低,则 x_k 区别 y_i 与 y_j 很困难.

距离谱与分辨率的联系 从距离谱的角度看,若距离谱上低频段聚类的分辨率越高,该样本的分配越清晰.若距离谱上低频段聚类的分辨率越低,该样本的分配越模糊.因此,距离谱与分辨率直观地反映了聚类收敛的情况.

3.2 传统算法的分辨率分析

K-均值算法就是将距离谱上第一聚类的隶属度置1,其它聚类的隶属度置0.这样,从分辨率的角度看,对于每个训练样本来说,其聚类的分辨率为无穷大.这样, K-均值算法实质上就是分辨率为无穷大的聚类算法.由分辨率定义可得,该算法分类速度最快,但由于分辨率太高,如果距离谱上第一个聚类不是相应样本的全局最佳逼近,则此算法很容易陷入局部最小点.这就是说分辨率太高,容易造成“一叶障目”的错觉.对于模糊 K-均值算法,设训练样本 x_k , 任意 y_i 与 y_j 的分辨率为 $R = u_{ik}/u_{jk} = (d_{jk}/d_{ik})^{1/(m-1)}$, 从距离谱上看,相邻聚类的分辨率就是它们距离比值的 $1/(m-1)$ 次方,令 $w = 1/(m-1)$, 则 w 为模糊 K-均值算法的分辨率指数,由分辨率定义知,为提高此算法的收敛速度,希望 w 尽量大些.但由于 $m = 1 + 1/w$, 当 w 越大, m 则越小,则聚类的模糊度变小,这对克服初始码书的影响不利;同时目标函数 J_m 与 m 的关系是单调递减的^[1], 即 J_m 随着 m 的减小而增大.所以,模糊 K-均值算法,由于分辨率指数较小,使得距离谱上相邻聚类的分辨率不高,从而造成了“当断不断”的局面.这一方面直接影响了收敛速度,另一方面,由于训练样本每次在迭代中牵连聚类太多,往往也造成了收敛质量下降.

模糊矢量量化算法结合了 K-均值算法与模糊 K-均值算法两者的优点,在收敛速度和收敛质量上都有改善.从算法收敛过程中可看到,在每次迭代中,相当于先实现一次硬决断把所有聚类分成超球体内外两部分,然后在超球体内再实现一次软决断.每次球内、球外的划分相当于对聚类的分辨率进行了一次大提升,即球内聚类与球外聚类间的分辨率为无穷大.这次分辨率提升和算法后期全部硬决断化都明显改善了收敛速度,在收敛质量上也有所提高.然而,由于球内聚类的分辨率仍然不高,因此其收敛速度和收敛质量仍有待改善.

4 高分辨率模糊矢量量化

从上面的分析中,我们看到这些算法在矢量量化中由于分辨率过高或不够而影响其收敛效果,基于上面的分析,我们针对模糊 K-均值算法和模糊矢量量化算法分辨率不够的缺点,提出了通过提高其分辨率而获得更好收敛效果的高分辨率矢量量化.

4.1 标准调制距离

设 $s = \{s_1, s_2, \dots, s_M\}$, $s_i \in N^K$, $\forall i = 1, 2, \dots, M$; s_i 为训练

样本 i 的距离谱上对应的聚类序号集, 即有

$$d(x_i, y_{s_{i,1}}) \leq d(x_i, y_{s_{i,2}}) \dots \leq d(x_i, y_{s_{i,K}}), \forall i = 1, 2, \dots, M \quad (10)$$

$$d_{sta}^{(v)}(x_i) = \frac{d(x_i, y_{s_{i,N(x_i)}}) - d(x_i, y_{s_{i,1}})}{N(x_i)} \quad (11)$$

$d_{sta}^{(v)}(x_i)$ 就为标准调制距离, $N(x_i)$ 为训练样本 x_i 所隶属的聚类数, 对于模糊 K -均值算法而言, $N(x_i) = K$; 对于模糊矢量量化算法而言, $N(x_i)$ 是以 x_i 为中心的超球体内所包含的聚类数。

4.2 分辨率调制

在任一训练样本 x_i 的距离谱上, 如果两相邻聚类距离之差小于标准调制距离 $d_{sta}^{(v)}(x_i)$, 则说明这两相邻距离所对应聚类的分辨率不够, 需要调制, 否则不需要调制。即:

对于 $\forall i, j$, 如果

$$d(x_i, y_{s_{i,j+1}}) - d(x_i, y_{s_{i,j}}) < d_{sta}^{(v)}(x_i) \quad (12)$$

则

$$\bar{u}_{s_{i,j}}(x_i) = u_{s_{i,j}}(x_i) \left\{ \frac{d(x_i, y_{s_{i,j+1}}) - d(x_i, y_{s_{i,j}})}{d_{sta}^{(v)}(x_i)} \right\}^E \quad (13)$$

其中 $j+1 \leq N(x_i)$, $u_{s_{i,j}}$ 、 $\bar{u}_{s_{i,j}}(x_i)$ 分别为调制前后的 $y_{s_{i,j}}$ 对 x_i 的隶属度, E 为调制率, $E \in (0, +\infty)$ 。 $E=0$, 则无调制, $E=+\infty$, 则算法变成了 K -均值算法。

如果式 (12) 不成立, 则不必调制。

4.3 高分辨率矢量量化

如果在模糊 K -均值算法和模糊矢量量化算法中, 分别加入分辨率调制模块, 即得到高分辨率模糊 K -均值算法 (HRFKM) 和高分辨率模糊矢量量化算法 (HRFVQ)。

5 实验结果

本文对上面的 HRFVQ 算法和 HRFKQ 算法在同一环境下用 Borland C++ Builder 3.0 进行了测试, 处理的图像是 8bit, 256 × 256 的 Lena 标准图像。采用峰值信噪比 (PSNR) 和运行时间对算法设计的码本性能进行客观评价。实验中采用 16 维的矢量, 码本可分别为 64, 128, 256, 初始码本完全由均匀分布

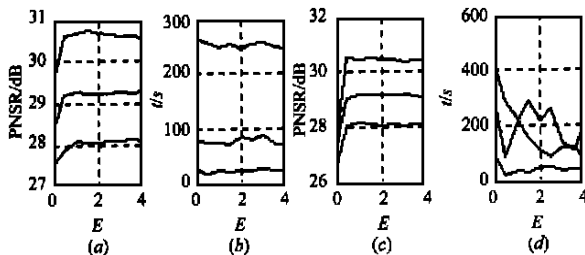


图 1 (a)、(b) 为 FVQ 与 HRFVQ 算法比较, $E=0$ 为 FVQ 算法; (c)、(d) 为 FKM 与 HRFKM 算法比较, $E=0$ 为 FKM 算法; (a)、(c) 为峰值信噪比比较, (b)、(d) 为运行时间比较

于 0~255 随机数产生。调制率 E 分别取 0、0.5、1、...、4, 当 $E=0$ 代表原来算法。图 1(a)、(c) 与 (b)、(d) 分别为 HRFVQ 算法与 HRFKM 算法峰值信噪比和运行时间的比较, 其中曲线由上到下分别是码本为 256、128、64 时的情况。在 HRFVQ 中应用式 (1)、(2)、(4)、(8)~(13), $m=2$, 两失真门限为 10^{-2} 和 10^{-4} ; HRFKM 中应用式 (1)、(6)、(7)、(10)~(13), $m=1.25$, 失真门限为 10^{-4} 。图 1(a)、(c) 反映算法有无调制收敛质量变化明显, 当调制率 E 增大时, 收敛质量稍有下降。图 1(b)、(d) 反映算法有调制时收敛速度增加, 同时, 随着调制率 E 增大, 收敛速度有加快的趋势。

6 结论

本文在矢量量化中引入了分辨率思想, 并从分辨率的角度考察了矢量量化中几种算法, 针对这些算法分辨率不够的缺点, 提出了一种典型的分辨率调制方法, 实验结果表明此分辨率调制方法的有效性。探索更好的分辨率调制方法是我们以后研究的重点。

参考文献:

- [1] R. M. Gray. Vector quantization [J]. IEEE ASSP Mag., 1984, 1(2): 4-29.
- [2] Bezdek J. C, et al. FCM: The fuzzy c-mean clustering algorithms [J]. Comput. & Geosciences, 1984, 10(2~3): 191-203.
- [3] Nicolaos B. Karayiannis and Pim-Pai. Fuzzy vector quantization algorithms and their application in image compression [J]. IEEE Trans. On Image Processing, 1995, 4(9): 1193-1201.
- [4] J. C. Bezdek. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms [M]. New York: Plenum, 1981.

作者简介:



孔祥维 1963 年生, 现为大连理工大学电子与信息工程学院副教授; 中国电子学会高级会员、中国图像图形学会东北地区分会理事。研究方向图像处理与理解、模式识别、信号处理。参加主持多项课题。已发表论文 20 余篇。



李国平 1974 年生, 大连理工大学信号与信息处理专业硕士, 研究方向为图像处理与模式识别、小波分析与神经网络应用、雷达信号处理等。发表论文数篇。