

一种适用于 MIMO 雷达的低复杂度 二维 DOA 估计方法

刘 楠,张 娟,张林让,申 东

(西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室,陕西西安 710071)

摘 要: 本文提出了一种适用于收、发共阵多发多收(MIMO)雷达的低复杂度二维波达方向(DOA)估计方法.该方法将 MIMO 雷达的虚拟二维阵列分解为多个构形相同但位置不同的虚拟子阵,通过一种基于预投影的 ESPRIT 算法得到同一目标二维 DOA 的多组估计值,极大地降低了运算量.并利用 Kalman 滤波器对这多组二维 DOA 估计值进行融合,提高了估计值的精度.同时,利用收、发对偶性对样本数据进行了重排,等效地将样本数加倍,进一步提高了二维 DOA 估计精度.数值仿真的结果证明了该方法的有效性.

关键词: MIMO 雷达;二维波达方向估计;ESPRIT 算法;Kalman 滤波

中图分类号: TP957 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2012) 03-0505-07

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2012.03.016

A Low Complexity 2-D DOA Estimation Method for MIMO Radar

LIU Nan, ZHANG Juan, ZHANG Lin-rang, SHEN Dong

(National Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China)

Abstract: The virtual array of multiple-input multiple-output (MIMO) radar could be divided into multiple subarrays with the same geometric configuration but different locations. Based on the rotation invariance property of these subarrays, a low complexity 2-D DOA estimation method for MIMO radar is presented in this paper. For each target, multiple 2-D DOA estimates are obtained by applying a pre-projection based ESPRIT algorithm to different subarray combinations. Then, the estimates of each target are fused via Kalman filtering to improve the estimation accuracy. Moreover, sample multiplexing based on the symmetric data structure of MIMO radar further improves the estimation accuracy. Numerical examples demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: MIMO radar; 2-D DOA; ESPRIT; Kalman filter

1 引言

利用二维阵列对目标的方位和俯仰二维波达方向(DOA)进行估计是阵列信号处理中的一个重要研究内容.人们对二维 DOA 估计已进行了深入的研究^[1~6].虽然很多一维 DOA 估计的方法都可以直接推广到二维阵列,但那些需要进行二维搜索谱峰搜索的算法^[1,2]由于运算量太大,难以得到实际应用.因此,二维 DOA 估计的研究重点逐渐转向二维 ESPRIT 等不需要谱峰搜索的方法^[3~6].

MIMO 雷达是一种新兴的雷达技术^[7,8],通过在发射端发射多个彼此正交的信号并在接收端由匹配滤波器组将不同发射信号的回波彼此分离,MIMO 雷达能够

形成一个具有更多阵元的虚拟阵列.得益于该虚拟阵列在阵列孔径和阵元数上的扩展,MIMO 雷达的目标识别能力和参数估计精度相比单发多收(SIMO)雷达都有大幅度的提高.但是,由于 MIMO 雷达回波数据矢量的维数较大,有必要研究不需谱峰搜索的 DOA 估计方法.文献[9,10]已将 ESPRIT 算法应用于 MIMO 雷达一维 DOA 估计以降低运算量.在收、发共用同一阵列的条件下,我们在文献[11]中提出了一种运算量更低的 MIMO 雷达一维 DOA 估计方法,该方法通过将 MIMO 雷达经匹配滤波形成的虚拟阵列划分为多个虚拟子阵,可以进一步降低将 ESPRIT 算法应用于 MIMO 雷达的运算量,同时通过 Kalman 滤波对同一目标的回波在虚拟子阵间的多个延迟相位差进行融合,能够提高对 DOA 的估计精度,其

精度高于文献[9, 10]中的方法. 不过, 对于 MIMO 雷达低复杂度二维 DOA 估计方法, 目前国内、外还缺乏相应的研究.

本文将文献[11]方法的思想推广到由二维阵列构成的 MIMO 雷达, 提出了一种低复杂度的 MIMO 雷达二维 DOA 估计方法. 该方法首先通过一种基于预变换的 ESPRIT 算法估计出目标回波在各虚拟子阵与参考虚拟子阵间的延迟相位差, 并自动地对同一目标的多个延迟相位差进行配对. 同时, 本文将对对应同一目标的多个延迟相位差进行了合理的两两分组, 并利用各组之间的递推关系通过 Kalman 滤波对其进行融合滤波, 以提高对目标二维 DOA 估计精度. 此外, 本文方法利用收、发之间的对偶性, 通过对 MIMO 雷达回波数据的复用等效地增加了样本数量, 进一步提高了估计精度. 数值仿真的结果证明了本文方法的有效性.

2 二维阵列 MIMO 雷达回波信号模型

本文仅考虑收、发共用同一阵列的 MIMO 雷达体制. 假设二维阵列(如图 1 和图 2 所示的 L 形阵和圆阵)由 K 个阵元构成, 且各阵元的发射信号彼此正交, 远场空间中有 P 个不相关的等功率目标, 那么在任意二维阵列构型条件下 MIMO 雷达回波信号可以表示为:

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^P \gamma_i \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^T \mathbf{S} + \mathbf{W} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) = [1, e^{j\phi_2(\theta_i, \varphi_i)}, \dots, e^{j\phi_K(\theta_i, \varphi_i)}]^T$ 表示真实阵列的导向矢量, γ_i 表示第 i 个目标的回波幅度; $\phi_k(\theta_i, \varphi_i) = -\frac{2\pi}{\lambda} [x_k, y_k] \begin{bmatrix} \cos\theta_i \cos\varphi_i \\ \sin\theta_i \cos\varphi_i \end{bmatrix}$, $k = 2, \dots, K$, λ 为波长, (x_k, y_k) 为第 k 个阵元在以参考阵元为坐标原点的

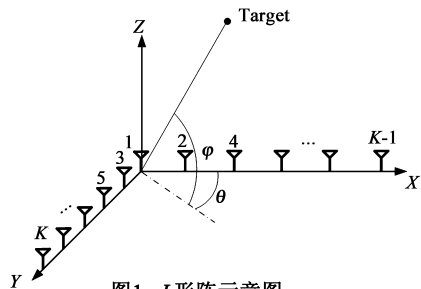


图1 L形阵示意图

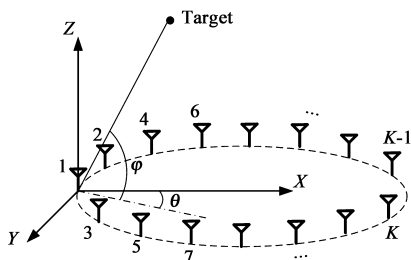


图2 圆阵示意图

坐标系中的坐标, θ_i 和 φ_i 分别表示第 i 个目标的方位角和俯仰角. \mathbf{S} 代表发射信号矩阵, 为一个 $K \times N$ 维的矩阵, N 为每个发射信号的长度. \mathbf{W} 为噪声矢量, 其均值为零方差为 σ^2 . 实际中, 各阵元发射信号不是严格正交的, N 越大各发射信号间的正交性越好, 各发射信号回波间的相互干扰越小, 测角精度也就越高. 发射信号间的正交性对测角性能的影响不在本文讨论范围内, 为分析简便, 假定 $\mathbf{R}_{SS} = \mathbf{S}\mathbf{S}^H/N = \mathbf{I}_{K \times K}$, 即各发射信号严格正交. 经过匹配滤波处理后, 回波信号变为:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{X}\mathbf{S}^H/N = \sum_{i=1}^P \gamma_i \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i) \mathbf{a}(\theta_i, \varphi_i)^T + \mathbf{V} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{V} = \mathbf{W}\mathbf{S}^H/N$. 将 \mathbf{Z} 的第 k 列和第 k 行分别记为 $\mathbf{Z}_k^{(c)}$ 和 $\mathbf{Z}_k^{(r)}$:

$$\mathbf{Z}_k^{(c)} = \mathbf{A}\Phi_k\boldsymbol{\gamma} + \mathbf{V}_k^{(c)} \quad (3)$$

$$\mathbf{Z}_k^{(r)} = \boldsymbol{\gamma}^T \Phi_k \mathbf{A}^T + \mathbf{V}_k^{(r)} \quad (4)$$

式中, $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \dots, \gamma_P)^T$, $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_P, \varphi_P)]$, $\Phi_k = \text{diag}[e^{j\phi_k(\theta_1, \varphi_1)}, \dots, e^{j\phi_k(\theta_P, \varphi_P)}]$, $\mathbf{V}_k^{(c)}$ 和 $\mathbf{V}_k^{(r)}$ 分别表示 \mathbf{V} 的第 k 列和第 k 行.

我们注意到, $\mathbf{Z}_k^{(c)}$ 中的 Φ_k 实际上是由第 k 个发射阵元相对参考阵元的偏移所引入的, 然而在远场条件下, 也可以将 Φ_k 看作由接收阵列的偏移所引入, 即 $\mathbf{Z}_1^{(c)}, \dots, \mathbf{Z}_K^{(c)}$ 可以等效为 K 个虚拟子阵的接收信号, 且这 K 个虚拟子阵的阵列构型相同, 但各子阵的空间位置不同. 因此, 可以利用这 K 个虚拟子阵间的旋转不变性来实现 DOA 估计. 而对于 $\mathbf{Z}_k^{(r)}$ 而言, Φ_k 实际上是由第 k 个接收阵元相对参考阵元的偏移所引入的, 不过在远场条件下同样可以将 Φ_k 看作由发射阵列的偏移所引入(发射阵列和接收阵列具有对偶性), 即 $\mathbf{Z}_1^{(r)}, \dots, \mathbf{Z}_K^{(r)}$ 也对应着 K 个构型相同但空间位置不同的虚拟发射阵列. 利用这些虚拟发射阵列间的旋转不变性同样可以实现目标 DOA 估计. 另外, 这些虚拟子阵间的旋转不变性与真实的二维阵列的构型无关, 即任意构型的真实二维阵列采用 MIMO 模式后, 都可以利用其虚拟子阵间的旋转不变性实现目标 DOA 估计.

为便于利用虚拟子阵间的旋转不变性, 定义如下两组新的信号矢量:

$$\mathbf{Y}_k^{(c)} = [(\mathbf{Z}_1^{(c)})^T, (\mathbf{Z}_k^{(c)})^T]^T; \quad k = 2, \dots, K \quad (5)$$

$$\mathbf{Y}_k^{(r)} = [\mathbf{Z}_1^{(r)}, \mathbf{Z}_k^{(r)}]^T; \quad k = 2, \dots, K \quad (6)$$

由式(3)~(6)可知, $\mathbf{Y}_k^{(c)}$ 与 $\mathbf{Y}_k^{(r)}$ 的协方差矩阵相等:

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{B}_k \mathbf{R}_\gamma \mathbf{B}_k^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{2K \times 2K} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{B}_k = [\mathbf{A}^T, (\mathbf{A}\Phi_k)^T]^T$; $\mathbf{R}_\gamma = E(\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{\gamma}^H)$. 实际中, \mathbf{R}_k ($k = 2, 3, \dots, K$) 是未知的, 通常利用其采样协方差矩阵予以替代. 由于 $\mathbf{Y}_k^{(c)}$ 与 $\mathbf{Y}_k^{(r)}$ 的协方差矩阵相等, 故本文定义一个新的采样协方差矩阵:

$$\hat{\mathbf{R}}_k = \frac{1}{2M} \left[\sum_{m=1}^M \mathbf{Y}_k^{(c)}(m) \mathbf{Y}_k^{(c)}(m)^H + \sum_{m=1}^M \mathbf{Y}_k^{(r)}(m) \mathbf{Y}_k^{(r)}(m)^H \right] \quad (8)$$

式中, M 表示独立同分布的样本数量. 由上式可知, 利用 MIMO 雷达收、发之间的对偶性可虚拟地将样本数加倍, 有利于提高二维 DOA 的估计精度.

3 基于预投影 ESPRIT 算法的二维 DOA 估计

将 $\mathbf{R}_k (k=2, \dots, K)$ 最大的 P 个特征值对应的特征向量记为: $\mathbf{U}_k = [\mathbf{u}_{k1}, \mathbf{u}_{k2}, \dots, \mathbf{u}_{kP}]$. 定义 $\mathbf{F}_k = \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{U}_k$, $\mathbf{E}_k = \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{U}_k$, 这里 $\mathbf{\Gamma}_1 = [\mathbf{I}_{K \times K}, \mathbf{0}_{K \times K}]$, $\mathbf{\Gamma}_2 = [\mathbf{0}_{K \times K}, \mathbf{I}_{K \times K}]$. 由文献[3]可知:

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{A} \mathbf{T}_k \quad (9)$$

$$\mathbf{E}_k = \mathbf{A} \mathbf{\Phi}_k \mathbf{T}_k \quad (10)$$

式中, \mathbf{T}_k 为一个非奇异矩阵. 利用 ESPRIT 算法即可从 \mathbf{F}_k 和 \mathbf{E}_k 中估计出 $\mathbf{\Phi}_k$, 从而得到各目标的阵列延迟相位. 不过, 由于目标的方位角和俯仰角信息在延迟相位中相互耦合, 需要利用两个延迟相位才能解算出方位和俯仰两个角度信息. 同时, 当第 k 个阵元与参考阵元的间距大于半波长时, $\mathbf{\Phi}_k$ 中的延迟相位将出现空间模. 因此, 需对每个目标的多个延迟相位进行联合处理以完成解模糊和解耦合.

然而, 实际中只能用存在误差的采样协方差矩阵来代替 \mathbf{R}_k . 在空间模糊的条件下, 传统的 ESPRIT 算法无法得知 $\mathbf{\Phi}_k$ 中各延迟相位分别对应的是哪一个目标. 因此, 为了实现联合处理, 首先需要将 $\mathbf{\Phi}_2, \dots, \mathbf{\Phi}_K$ 中同一目标的延迟相位进行配对. 为此, 在应用 ESPRIT 算法之前, 需对 \mathbf{F}_k 和 \mathbf{E}_k 进行如下的预投影处理:

$$\mathbf{F}'_k = \mathbf{F}_k (\mathbf{F}_k^H \mathbf{F}_k)^{-1} \mathbf{F}_k^H \mathbf{F}_2 = \mathbf{A} \mathbf{T}_2, k=2, \dots, K \quad (11)$$

$$\mathbf{E}'_k = \mathbf{E}_k (\mathbf{F}_k^H \mathbf{F}_k)^{-1} \mathbf{F}_k^H \mathbf{F}_2 = \mathbf{A} \mathbf{\Phi}_k \mathbf{T}_2, k=2, \dots, K \quad (12)$$

用 \mathbf{F}'_k 和 \mathbf{E}'_k 同样可以估计 $\mathbf{\Phi}_k$. 令 $\mathbf{E}'_k = \mathbf{F}'_k \mathbf{\Psi}_k$, 这里 $\mathbf{\Psi}_k$ 是一个非奇异矩阵[3], 并且可以表示为:

$$\mathbf{\Psi}_k = (\mathbf{F}'_k^H \mathbf{F}'_k)^{-1} \mathbf{F}'_k^H \mathbf{E}'_k = \mathbf{T}_2^{-1} \mathbf{\Phi}_k \mathbf{T}_2, k=2, \dots, K \quad (13)$$

上式表明, $\mathbf{\Psi}_3, \dots, \mathbf{\Psi}_K$ 具有与 $\mathbf{\Psi}_2$ 相同的特征向量. 将 $\mathbf{\Psi}_2$ 的特征向量矩阵表示为 \mathbf{Q}_2 . 那么, 利用 \mathbf{Q}_2 将 $\mathbf{\Psi}_k (k=2, \dots, K)$ 对角化即可得到 $\mathbf{\Phi}_k$:

$$\mathbf{\Phi}_k = \mathbf{Q}_2^H \mathbf{\Psi}_k \mathbf{Q}_2 \quad (14)$$

将 $\mathbf{\Phi}_k (k=2, \dots, K)$ 的对角线元素记为 $\hat{e}_{2,i}, \dots, \hat{e}_{K,i}$. 由上式可知, $\hat{e}_{2,i}, \dots, \hat{e}_{K,i} (i=1, \dots, P)$ 对应着 \mathbf{Q}_2 中的同一个特征向量, 故 $\hat{e}_{2,i}, \dots, \hat{e}_{K,i}$ 包含着同一目标的多个延迟相位. 如此便自动完成了对 $\mathbf{\Phi}_2, \dots, \mathbf{\Phi}_K$ 中同一目标的延迟相位的配对.

为解算出目标的方位角和俯仰角, 即要求用于解耦合的两个延迟相位所对应的两个阵元与参考阵元不能处于同一直线上. 因此, 需将每个目标的 $K-1$ 个延

迟相位进行合理的分组, 保证每组延迟相位都能解算出目标的方位角和俯仰角. 令:

$$\hat{\phi}_k(\theta_i, \varphi_i) = \arg(\hat{e}_{k,i}); k=2, \dots, K; i=1, \dots, P \quad (15)$$

不失一般性, 按阵元序号对其所对应的延迟相位

进行分组: $(\hat{\phi}_2(\theta_i, \varphi_i), \hat{\phi}_3(\theta_i, \varphi_i), \dots, (\hat{\phi}_{K-1}(\theta_i, \varphi_i), \hat{\phi}_K(\theta_i, \varphi_i))$. 因此, 延迟相位的分组就转变为阵元的排序. 图 1 和图 2 给出了 L 形阵列和圆阵的阵元排序方式, 依据这两种排序方式下不仅可以保证每组延迟相位都能解算出目标的方位角和俯仰角, 还有利于后续提高估计精度的处理. 令:

$$\begin{bmatrix} \beta_{k,k+1}^{(u)} \\ \beta_{k,k+1}^{(d)} \end{bmatrix} = \frac{\lambda}{2\pi} \begin{bmatrix} x_k, y_k \\ x_{k+1}, y_{k+1} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\phi}_k(\theta_i, \varphi_i) \\ \hat{\phi}_{k+1}(\theta_i, \varphi_i) \end{bmatrix} + 2\pi \begin{bmatrix} g_k \\ g_{k+1} \end{bmatrix} \right\} \quad (16)$$

用 $\beta_{k,k+1}^{(u)}$ 和 $\beta_{k,k+1}^{(d)}$ 进行解耦合得到的目标方位角和俯仰角的估计值为:

$$\hat{\theta}_{i,k,k+1} = \arctan[\beta_{k,k+1}^{(d)} / \beta_{k,k+1}^{(u)}] \quad (17)$$

$$\hat{\varphi}_{i,k,k+1} = \arccos(\sqrt{(\beta_{k,k+1}^{(d)})^2 + (\beta_{k,k+1}^{(u)})^2}) \quad (18)$$

在空域模糊的情况下, g_k 和 g_{k+1} 是未知的. 为解空域模糊, 定义如下的代价函数:

$$\begin{aligned} J[(g_2, g_3), \dots, (g_{K-1}, g_K)] \\ = \sum_{n=2}^K \sum_{m=2}^K (|\hat{\theta}_{i,n,n+1} - \hat{\theta}_{i,m,m+1}| + |\hat{\varphi}_{i,n,n+1} - \hat{\varphi}_{i,m,m+1}|) \end{aligned} \quad (19)$$

最小化 $J[(g_2, g_3), \dots, (g_{K-1}, g_K)]$ 即可得到目标延迟相位估计值以 2π 为周期的模糊次数. 由式(16)可知, (g_k, g_{k+1}) 与 (g_2, g_3) 之间有如下关系:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} g_k \\ g_{k+1} \end{bmatrix} = \text{round} \left\{ \frac{1}{2\pi} \begin{bmatrix} x_k, y_k \\ x_{k+1}, y_{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2, y_2 \\ x_3, y_3 \end{bmatrix}^{-1} \right. \\ \left. \cdot \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\phi}_2(\theta_i, \varphi_i) \\ \hat{\phi}_3(\theta_i, \varphi_i) \end{bmatrix} + 2\pi \begin{bmatrix} g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \right\} - \begin{bmatrix} \hat{\phi}_k(\theta_i, \varphi_i) \\ \hat{\phi}_{k+1}(\theta_i, \varphi_i) \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

式中, “round(\cdot)” 表示就近取整, 取整是因为 $\hat{\phi}_2(\theta_i, \varphi_i), \dots, \hat{\phi}_K(\theta_i, \varphi_i)$ 中存在着误差. 将式(20)代入式(19)可将多维代价函数转换为一个二维代价函数 $J(g_2, g_3)$, 从而大大地降低运算量.

需注意的是, 由于 ESPRIT 算法中目标角度估计值的均方误差与子阵间的位移量成反比[12]. 因此, 由同一目标的不同延迟相位组合所解算出的角度估计值的均方误差各不相同, 根据图 1 给出的阵元排列方式可知:

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\hat{\theta}_i(g_2, g_3)) &> \text{MSE}(\hat{\theta}_i(g_4, g_5)) > \\ &\dots > \text{MSE}(\hat{\theta}_i(g_{K-1}, g_K)) \\ \text{MSE}(\hat{\varphi}_i(g_2, g_3)) &> \text{MSE}(\hat{\varphi}_i(g_4, g_5)) > \end{aligned} \quad (21)$$

$$\cdots > \text{MSE}(\hat{\psi}_i(g_{K-1}, g_K)) \quad (22)$$

所以对 $\hat{\psi}_i(g_2, g_3), \cdots, \hat{\psi}_i(g_{K-1}, g_K)$ 和 $\hat{\psi}_i(g_2, g_3), \cdots, \hat{\psi}_i(g_{K-1}, g_K)$ 直接平均并不能减小估计误差。

我们注意到, 估计 Φ_2, \cdots, Φ_K 时的噪声背景和所用的样本数都是相同的, 因此, $\hat{\phi}_2(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \hat{\phi}_K(\theta_i, \varphi_i), (i=1, \cdots, P)$, 将具有相同的均方误差. 可以通过融合 $\hat{\phi}_2(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \hat{\phi}_K(\theta_i, \varphi_i)$ 来提高对目标角度的估计精度, 下一节将对此进行详细讨论。

4 基于 Kalman 滤波的延迟相位估计值融合

在存在空域模糊的条件下, $\hat{\phi}_2(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \hat{\phi}_K(\theta_i, \varphi_i)$ 并不是目标回波真实延迟相位的估计值, 而是其经 2π 缠绕后的余数. 因此, 首先利用上一节中解模糊得到 g_2, \cdots, g_K , 将 $\hat{\phi}_2(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \hat{\phi}_K(\theta_i, \varphi_i)$ 恢复为目标回波真实延迟相位的估计值:

$$\hat{\phi}'_k(\theta_i, \varphi_i) = \hat{\phi}_k(\theta_i, \varphi_i) + 2\pi g_{k,i}, k=2, \cdots, K \quad (23)$$

由于存在误差, $\hat{\phi}'_k(\theta_i, \varphi_i)$ 可以表示为:

$$\hat{\phi}'_k(\theta_i, \varphi_i) = \phi_k(\theta_i, \varphi_i) + \Delta\phi_k(\theta_i, \varphi_i) \quad (24)$$

式中, $\Delta\phi_k(\theta_i, \varphi_i)$ 为估计误差. 由式 (16) 可知, $\phi_2(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \phi_K(\theta_i, \varphi_i)$ 间存在着如下的两两递推关系:

$$\begin{bmatrix} \phi_k(\theta_i, \varphi_i) \\ \phi_{k+1}(\theta_i, \varphi_i) \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega}_{k,k-2} \begin{bmatrix} \phi_{k-2}(\theta_i, \varphi_i) \\ \phi_{k-1}(\theta_i, \varphi_i) \end{bmatrix} \quad (25)$$

式中, $\mathbf{\Omega}_{k,k-2} = \begin{bmatrix} x_k & y_k \\ x_{k+1} & y_{k+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-2} & y_{k-2} \\ x_{k-1} & y_{k-1} \end{bmatrix}^{-1}$. 因此, 可用 Kalman 滤波器来完成对 $\phi'_2(\theta_i, \varphi_i), \phi'_3(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \phi'_K(\theta_i, \varphi_i)$ 的融合处理。

需要注意的是, 由于 $\mathbf{Z}_1^{(c)}$ 始终参与了对 Φ_2, \cdots, Φ_K 的估计, 所以 $\Delta\phi_2(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \Delta\phi_K(\theta_i, \varphi_i)$ 是相关的高斯变量, 即 $\Delta\phi_k(\theta_i, \varphi_i)$ 可以表示为:

$$\Delta\phi_k(\theta_i, \varphi_i) = \Delta\phi_C(\theta_i, \varphi_i) + \Delta\phi_{k-I}(\theta_i, \varphi_i) \quad (26)$$

式中, $\Delta\phi_C(\theta_i, \varphi_i)$ 表示 $\Delta\phi_k(\theta_i, \varphi_i)$ 中与 $\Delta\phi_2(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \Delta\phi_K(\theta_i, \varphi_i)$ 相关的分量, 即由 $\mathbf{Z}_1^{(c)}$ 引起的误差分量; 而 $\Delta\phi_{k-I}(\theta_i, \varphi_i)$ 表示 $\Delta\phi_k(\theta_i, \varphi_i)$ 中独立的分量, 即由 $\mathbf{Z}_k^{(c)}$ 引起的误差分量. 因此, 需要适用于色噪声环境的 Kalman 滤波器^[13]来完成对 $\phi'_2(\theta_i, \varphi_i), \phi'_3(\theta_i, \varphi_i), \cdots, \phi'_K(\theta_i, \varphi_i)$ 的融合. 下面给出具体的 Kalman 滤波器算法:

初始化:

$$\mathbf{x}_0(\theta_i, \varphi_i) = [\hat{\phi}'_2(\theta_i, \varphi_i), \hat{\phi}'_3(\theta_i, \varphi_i), 0]^T, \mathbf{M}_0 = \mathbf{I}_{3 \times 3}.$$

状态方程:

$$\mathbf{x}_k(\theta_i, \varphi_i) = \mathbf{\Theta}_{k,k-2} \mathbf{x}_{k-2}(\theta_i, \varphi_i) \quad (27)$$

式中,

$$\mathbf{x}_k(\theta_i, \varphi_i) = [\phi_k(\theta_i, \varphi_i), \phi_{k+1}(\theta_i, \varphi_i), \Delta\phi_C(\theta_i, \varphi_i)]^T;$$

$$\mathbf{\Theta}_{k,k-2} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Omega}_{k,k-2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}.$$

观测方程:

$$\begin{bmatrix} \hat{\phi}'_k(\theta_i, \varphi_i) \\ \hat{\phi}'_{k+1}(\theta_i, \varphi_i) \end{bmatrix} = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k(\theta_i, \varphi_i) + \begin{bmatrix} \Delta\phi_{k-I}(\theta_i, \varphi_i) \\ \Delta\phi_{k+1-I}(\theta_i, \varphi_i) \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\text{式中, } \mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1, 0, 1 \\ 0, 1, 1 \end{bmatrix}.$$

递推方程:

$$\mathbf{M}_{k,k-2} = \mathbf{\Theta}_{k,k-2} \mathbf{M}_{k-2} \mathbf{\Theta}_{k,k-2}^T \quad (29)$$

$$\mathbf{\kappa}_k = \mathbf{M}_{k,k-2} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{M}_{k,k-2} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{C}_{\Delta\phi_k})^{-1} \quad (30)$$

$$\mathbf{M}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{\kappa}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{M}_{k,k-2} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k(\theta_i, \varphi_i) = & \mathbf{\Theta}_{k,k-2} \hat{\mathbf{x}}_{k-2}(\theta_i, \varphi_i) + \mathbf{\kappa}_k \left\{ \begin{bmatrix} \hat{\phi}'_k(\theta_i, \varphi_i) \\ \hat{\phi}'_{k+1}(\theta_i, \varphi_i) \end{bmatrix} \right. \\ & \left. - \mathbf{H}_k \mathbf{\Theta}_{k,k-2} \hat{\mathbf{x}}_{k-2}(\theta_i, \varphi_i) \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

式中, $\mathbf{C}_{\Delta\phi_k}$ 为误差矢量 $[\Delta\phi_{k-I}(\theta_i, \varphi_i), \Delta\phi_{k+1-I}(\theta_i, \varphi_i)]^T$ 的协方差矩阵. 实际中, $\mathbf{C}_{\Delta\phi_k}$ 是未知的, 需要从回波数据中估计. 文献[13]给出了 $\Delta\phi_k(\theta_i, \varphi_i)$ 的方差公式, 据此可利用上一节得到的目标延迟相位和 $\hat{\mathbf{R}}_k$ 的特征值估计 $\mathbf{C}_{\Delta\phi_k}$, $\mathbf{C}_{\Delta\phi_k}$ 可由式(33)表示.

$$\mathbf{C}_{\Delta\phi_k} = \frac{\hat{\sigma}^2}{2M} \begin{bmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & C_{22} \end{bmatrix} \quad (33)$$

其中,

$$\begin{aligned} C_{11} = & \text{Re}[(\hat{\mathbf{p}}_{i,k} \hat{\mathbf{p}}_{i,k}^H) \mathbf{b}_k^H(\theta_i, \varphi_i) \hat{\mathbf{U}}_k \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{\Lambda}_{\text{sn}}^{-2} \hat{\mathbf{U}}_k^H \mathbf{b}_k(\theta_i, \varphi_i)] \\ C_{22} = & \text{Re}[(\hat{\mathbf{p}}_{i,k+1} \hat{\mathbf{p}}_{i,k+1}^H) \mathbf{b}_k^H(\theta_i, \varphi_i) \hat{\mathbf{U}}_k \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{\Lambda}_{\text{sn}}^{-2} \hat{\mathbf{U}}_k^H \mathbf{b}_k(\theta_i, \varphi_i)] \end{aligned}$$

式中, $\hat{\sigma}^2$ 由 $\hat{\mathbf{R}}_k$ 最小的 $2K-P$ 个特征值平均得到; $\hat{\mathbf{p}}_{i,k}$ 是矩阵 $(\hat{\mathbf{A}}^H \hat{\mathbf{A}})^{-1} \hat{\mathbf{A}}^H (\mathbf{\Gamma}_2 - \hat{\mathbf{e}}_{k,i} \mathbf{\Gamma}_1)$ 的第 i 行, $\hat{\mathbf{A}} = [\hat{\mathbf{a}}(\theta_1, \varphi_1), \cdots, \hat{\mathbf{a}}(\theta_P, \varphi_P)]$, $\hat{\mathbf{a}}(\theta_i, \varphi_i) = [1, \hat{e}_{2,i}, \cdots, \hat{e}_{K,i}]^T$, $\hat{\mathbf{b}}_k(\theta_i, \varphi_i) = [\hat{\mathbf{a}}^T(\theta_i, \varphi_i), \hat{e}_{k,i}, \hat{\mathbf{a}}^T(\theta_i, \varphi_i)]^T$; $\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag}(\hat{q}_1, \cdots, \hat{q}_P)$, $\hat{q}_1, \cdots, \hat{q}_P$ 为 $\hat{\mathbf{R}}_k$ 最大的 P 个特征值; $\mathbf{\Lambda}_{\text{sn}} = \text{diag}(q_1 - \hat{\sigma}^2, \cdots, q_P - \hat{\sigma}^2)$; $\hat{\mathbf{U}}_k$ 为 $\hat{q}_1, \cdots, \hat{q}_P$ 所对应的特征向量。

根据图 1 中阵元的排序方式, 阵元 $K-1$ 和阵元 K 与参考阵元的间距最大, 那么理论上由其所对应的延迟相位解算出的目标二维 DOA 估计值的精度最高. 因此, 在 Kalman 滤波器的递推过程中, 阵元 $K-1$ 和阵元 K 所对应的延迟相位将作为 Kalman 滤波的最后一组观测值, 以保证其误差在统计意义上得到最大程度的滤除. 令:

$$\begin{bmatrix} \beta^{(u)} \\ \beta^{(d)} \end{bmatrix} = \frac{\lambda}{2\pi} \begin{bmatrix} x_{K-1} & y_{K-1} \\ x_K & y_K \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{G} \hat{\mathbf{x}}_{K-1,K}(\theta_i, \varphi_i) \quad (34)$$

式中, $\mathbf{G} = [\mathbf{I}_{2 \times 2}, \mathbf{O}_{2 \times 1}]$. 将 $\beta^{(u)}$ 和 $\beta^{(d)}$ 代入式 (17)、

(18),即可得到经 Kalman 滤波器融合处理之后的目标方位角和俯仰角。

需要注意的是,由于 Kalman 滤波器的输出需要在一定的迭代次数之后才能收敛,因此要求雷达阵列具有足够多的阵元,以提供足够多的角度估计值来保证 Kalman 滤波能够实现收敛。

5 计算复杂度分析

对于收发共阵的 MIMO 雷达而言,收、发阵列空间卷积形成的虚拟阵列的 K^2 个阵元中仅有 $K(K+1)/2$ 个空间独立的阵元。因此,对于 MUSIC 和 Capon 等需要协方差矩阵求逆或者特征分解的算法而言,可首先合并空间上冗余的虚拟阵元,因此其协方差矩阵估计以及特征分解或者求逆所需的运算量为 $O[K^2(K+1)^2M/4] + O[K^3(K+1)^3/8]$ 。在搜索目标 DOA 角度时,其一步搜索所需的运算量即为 $O[K^2(K+1)^2/4 + K(K+1)/2]$ 。而如果想要达到一定的估计精度,角度搜索的步长必需足够小,在进行二维 DOA 估计的时候将带来十分巨大的计算量。

本文方法只需要对 $K-1$ 个维数为 $2K \times 2K$ 的协方差矩阵进行估计和特征分解,其运算量分别为 $O(4K^2(K-1)M)$ 和 $O(8K^3(K-1))$ 。为了估计 $K-1$ 个旋转矩阵的对角线元素所需的运算量约为 $O(K(2K+1)(K-1)P^2 + KP^3)$ 。二维阵列的解模糊和解耦合处理虽然需要进行二维搜索,但是由于搜索的范围仅限于有限的几个整数点,且搜索的代价函数只涉及标量运算,其运算量相对于特征分解等操作而言要小很多,因此可以忽略。同时,Kalman 融合滤波处理也仅仅需要对 3×1 维的变量进行 $(K-1)/2$ 步的递推运算,其运算量同样可以忽略。故本文方法总的运算量主要取决于前三步处理所需运算量之和。

表 1 对比了在 $K=21$ 、 $M=128$ 以及 $P=2$ 的条件下,MUSIC 算法和本文方法所需的运算量。由于在 $\text{SNR}=0\text{dB}$ 的条件下该圆阵的测角误差克拉美罗界略小于 0.01° ,所以这里假定 MUSIC 算法的粗搜步长为 1° ,第一次精搜步长为 0.1° ,第二次精搜步长为 0.01° 。表 1 的结果表明,可见本文方法能够极大的降低目标二维角度估计所需的运算量,提高了 MIMO 雷达二维 DOA 估计的计算效率。

表 1 本文方法和 MUSIC 算法运算量对比

运算步骤	MUSIC 算法运算量	本文方法运算量
协方差矩阵估计	6830208	4515840
特征分解	12326391	1481760
角度搜索	1822128000	0
延迟相位估计	0	94122
解耦合、解模糊	0	8859
Kalman 滤波	0	10143
合计	1841284599	6110724

6 数值仿真

6.1 实验一

本实验将采用 L 形阵列分析本文方法的性能进行

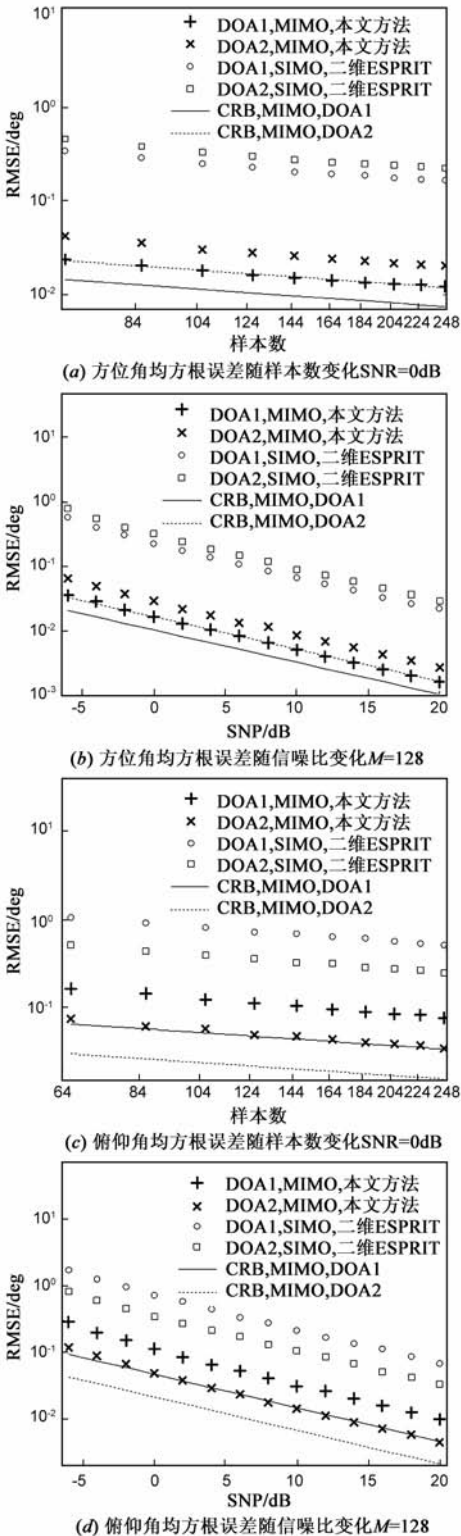


图3 MIMO模式下本文方法估计精度与SIMO模式下二维ESPRIT方法估计精度对比

对比.假设 L 形阵的 X 轴子阵和 Y 轴子阵均为半波长均匀线阵,同时为保证 Kalman 滤波能够收敛,假定两个子阵的阵元数均为 11;场景中有两个回波功率相等

目标,其 DOA 分别为 $\theta_1 = 38^\circ$, $\varphi_1 = 22^\circ$ 和 $\theta_2 = 52^\circ$, $\varphi_2 = 55^\circ$.图 3 给出了 MIMO 模式下本文方法和 SIMO 模式下二维 ESPRIT 算法^[14]方法的测角均方根误差随样本数和阵元信噪比的变化情况,每一种仿真条件下的均方根误差都由 2000 次蒙特卡洛实验得到.这里信噪比 SNR 的定义为在每个接收阵元上每个发射信号的回波相对于噪声的功率比.图 3 的结果表明,在相同的样本数和信噪比条件下,本文方法的估计精度要高于 SIMO 模式下的二维 ESPRIT 算法.

6.2 实验二

本实验采用圆阵分析本文方法的性能.为保证 Kalman 滤波能够收敛,假设圆阵的阵元数 $K = 21$,半径为 20 倍波长,阵元均匀分布;假设场景中有回波功率相等的目标,其 DOA 分别为 $\theta_1 = 38^\circ$, $\varphi_1 = 22^\circ$ 和 $\theta_2 = 52^\circ$, $\varphi_2 = 55^\circ$.图 4 给出了将二维 MUSIC 算法^[15]应用于 MIMO 雷达以及本文方法的测角均方根误差随样本数和信噪比的变化情况,不同条件下的均方根误差均由 2000 次蒙特卡洛实验得到.图 4 中的仿真结果表明,本文方法二维 DOA 估计值的均方根误差已较为接近 MIMO 模式下的二维 MUSIC 算法,是一种次最优的二维 DOA 估计方法.相比于二维 MUSIC 算法,本文方法以估计精度上的损失换来了计算量上的大幅降低.

7 结论

本文提出了一种低复杂度的 MIMO 雷达二维 DOA 估计方法.该方法将 MIMO 阵列经匹配滤波后形成的虚拟子阵分解为多个构型相同但空间位置不同的子阵;利用这些子阵间的旋转不变性,通过一种基于预投影的 ESPRIT 算法得到同一目标的多组二维 DOA 估计值;最后,利用 Kalman 滤波对同一目标的多组二维 DOA 估计值进行融合处理以提高二维 DOA 估计精度.数值仿真的结果表明本文方法的 DOA 估计精度高于 SIMO 模式下二维 ESPRIT 算法和二维 MUSIC 算法.同时,数值仿真的结果还表明本文方法的估计精度虽然低于 MIMO 模式下的二维 MUSIC 算法,但是其估计值的均方根误差仍然接近二维 DOA 估计的克拉美罗界,是一种次最优的估计方法,并且本文方法的计算量远远小于 MIMO 模式下需要角度搜索的二维 MUSIC 算法.

参考文献

- [1] Chen Y M, Lee J H, Yeh C C. Estimating two dimensional angles of arrival in coherent source environment[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(1): 153 - 155
- [2] Liu T H, Mendel J M. Azimuth and elevation direction finding using arbitrary array geometries[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(7): 2061 - 2065.

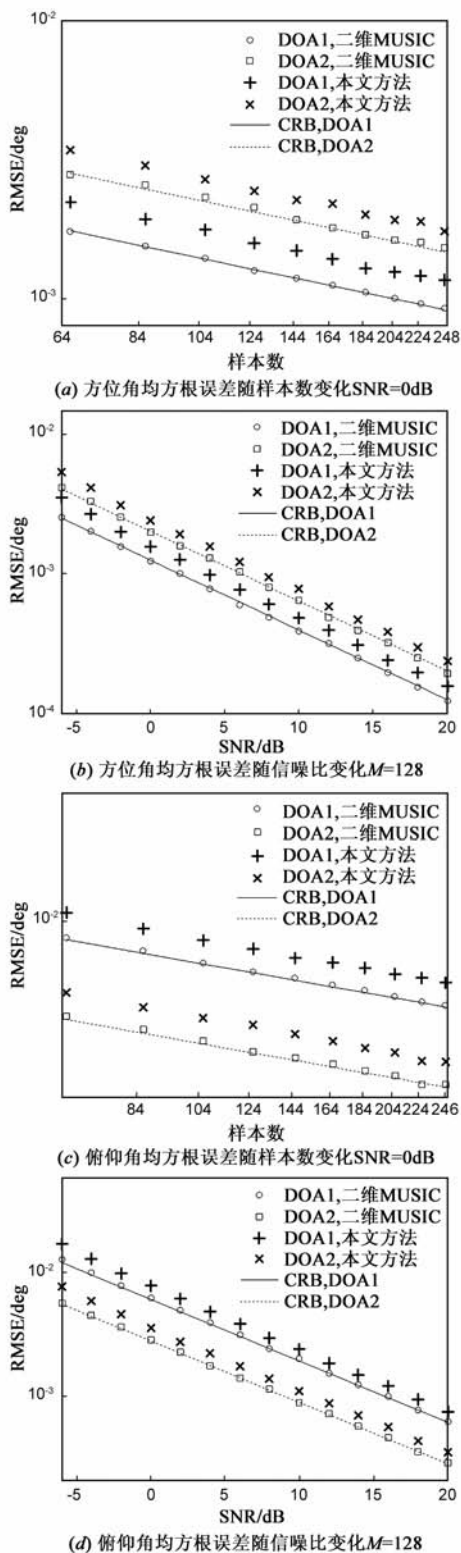


图4 MIMO模式下由本文方法得到的圆阵二维DOA估计值均方误差随样本数和信噪比变化曲线

- [3] Sakarya F A, Hayes M H. A Subspace rotation-based technique for estimation 2-D arrival angles using nonlinear array configurations[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(2): 409 – 412.
- [4] 董轶, 吴云韬, 廖桂生. 一种二维到达方向估计的 ESPRIT 新方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2003, 30(5): 570 – 573.
Dong Yi, Wu Yuntao, Liao Guisheng. A novel method for estimating 2D DOA [J]. Journal of Xidian University, 2003, 30(5): 570 – 573. (in Chinese)
- [5] F Ayhan Sakarya, Monson H Hayes. Estimating 2-D DOA angles using nonlinear array configurations [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(9): 2212 – 2216.
- [6] 夏铁骑, 汪学刚, 郑毅, 万群. 联合对角化-DOA 矩阵方法[J]. 中国科学 E 辑: 信息科学, 2008, 38(4): 599 – 606.
- [7] Ilya Bekkerman, Joseph Tabrikian. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(10): 3873 – 3883.
- [8] Jian Li, Petre Stoica, Luzhou Xu, William Roberts. On parameter identifiability of MIMO radar[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(12): 968 – 971.
- [9] C Duofang, C Biaoxiao, Q Guodong. Angle estimation using ESPRIT in MIMO radar[J]. IET Electronic Letters, 2008, 44(12): 812 – 813.
- [10] C Jinli, G Hong, S Weimin. Angle estimation using ESPRIT without pairing in MIMO radar[J]. IET Electronic Letters, 2008, 44(24): 1658 – 1659.
- [11] Liu Nan, Zhang Linrang, Zhang Juan, Shen Dong. Direction finding of MIMO radar through ESPRIT and Kalman filter [J]. IET Electronics Letters, 2009, 45(17): 908 – 910.
- [12] Petre Stoica, Arye Nehorai. Performance comparison of subspace rotation and MUSIC methods for direction estimation [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1991, 39(10): 446 – 453.
- [13] 赵树杰, 赵建勋. 信号检测与估计理论[M]. 北京, 清华大学出版社, 2005. 429 – 430.

- [14] 黄晖, 廖桂生, 等. 一种新的 DS-CDMA 系统多径角度时延联合估计方法[J]. 电子学报, 2002, 30(3): 335 – 338.
Huang Hui, Liao Guisheng, et al. A novel approach for joint angle and delay estimation in DS-CDMA systems [J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(3): 335 – 338. (in Chinese)
- [15] 刘聪锋, 廖桂生. 宽带接收机的窄带信号频率和二维角度估计新方法[J]. 电子学报, 2009, 37(3): 521 – 528.
Liu Congfeng, Liao Guisheng. Novel method of narrow band signal frequency and 2D angle estimation for wide band receiver [J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(3): 521 – 528. (in Chinese)

作者简介



刘楠男, 1981 年 11 月出生于四川荣县, 现为西安电子科技大学讲师, 2009 年获西安电子科技大学信号与信息处理专业博士学位. 研究方向为 MIMO 雷达、干涉合成孔径雷达成像和自组织雷达.

E-mail: n_liu@mail.xidian.edu.cn

张娟女, 1979 年生于安徽宁国, 博士, 副教授, 主要研究方向为雷达系统建模仿真, MIMO 雷达自适应信号处理.

E-mail: jzhang@xidian.edu.cn



张林让男, 1966 年 1 月出生于陕西扶风, 西安电子科技大学教授、博士生导师. 1999 年获西安电子科技大学工学博士学位. 现为西安电子科技大学雷达信号处理国防科技重点实验室副主任. 主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理、自适应信号处理、MIMO 雷达和网络化雷达协同抗干扰.

E-mail: lrzhang@xidian.edu.cn

申东男, 1980 年生于甘肃天水, 博士研究生, 主要研究方向为 MIMO 雷达及其波形设计.