

# 静态阻抗断层图像重建新方法

侯卫东, 莫玉龙

(上海大学通信工程系, 上海 200072)

摘要: 阻抗断层图像重建是一个严重病态的非线性的逆问题, 特别是在静态阻抗断层成像中, 由于其图像重建模型误差和测量噪声的影响更为严重, 因此常用的基于目标函数梯度信息不断迭代的改进的 Newton-Raphson 类重建算法, 即使使用正则化技术, 其稳定性仍较差, 甚至发散. 本文提出一种全新的静态阻抗断层图像重建方法, 它利用基于生物自然选择与遗传机理的遗传算法去搜索阻抗图像重建问题的最优解, 无需正则化技术, 也不会象改进的 Newton-Raphson 类算法那样易陷入局部最优解. 实验结果也表明基于遗传算法的图像重建方法重建的静态阻抗断层图像, 其成像精度和空间分辨率都大大好于改进的 Newton-Raphson 类重建算法.

关键词: 图像重建; 电阻断层成像; 遗传算法

中图分类号: TN911.73 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2003) 07-1083-03

## New Method to Reconstruct Static Image in Electrical Impedance Tomography

HOU Weidong, MO Yulong

(Department of Communication Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: Image reconstruction in electrical impedance tomography (EIT) is a highly ill-posed, non-linear inverse problem. Especially in static EIT, the modified Newton-Raphson (MNR) reconstruction algorithm with regularization technique based on minimizing the object function is usually not stable, even divergent, due to the serious image reconstruction model error and measurement noise. A new static image reconstruction method for EIT based on genetic algorithm (GA-EIT) is proposed in this paper, in which the global optimized solution for EIT problem will be converged by evolution without need of regularization. The experimental results also indicate that the performance (including the precision and space resolution in reconstructing the static EIT image) of the GA-EIT algorithm is better than that of the MNR algorithm.

Key words: image reconstruction; electrical impedance tomography; genetic algorithm

### 1 引言

阻抗断层图像重建是一个严重病态的非线性的逆问题, 特别是在静态阻抗断层成像中, 其病态特性尤为严重. 对于这样严重病态的非线性逆问题, 通常的做法就是寻找一个目标函数, 再根据目标函数的梯度或高阶导数产生一个确定的迭代步长, 通过不断迭代使解沿着最速下降方向逼近. 在电阻断层成像(EIT)技术发展的二十几年中, 对静态 EIT 图像重建最为普遍采用的就是利用各种正则化技术的 Modified Newton-Raphson(MNR)算法<sup>[1~3]</sup>. 但是 MNR 算法在应用于临床试验中时, 其稳定性较差, 甚至发散, 其原因就在于很难克服在施加安全小信号的情况下各种误差和噪声对其病态特性的影响.

本文提出一种全新的静态阻抗断层图像重建方法, 它利用基于生物自然选择与遗传机理的遗传算法<sup>[4]</sup>去搜索阻抗图像重建问题的最优解, 无需正则化处理. 在一般抗噪要求的条件下, 其在静态 EIT 图像重建方面的性能大大优于 MNR 算

法.

### 2 基于 MNR 算法的静态 EIT 图像重建

我们考察人体内一被测二维区域 A, 其阻抗分布为  $Q(x, y)$ , 电位分布为  $\phi(x, y)$ , 当使用频率为几十 KHz 的安全注入电流时, 则区域 A 内的阻抗分布 Q 和电位分布  $\phi$  近似满足 Laplace 方程<sup>[2]</sup>:

$$\nabla^2 Q^{-1} \phi = 0 \quad (1)$$

边界条件为

$$\phi = V_0 \quad \text{on} \quad \partial A \quad (2)$$

$$Q \frac{\partial \phi}{\partial n} = J_0 \quad \text{on} \quad \partial A \quad (3)$$

其中  $\nabla^2$  为泊松算子,  $V_0$  为边界处的测量电压,  $J_0$  为边界处的电流密度,  $\partial A$  为区域 A 的边界,  $\partial A$  通常被离散成有限的电极,  $n$  为边界外法线方向. EIT 中的图像重建就是从已知的边界数据  $J_0$  和  $V_0$  中重构出阻抗分布 Q 的图像, 它是典型的数

学物理方法中的逆问题,其相应的正问题就是已知阻抗分布  $Q$  和注入电流密度  $J_0$ , 求电位分布  $\phi$ .

由于电压、电流和阻抗之间的非线性关系,使得不管是求解正问题还是逆问题,都已超出了单纯用欧姆定律能求解的范围,对于逆问题的求解通常是通过迭代解正问题获得,正问题的解也必须借助于数值分析方法求取,绝大多数 EIT 图像重建算法都采用有限元方法(FEM)<sup>[2,5]</sup>来建立正问题模型.下面是最典型的 MNR 迭代算法<sup>[3]</sup>.

假定  $V$  为  $n$  次测量电压向量; $\phi$  为正问题求解过程中  $m$  个阻抗分布向量  $Q$  对  $n$  次测量电压的映射( $n \times m$ ). 定义目标函数:

$$S = \frac{1}{2} \|\phi - V\|^2 \quad (4)$$

其中  $\|\cdot\|$  为向量范数. 令  $S$  对  $Q$  的一阶导数为零,即可得到 MNR 算法中的迭代步长:

$$\Delta Q = - [J^T J]^{-1} J^T [\phi - V] \quad (5)$$

其中  $J$  称为 Jacobian 矩阵,  $J^T J$  称为 Hessian 矩阵. 不断更新阻抗分布:

$$Q^{k+1} = Q^k + \Delta Q \quad (6)$$

直到满足预定的条件,这时的阻抗分布  $Q^*$  即被认为是所求的 EIT 问题的解. 在实际应用中, Hessian 矩阵总是病态的,往往会使迭代过程趋于发散,从而不能求得所需的结果,因此发展了很多应用正则化技术的 MNR 算法,有效地降低了 MNR 算法中的病态性.

正则化技术在动态 EIT 中已取得了一定的应用成果,但在静态 EIT 中,由于其病态特性更加严重,应用正则化的 MNR 算法很难在实际临床应用中成像.

### 3 基于遗传算法的静态 EIT 图像重建

遗传算法是一种基于生物自然选择与遗传机理的随机搜索算法,它相对于传统的基于目标函数最小化的搜索算法相比,具有以下特点:遗传算法的搜索始于解的一个种群,而不是传统优化方法的单个解;遗传算法只使用适值函数,而不使用目标函数的梯度或高阶导数等辅助条件;遗传算法采用概率的,而不是确定的状态转移规则.以上特点使得遗传算法能够非常有效地进行概率意义下的全局搜索,从而有能力收敛于问题的最优解<sup>[4]</sup>.

#### 3.1 编码与初始种群的生成

由于遗传算法不能直接处理问题空间的参数,必须把它们转换成遗传算法空间的由基因按一定结构组成的染色体,这一转换叫编码,也可以称作为问题的表示.种群是由多个染色体组成的,它们是问题的多个可能的解.

对于静态 EIT 图像重建,我们将问题的 FEM 模型中的各单元阻抗值  $Q_i (i = 1, 2, \dots, m)$  表示为基因,全体单元阻抗的一种分布表示为一个染色体.如图 1(a)所示的 FEM 模型 1 中,区域被离散成 32 个三角单元,则每个单元的阻抗值  $Q_i (i = 1, 2, \dots, 32)$  表示为一个基因,一个染色体由 32 个基因(单元阻抗值)组成,初始种群由一组随机产生的初始阻抗分布(初始解)组成.

#### 3.2 适应度评估与遗传选择

适值函数(Fitness Function)被用来评估染色体的好坏,根据适值的大小选择部分后代,淘汰部分后代,并保持种群大小不变.遗传选择的策略就是适值高的染色体被选中作为后代的概率较高.在静态 EIT 图像重建中,我们选公式(4)中的目标函数  $S$  的倒数作为适度函数,即:

$$f = \frac{2}{\phi + \sqrt{\phi^2 + V^2}} \quad (7)$$

遗传选择方法使用转轮法<sup>[4]</sup>,能够根据与适值成正比的概率选出新的种群(下一代).

#### 3.3 交叉操作和变异操作

在静态 EIT 图像重建过程中,我们采用单断点交叉法,根据设定的交叉率,在被等概率随机选中作为交叉的染色体(阻抗分布)中,再等概率随机地选择一个断点,交换相互染色体中断点的右端,从而生成新的后代.

变异是以较小概率的变异率改变种群中被随机选中作为变异的某些基因.在静态 EIT 图像重建中,基因变异是指单元阻抗值增加或减小一定的变化量,其中阻抗值的增加或减小也是等概率随机确定.

基于遗传算法的静态 EIT 图像重建过程就是通过迭代进行以上所介绍的适应度评估、选择、交叉和变异步骤,直到满足预定的适值要求或设定的若干代进化.在一般抗噪要求下的静态 EIT 成像系统中,算法会收敛于真实的阻抗分布.



图 1 被测区域的 FEM 离散模型

## 4 实验结果

我们分别利用计算机模拟测量数据和 EIT 成像系统实际采集的数据,实现了本文中提出的基于遗传算法的静态 EIT 图像重建方案(GA2EIT),并与 MNR 方案作了比较.图 1(a)为被测区域的低空间分辨率的 FEM 模型 1,区域被离散成 32 个三角单元,外围 16 个节点处放置 16 个电极.图 1(b)为被测区域的局部高空间分辨率的 FEM 模型 2,区域被离散成 35 个三角单元,原单元 1 被细分为 A、B、C 和 D 四个小单元,外围 16 个节点处放置 16 个电极.图 1(c)为被测区域的局部高空间分辨率的 FEM 模型 3,区域被离散成 38 个三角单元,原单元 1 被细分为 A、B、C 和 D 四个小单元,原单元 2 被细分为 E、F、G 和 H 四个小单元,外围 16 个节点处放置 16 个电极.

实验一为利用计算机模拟测量数据进行重建静态 EIT 图像的演示,在实验中对模拟测量数据施加了幅度为 3% 的均值为零的均匀分布的随机噪声.图 2(a)为真实阻抗分布图;图 2(b)为低空间分辨率下(FEM 模型 1)应用 GA2EIT 算法重建的阻抗分布图,其重建平均误差为 3.84%;图 2(c)为局部高空间分辨率下(FEM 模型 2)应用 GA2EIT 算法重建的阻抗

分布图,其重建平均误差为 3.34%;图 2(d)为低空间分辨率下(FEM 模型 1)应用 MNR 算法重建的阻抗分布图,其重建平均误差为 6.50%。由于 MNR 算法在低空间分辨率的重建过程中就已经发散,因此在仅有 16 电极条件下无法再重建出四倍于原空间分辨率下的阻抗图像。

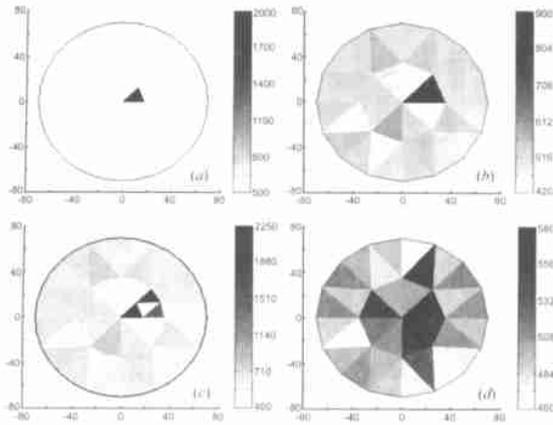


图 2 模拟数据的静态 EIT 成像结果。(a) 实际阻抗分布图;  
(b) GA2EIT 重建的低分辨率阻抗分布图;  
(c) GA2EIT 重建的局部高分辨率阻抗分布图;  
(d) MNR 重建的低分辨率阻抗分布图

在实验二中,我们在直径 140mm 的盐水槽中注入约 5008 #cm 的盐水,在中间放入直径约 20mm 阻抗约 25008 #cm 的异物。其实际阻抗分布如图 3(a) 所示;图 3(b)为低空间分辨率下(FEM 模型 1)应用 GA2EIT 算法重建的阻抗分布图;图 3(c)为局部高空间分辨率下(FEM 模型 3)应用 GA2EIT 算法

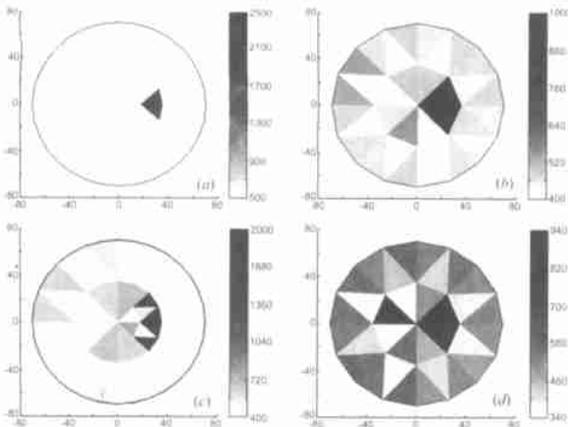


图 3 实际测量数据的静态 EIT 成像结果。(a) 实际阻抗分布图;  
(b) GA2EIT 重建的低分辨率阻抗分布图;  
(c) GA2EIT 重建的局部高分辨率阻抗分布图;  
(d) MNR 重建的低分辨率阻抗分布图

重建的阻抗分布图;图 3(d)为低空间分辨率下(FEM 模型 1)应用 MNR 算法重建的阻抗分布图。

实验结果表明,在一般抗噪条件下,GA2EIT 重建算法的成像性能大大好于 MNR 算法。

## 5 结论

针对静态 EIT 图像重建中的严重病态特性,本文提出了一种基于遗传算法的静态 EIT 图像重建算法,它与传统的优化迭代 MNR 算法相比,无需正则化,不易陷入局部最优解,对解决 EIT 这类复杂非线性问题具有优越的性能,在一般抗噪要求下的静态 EIT 成像系统中,重建图像精度和空间分辨率都大大好于 MNR 算法。随着我们今后对临床试验工作的进行,这种基于遗传算法的静态 EIT 图像重建算法对静态 EIT 成像技术的实用化会有大力的推动作用。

## 参考文献:

- [1] Cheney M, Isaacson D, Newell J, C. Electrical impedance tomography [J]. SIAM Review. 1999, 41(1): 85- 101.
- [2] Webster J G Ed. Electrical Impedance Tomography [M]. Bristol, England: Adam Hilger, 1990. 1- 205.
- [3] Yorkey T J, Webster J G, Tompkins W J. Comparing reconstruction algorithms for electrical impedance tomography [J]. IEEE Trans. BME, 1987, 34(11): 843- 852.
- [4] Michalewicz Z. Genetic Algorithm+ Data Structure= Evolution Programs, Third Edition [M]. New York: Springer-Verlag, 1997. 1- 407.
- [5] 侯卫东, 张卫民, 莫玉龙. 电阻抗成像中有限元法的算法实现 [J]. 上海大学学报, 2000, 6(4): 343- 346.

## 作者简介:



侯卫东 男, 1970 年 5 月生于江苏泰兴, 工学博士, 上海大学通信工程系副研究员, 上海市图像图形学会会员, 上海市自动化学会会员, 主要研究方向是图像处理、视频编码、医学图像处理等。



莫玉龙 1939 年 11 月生于江苏吴江, 上海大学通信工程系教授、博导, IEEE 高级会员, 主要研究方向是图像处理与模式识别、人工神经网络、医学图像处理等。