

基于对角加载的机载 MIMO 雷达 GLRT 检测器

王鞠庭, 江胜利, 何 劲, 刘 中

(南京理工大学电子工程系, 江苏南京 210014)

摘 要: 本文研究了基于 GLRT 的机载 MIMO 雷达自适应目标检测问题. 针对参考单元数据不足对 GLRT 性能的影响, 提出了基于对角加载的 MIMO 雷达 GLRT(MIMO-LGLRT) 检测器, 并对其检测性能进行了分析, 给出了虚警概率和检测概率的闭合表达式. 该检测器充分利用机载 MIMO 雷达杂波子空间低秩的特点和对角加载技术, 解决了因参考数据不足所引起的矩阵病态问题. 为了减少 MIMO-LGLRT 检测器的运算量, 在分析杂波协方差矩阵块对角化特性的基础上, 给出一种简化 MIMO-LGLRT 检测器. 理论分析和仿真结果表明, 上述两种检测器相对于杂波协方差矩阵都具有恒虚警特性, 检测性能优于普通 GLRT 检测器.

关键词: MIMO 雷达; 对角加载; 广义最大似然; 恒虚警

中图分类号: TN951 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 12-2614-06

GLRT Detector with Diagonal Loading for MIMO Radars

WANG Ju-ting, JIANG Sheng-li, HE Jin, LIU Zhong

(Department of Electronic Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210014, China)

Abstract: The generalized likelihood ratio test detector (GLRTD) for the airborne MIMO radars was studied in the paper. It is well-known that the GLRTD performs poorly in the case of limited secondary data. To settle this problem, the GLRTD with diagonal loading (LGLRTD) was proposed exploiting the low-rank property of MIMO radar clutter subspace and the diagonal loading techniques. The closed-form detection probability and false alarm probability were derived. To reduce the computational load of the proposed detector, a simplified detector was introduced by considering the block-diagonal property of the clutter covariance matrix. Theoretical and simulation results showed that the proposed detectors had CFAR with respect to the covariance matrix of clutter, and were superior to the conventional GLRT detectors.

Key words: MIMO radar; diagonal loading; GLRT (generalized likelihood ratio test); CFAR

1 引言

近年来,随着雷达研究的深入和多输入多输出 (Multi-Input Multi-Output, MIMO) 通信的快速发展,雷达与 MIMO 通信交融建立起来的 MIMO 雷达受到雷达界的广泛关注. 目前的 MIMO 雷达研究主要集中在两种不同形式的 MIMO 系统^[1~4]: 一是基于相控阵体制的 MIMO 雷达, 二是基于多基地 (multi-static) 或多站点 (multi-site) 雷达的 MIMO 雷达. 第一类 MIMO 雷达系统充分考虑到现有相控阵雷达的特点, 其雷达单元之间的间距足够小, 采用相干处理各单元发射的信号^[1~3]. 第二类 MIMO 雷达是构建在多基地或多站点雷达系统基础上, 其收发单元间距足够大, 从而使得各单元信号相互独立, 其最大优点是利用空间分集和几何增益特性有效的克服目标角闪烁和小径向速度对雷达检测性能的影响^[4~8].

本文重点研究工作于机载状态的第二类 MIMO 雷达. 文[4]首次提出这类 MIMO 雷达的概念; 继而人们在 MIMO 雷达的波形设计, 参数估计, 目标定位以及检测等方面进行了深入的研究^[5~8], 其基本思想是把传统雷达的相关成果推广到 MIMO 雷达. 在目标检测的研究中, 人们在单基地雷达中已发展了许多算法, 其中应用最广的有 SMI (Sample Matrix Inversion) 算法、GLRT (Generalized Likelihood Ratio Test) 算法以及 AMF (Adaptive Matched Filter) 算法^[9~11]. 当将这些算法应用到 MIMO 雷达时, 同样面临着干扰协方差矩阵求逆的问题. 一般说来, 用来估计干扰协方差矩阵的独立同分布 (IID) 的参考数据量应至少大于 MIMO 雷达维数的 2 倍, 否则会造成协方差矩阵估计值的病态^[9]. 由于 MIMO 雷达维数等于各个组成雷达单元维数之和, 其数值会很大, 实际获得的 IID 采样单元数目往往不能满足要求. 因此, 有必要改善

收稿日期: 2008-05-26; 修回日期: 2009-06-25

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 60472059)

MIMO 雷达协方差矩阵的数值状态. 对角线加载 (Diagonal loading) 作为一种常用的避免估计协方差矩阵出现病态的技术, 已广泛的应用于雷达检测领域中^[12]. 理论分析和仿真结果都表明在干扰子空间低秩的情形下, 对角线加载能够解决因参考数据不足引起的矩阵病态问题. 众所周知, 机载雷达空时杂波子空间维数远远小于数据维数^[13], 因此本文将对角线加载方法应用于机载 MIMO 雷达中, 提出了基于对角加载的 MIMO 雷达 GLRT 检测算法, 研究了其虚警概率和检测概率等性能; 并在此基础上, 利用 MIMO 雷达杂波协方差矩阵的块对角特性, 提出一种简化 MIMO-GLRT 检测器, 降低了检测器的运算量, 有利于 MIMO 雷达的实时处理, 具有一定的实用价值.

2 MIMO 雷达信号模型与 GLRT 检测器

为方便讨论起见, 本文研究如图 1 所示的 MIMO 雷达系统, 它由一个发射雷达单元和位于不同位置的 M 个接收雷达单元构成. 发射雷达单元在一个相干处理周期发射 N_t 个脉冲, 第 m 个接收雷达单元采用阵元数为 N_m 的阵列天线接收回波; 接收到待测距离单元和第 k 个参考距离单元维数为 $N_t N_m \times 1$ 的空时回波分别为 z_{mp} 和 z_{mk} ($m = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K$), 相应的干扰分量分别为 n_{mp} 和 n_{mk} , 它由杂波和接收机热噪声构成; 目标的归一化

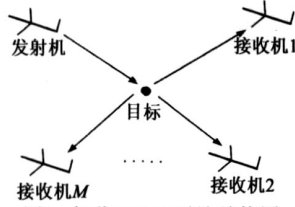


图1 机载MIMO雷达结构图

空间频率和多普勒频率分别为 f_{sm} 和 f_{dm} , 其回波强度为 a_m . 将 MIMO 雷达各雷达单元的接收数据向量堆成一个

维数为 $N_t N_m \times 1$ 的长向量, 其对目标的检测可表示以下二元假设检验问题:

$$\begin{cases} H_0: \begin{cases} z_p = n_p \\ z_k = n_k \quad k = 1, \dots, K \end{cases} \\ H_1: \begin{cases} z_p = Sa + n_p \\ z_k = n_k \quad k = 1, \dots, K \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

其中 H_0 和 H_1 分别表示有无目标两种情形, $n_p = [n_{1p}^T, n_{2p}^T, \dots, n_{Mp}^T]^T$, $n_k = [n_{1k}^T, n_{2k}^T, \dots, n_{Mk}^T]^T$, $z_p = [z_{1p}^T, z_{2p}^T, \dots, z_{Mp}^T]^T$, $z_k = [z_{1k}^T, z_{2k}^T, \dots, z_{Mk}^T]^T$, $a = [a_1, a_2, \dots, a_M]^T$, $N_t N_m \times 1$ 维空时导向向量 $s_m = [1, e^{j2\pi f_{dm}}, e^{j2\pi f_{dm}(N_t-1)}]^T \odot [1, e^{j2\pi f_{sm}}, e^{j2\pi f_{sm}(N_m-1)}]^T$, $S = \text{diag}(s_1, s_2, \dots, s_M)$, T 表示转置, \odot 表示 Kronecker 积. 假设各距离单元杂波是独立同分布的复高斯随机变量, 则 z_p 的协方差矩阵 R 等于 z_k 的协方差矩阵 R_k , 可表示为:

$$R = R_k = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1M} \\ R_{21} & R_{22} & \dots & R_{2M} \\ \dots & \dots & \ddots & \dots \\ R_{M1} & R_{M2} & \dots & R_{MM} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 R_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, M$) 表示第 i 和第 j 个接收雷达单元回波间的互协方差矩阵. 因此, z_p 和 z_k ($k = 1, 2, \dots, K$) 的联合概率密度函数为:

$$\begin{cases} f_0(z_p, z_1, \dots, z_K | R, H_0) = \left\{ \frac{1}{\|R\|} \exp[-\text{tr}(R^{-1} T_0)] \right\}^{K+1} \\ f_1(z_p, z_1, \dots, z_K | R, H_1) = \left\{ \frac{1}{\|R\|} \exp[-\text{tr}(R^{-1} T_1)] \right\}^{K+1} \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{其中, } T_0 = \frac{1}{K+1} \left\{ z_p z_p^H + \sum_{k=1}^K z_k z_k^H \right\},$$

$$T_1 = \frac{1}{K+1} \left\{ (z_p - Sa)(z_p - Sa)^H + \sum_{k=1}^K z_k z_k^H \right\}.$$

H , $\|\cdot\|$, $\text{tr}(\cdot)$ 分别表示共轭转置, 矩阵的行列式和迹.

由式(3)可以发现, 与常规机载雷达相比, 机载 MIMO 雷达从不同的角度探测目标, 使得各接收雷达单元接收到目标回波强度和 Doppler 频率互不相同. 因此, 目标回波强度和 Doppler 频率在各接收单元中都出现衰落的概率很小, 这种空间分集特性提高了机载 MIMO 雷达的检测性能.

当干扰协方差矩阵 R 和目标回波强度 a 未知时, MIMO 雷达的广义似然比为:

$$\frac{\max_a \max_{R \in \mathcal{R}} f_1(z_p, z_1, \dots, z_K | a, R, H_1)}{\max_{R \in \mathcal{R}} f_0(z_p, z_1, \dots, z_K | R, H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \quad (4)$$

联立式(3)和式(4)可得 MIMO 雷达的 GLRT 检测器为:

$$\frac{z_p^H \hat{M}^{-1} S (S^H \hat{M}^{-1} S)^{-1} S^H \hat{M}^{-1} z_p}{1 + z_p^H \hat{M}^{-1} z_p} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \quad (5)$$

其中 $\hat{M} = KR = \sum_{k=1}^K z_k z_k^H$, \hat{R} 为干扰协方差矩阵估计值.

由式(5)可以看出 MIMO 雷达的 GLRT 检测器需要对 \hat{M} 求逆, \hat{M} 的维数等于 MIMO 雷达各接收单元空时数据维数之和. 在雷达的实际工作环境下, 很难得到足够多的 IID 参考单元正确估计出杂波协方差矩阵, 从而导致 MIMO 雷达检测性能下降. 因此, 本文提出了基于对角加载的 MIMO 雷达 GLRT 算法, 解决了因参考单元数据不足引起的协方差矩阵病态问题.

3 基于对角加载的 MIMO 雷达 GLRT 检测器

本节首先给出一种具有恒虚警特性的 MIMO-GLRT 检测器; 然后, 根据 MIMO 雷达杂波协方差矩阵的块对角特性, 提出了一种简化 MIMO-GLRT 检测器.

为阐述简洁,本节只给出结果,有关推导参见附录.

3.1 MIMO-LGLRT 检测器

对角线加载的基本思想是对干扰协方差矩阵估计值 \hat{R} 的对角分量加上一个固定的量值以改变其数值状态,即用 $\hat{R}_d = \hat{R} + I_N$ 代替 \hat{R} ,由此可得 MIMO-LGLRT 检测器为:

$$\frac{z_p^H \hat{M}_d^{-1} S \left(S^H \hat{M}_d^{-1} S \right)^{-1} S^H \hat{M}_d^{-1} z_p}{1 + z_p^H \hat{M}_d^{-1} z_p} \stackrel{H_1}{>} \stackrel{H_0}{<} \quad (6)$$

其中 $\hat{M}_d = K \hat{R}_d = \hat{M} + K I_N$.

以下类似于文[12]的研究思路,通过分析式(6)所给检测量在 H_0 和 H_1 两种假设条件下的统计特性,进而研究 MIMO-LGLRT 检测器的检测性能.

对干扰协方差矩阵 R 作特征分解:

$$R = Q_c Q_c^H + {}^2 Q_n Q_n^H \quad (7)$$

其中 Q_c 是由杂波协方差矩阵 r 个特征向量构成的 $N \times r$ 维矩阵, $N = \sum_{m=1}^M N_r N_m$, Q_n 是由噪声协方差矩阵 r 个特征值构成的 $r \times r$ 维的对角矩阵, Q_n 是由噪声协方差矩阵 $N - r$ 个特征向量构成的 $N \times (N - r)$ 维矩阵, 2 为噪声方差.

由式(7)可得 R 的逆矩阵为:

$$R^{-1} = Q_c^{-1} Q_c^H + {}^2 Q_n Q_n^H \quad (8)$$

通常情况下杂波功率远远大于噪声功率,即杂波的最小特征值 $\frac{1}{\min} \ll {}^2$, R^{-1} 可近似表示为:

$$R^{-1} \cong {}^2 Q_n Q_n^H \quad (9)$$

当 $K \gg 1$ 时, \hat{M}_d 的逆矩阵可表示为:

$$\hat{M}_d^{-1} \cong \frac{1}{K} Q_n Q_n^H \quad (10)$$

将式(10)代入式(6)得:

$$\frac{z_p^H Q_n Q_n^H S \left(S^H Q_n Q_n^H S \right)^{-1} S^H Q_n Q_n^H z_p}{K + z_p^H Q_n Q_n^H z_p} \stackrel{H_1}{>} \stackrel{H_0}{<} 1 \quad (11)$$

令矩阵 $T = \left(Q_n Q_n^H \right)^{1/2} S \left(S^H Q_n Q_n^H S \right)^{-1/2}$, 定义酉矩阵 U 以及向量 x 满足:

$$\tilde{T} = UT = \begin{bmatrix} I_M & 0 \end{bmatrix}^T, x = U \left(Q_n Q_n^H \right)^{1/2} z_p = \begin{bmatrix} x_A & x_B \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

其中 x_A 和 x_B 分别是 M 和 $N - r - M$ 维的列向量,则式(11)可表示为:

$$\frac{A}{K + \frac{B}{2}} \stackrel{H_1}{>} \stackrel{H_0}{<} 2 \quad (13)$$

其中 $A = x_A^H x_A$, $B = x_B^H x_B$, $2 = \frac{1}{1 - 1}$.

令符号 $CN(m, R)$ 表示均值为 m 、协方差矩阵为 R 的高斯随机变量, I_N 表示 $N \times N$ 维的单位矩阵.则在 H_0 条件下, x_A 的分布为 $CN(0, I_M)$, x_B 的分布为

$CN(0, I_{N-r-M})$, 因此 2_A 和 2_B 分别为自由度等于 $2M$ 和 $2(N - r - M)$ 的中心卡方分布,则 2_A 和 2_B 的概率密度分别为:

$$f(2_A | H_0) = \frac{M^{-1}}{(M)} e^{-2_A} \quad (14)$$

$$f(2_B | H_0) = \frac{B^{-1}}{(N - r - M)} e^{-2_B}$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数.

在 H_1 条件下, x_A 的分布为 $CN((S^H R^{-1} S)^{1/2} a, I_M)$, x_B 的分布为 $CN(0, I_{N-r-M})$, 因此 2_A 自由度等于 $2M$ 、非中心参数 2μ 等于 $2a^H S^H R^{-1} S a$ 的非中心卡方分布, 2_B 为自由度等于 $2(N - r - M)$ 的中心卡方分布,则 2_A 和 2_B 的概率密度分别为:

$$f(2_A | H_1) = \left(\frac{A}{\mu} \right)^{(M-1)/2} e^{-\left(\frac{2_A}{\mu} + \mu \right)} I_{M-1} \left(2 \sqrt{\mu A} \right)$$

$$f(2_B | H_1) = \frac{B^{-1}}{(N - r - M)} e^{-2_B} \quad (15)$$

其中 $I(\cdot)$ 为 \cdot 阶第一类修正贝塞尔函数.

由式(13)~(15)可得 MIMO-LGLRT 检测器的虚警概率和检测概率分别为(推导见附录):

$$P_{fa} = \sum_{m=1}^M \frac{b_m e^{-K/2}}{(M) (N - M - r)} \sum_{m_1=0}^{M-m} \binom{M-m}{m_1} \frac{(K)^{m_1} (N - r - m - m_1 - 1)!}{(1 + 2)^{N-r-m-m_1}} \quad (16)$$

$$P_d = \frac{e^{-\mu + K\mu} (M-1)/2}{(N - M - r)} \sum_{m_2=2}^K y^{(M+1)/2 - (M-1)/2} e^{-y} (y + 1)^{(M-1)/2} I_{M-1} (2 \sqrt{\mu y}) dy \quad (17)$$

其中 $b_m = \begin{cases} 1 & m = 1 \\ \mu & m = 2, \dots, M \end{cases}$, $\mu = a^H S^H R^{-1} S a$.

由式(16)可以看出, MIMO-LGLRT 检测器的虚警概率只和接收雷达单元数 M 、MIMO 雷达数据维数 N 和杂波子空间秩 r 、参考单元数 K 、加载量 μ 以及门限 2 有关,而与杂波的协方差矩阵等其他参数无关,因此相对于杂波协方差矩阵具有恒虚警特性.

当 MIMO 雷达收发共置且雷达单元数 $M = 1$ 时,式(16)和式(17)与文献[12]中式(36)和式(39)所给的单基地雷达检测性能一致.

3.2 简化 MIMO-LGLRT 检测器

由式(6)可以看出 MIMO-LGLRT 检测器需要对矩阵 \hat{M}_d 求逆,而 \hat{M}_d 的维数等于 MIMO 雷达各接收单元的时空维数之和,当单元数 M 很大时,将无法实时对 \hat{M}_d 求逆.为此,本小节利用协方差矩阵 R 的块对角特性,给出一种简化 MIMO-LGLRT 检测器,减小检测器运算

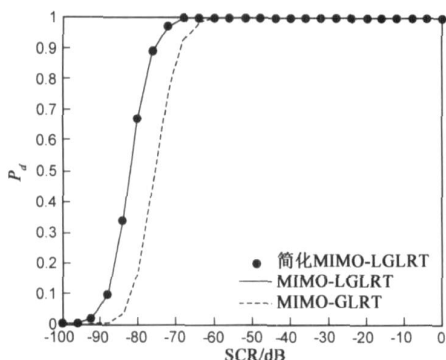


图3 $K=80, \alpha=10\text{dB}$, 不同信杂比下三种GLRT检测器的性能比较

5 结论

针对机载 MIMO 雷达 GLRT 检测器性能受参考单元数据不足的影响, 本文利用 MIMO 雷达杂波子空间低秩的特点, 提出了两种基于对角加载的 MIMO 雷达 GLRT 检测器, 解决了因参考数据不足所引起的矩阵病态问题. 理论分析和仿真结果都表明, 本文所提出的两种检测器相对于杂波协方差矩阵都具有恒虚警特性, 检测性能优于普通 GLRT 检测器. 简化 MIMO-LGLRT 具有 MIMO-LGLRT 相同的检测性能, 同时运算量小, 因此更适用于对实时处理要求比较高的应用背景. 需要指出, 如同地基 MIMO 雷达一样, 各个雷达单元之间的同步问题有待解决.

附录

令 $\mu = \frac{A}{K+B}$, 由式(14)和式(15)可得 在 H_0 和 H_1 两种假设条件下的概率密度函数分别为

$$f(y | H_0) = \frac{y^{M-M-1} (y-K)^{N-M-r-1}}{K^M (M) (N-M-r)} e^{-y(+1)+K} dy \quad (24)$$

$$f(y | H_1) = \frac{e^{-\mu+K} \mu^{0.5(M-1)}}{(N-M-r) 0.5(M-1)} e^{-y(+1)} I_{M-1} \left(2 \sqrt{\mu y} \right) dy \quad (25)$$

由式(24)可求得虚警概率为:

$$P_{fa} = \int_K^{\infty} \frac{y^{M-M-1} (y-K)^{N-M-r-1}}{(M) (N-M-r)} e^{-y(+1)+K} dy$$

$$= \frac{e^{-K} K^M}{(M) (N-M-r)} \sum_{m=1}^M b_m^{M-m} (K)^{m_1} \left(\frac{M-m}{m_1} \right)$$

$$\left(\frac{N-m-m_1-r-1}{1+2} \right)^{N-m-m_1-r}$$

将式(25)代入 $P_d = \int_{-\infty}^{\infty} f(y | H_1) dy$, 可得式(17).

参考文献:

- [1] J Li, P Stoica. MIMO radar with colocated antennas: Review of some recent work[J]. IEEE Signal Process Mag, 2007, 24(5): 106 - 114.
- [2] E Fishler, A Haimovich, R Blum, et al. Spatial diversity in radars - models and detection performance[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(3): 823 - 838.
- [3] 何子述, 韩春林, 刘波. MIMO 雷达概念及其技术特点分析[J]. 电子学报, 2005, 33(12A): 143 - 147.
He Zishu, Han Chunlin, Liu Bo. MIMO radar and its technical characteristic analyses [J]. Acta Electronica Sinica, 2005, 33(12A): 143 - 147. (in Chinese)
- [4] 江胜利, 刘中, 邓海. 基于 MIMO 雷达的相干分布式目标参数估计 Cramer-Rao 下界[J]. 电子学报, 2009, 37(1): 101 - 107. 5
Jiang Sheng-li, Liu Zhong, Deng Hai. Cramer-Rao Bounds for Estimating Parameters of Coherent Distributed Targets Using MIMO Radars[J]. Acta Electronica Sinica, 2009, 37(1): 101 - 107. (in Chinese).
- [5] A D Maio, M Lops. Design principles of MIMO radar detectors [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 886 - 898.
- [6] N H Lehmann, E Fishler, A M Haimovich, et al. Evaluation of transmit diversity in MIMO-radar direction finding [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2007, 55(5): 2215 - 2225.
- [7] N A Goodman, D Bruyere. Optimum and decentralized detection for multistatic airborne radar[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(2): 806 - 813.
- [8] A Sheikhi, A Zamani. Temporal coherent adaptive target detection for multi-input multi-output radar in clutter[J]. IET Radar Sonar Navig, 2008, 2(2): 86 - 96.
- [9] I S Reed, J D Mallett, E Brennan. Rapid convergence rate in adaptive arrays[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1974, 10(6): 853 - 863.
- [10] E J Kelly. A adaptive detection algorithm[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1986, 22(1): 115 - 127.
- [11] F C Robey, D R Fuhrmann, E J Kelly, et al. A CFAR adaptive matched filter detector [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28(1): 208 - 216.
- [12] T F Ayoub. Modified GLRT signal detection algorithm[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 36(3): 810 - 818.
- [13] J Ward. Space-time adaptive processing for airborne radar[R]. London: Lincoln Laboratory, MIT, 1994.
- [14] P F Sammartino, C J Baker, H D Griffiths. MIMO radar performance in clutter environment [A]. CIE Radar, 2006 [C]. Shanghai: IEEE, 2006: 16 - 19.
- [15] H Park, J Li, H Wang. Polarization-space-time domain gener-

alized likelihood ratio detection of radar targets [J]. Signal Processing, 1995, 41(2): 153 - 164.

作者简介:



王鞠庭 男, 1983 出生于安徽省, 现为南京理工大学电光院博士生, 主要研究方向: 雷达波形设计与信号处理.
E-mail: jtwang767@hotmail.com

何 劲 男, 1980 出生于上海, 现为南京理工大学电光院博士后, 主要研究方向: 阵列信号处理与空时自适应信号处理.
E-mail: andrie1111@hotmail.com

刘 中 男, 1963 年出生于安徽省, 现为南京理工大学电光院教授, 博士生导师, 主要研究方向: 现代信号处理、雷达信号处理、混沌与信息动力学.
E-mail: eezliu@mail.njust.edu.cn

江胜利 男, 1979 出生于安徽省, 现为南京理工大学电光院博士生, 主要研究方向: 雷达波形设计与信号处理.
E-mail: jsl2006_hz@163.com

www.cnki.net